

Processos simplificados para cálculo de flechas de vigas de concreto armado

Simplified procedures to prediction of deflections of reinforced concrete beams

JOSÉ MILTON DE ARAÚJO

Departamento de Materiais e Construção – FURG, Rio Grande, RS

e-mail: ed.dunas@mikrus.com.br

RESUMO

O objetivo deste trabalho é avaliar a precisão de alguns métodos simplificados para o cálculo de flechas em vigas de concreto armado. Para isto, desenvolve-se um modelo para análise não-linear, o qual é utilizado na aferição dos processos simplificados. Os métodos simplificados analisados são o método bilinear do CEB, uma fórmula prática apresentada no código modelo CEB-FIP/90 e o método do ACI, adotado na NBR-6118. Os resultados obtidos indicam que este último método não deve ser utilizado para o cálculo das flechas de longa duração das vigas de concreto armado.

ABSTRACT

The subject of this work is to analyze some simplified methods to prediction of deflections of reinforced concrete beams. A nonlinear model is developed and it is employed to verify simplified procedures. Simplified methods considered are the bilinear method of CEB, an approximate equation presented in the CEB-FIP/90 model code and the ACI method, which is adopted by Brazilian norm NBR-6118. Obtained results indicate that this last method is not recommended to calculate long-term deflections of reinforced concrete beams.

1 - INTRODUÇÃO

O projeto das estruturas de concreto armado envolve duas etapas distintas, porém de igual importância para a obtenção de uma estrutura bem projetada. Numa primeira etapa, avaliam-se as cargas e os esforços solicitantes e realiza-se o dimensionamento dos diversos elementos estruturais, introduzindo-se os coeficientes de segurança. Esta é a etapa correspondente à análise dos estados limites últimos, onde a preocupação fundamental é com a segurança da estrutura.

Numa segunda etapa, deve-se verificar os estados limites de utilização: estado limite de abertura das fissuras e estado limite de deformações excessivas. Para essas verificações, consideram-se as combinações de serviço das ações, ou seja, os esforços são obtidos para o carregamento de serviço, sem a introdução de coeficientes de majoração. Da mesma forma,

consideram-se as resistências médias dos materiais, no lugar das resistências de cálculo empregadas no dimensionamento.

De acordo com as normas de projeto, em particular a NBR-6118⁽⁶⁾, as flechas das vigas devem ser calculadas para as combinações quase permanentes do carregamento, incluindo-se os efeitos da fissuração e das deformações diferidas do concreto.

As combinações quase permanentes são combinações de ações que podem atuar durante grande parte do período de vida da estrutura, da ordem da metade deste período. Em cada combinação, as ações permanentes são consideradas com os seus valores integrais e as ações variáveis são consideradas com os seus valores reduzidos por meio de um coeficiente $\psi_2 < 1$, estabelecidos na NBR-8681⁽⁷⁾.

No caso particular dos edifícios, quando se consideram apenas as cargas permanentes e as

cargas acidentais, a carga de serviço na combinação quase permanente, p_o , é dada por

$$p_o = g + 0,3q \quad (1)$$

onde g e q representam os valores característicos das cargas permanentes e da carga acidental, respectivamente.

Uma vez que a análise é feita para as cargas de serviço, admite-se que as tensões de compressão na estrutura são pequenas o bastante para que se possa considerar um comportamento elástico linear para o concreto. Dessa forma, podem ser elaborados processos simplificados de análise, nos quais a única fonte de não-linearidade é decorrente da fissuração do concreto. Com isso, consegue-se uma razoável simplificação, o que facilita o projeto das estruturas de concreto armado.

No cálculo das flechas das vigas, deve-se levar em conta a fissuração, a fluência e a retração do concreto. Para a intensidade do carregamento quase permanente, a colaboração do concreto tracionado entre fissuras pode ser muito importante, devendo ser incluída na análise.

A análise pode ser feita com diferentes níveis de sofisticação, desde a análise não-linear até o emprego de fórmulas simplificadas que procuram representar uma rigidez equivalente da viga fissurada.

O objetivo deste trabalho é avaliar a precisão de alguns desses métodos simplificados para o cálculo de flechas em vigas de concreto armado. Para isto, considera-se como referência o modelo não-linear apresentado na seção 2. Os métodos simplificados analisados são os seguintes: método bilinear do CEB⁽⁹⁾, fórmula prática do CEB/90⁽¹⁰⁾ e fórmula do ACI⁽¹⁾, adotada na atual NBR-6118⁽⁶⁾.

2 - MODELO NÃO-LINEAR PARA CÁLCULO DE FLECHAS EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO

Para se efetuar um cálculo rigoroso das deformações em vigas de concreto armado, deve-se levar em conta a não-linearidade física decorrente do comportamento mecânico dos materiais. Para isto, é necessário adotar diagramas tensão-deformação compatíveis com os resultados obtidos experimentalmente.

No caso das vigas de concreto armado, submetidas às cargas de serviço, a colaboração do concreto tracionado entre fissuras é de extrema importância. Esse comportamento pode ser modelado através de um diagrama tensão-deformação enrijecido para a armadura, ou através de um diagrama tensão-deformação para o concreto tracionado⁽³⁾.

Por outro lado, deve-se levar em conta os efeitos da fluência e da retração do concreto, o que pode ser feito através de modelos reológicos com diferentes níveis de sofisticação⁽⁸⁾. O emprego dos modelos reológicos, baseados na cadeia de Maxwell ou na cadeia de Kelvin, requer uma integração no tempo, na qual as deformações da estrutura são obtidas passo a passo. Esse procedimento é oneroso e desnecessário em nível de projeto, especialmente no projeto dos edifícios, pelas seguintes razões:

- a integração no tempo leva a resultados que são dependentes da função de fluência utilizada;
- os resultados experimentais indicam uma enorme variabilidade na lei de evolução das deformações diferidas do concreto, de modo que qualquer função de fluência que for adota representa apenas uma estimativa grosseira do comportamento do concreto;
- o carregamento quase permanente empregado na análise representa apenas um valor convencional das reais cargas de longa duração que atuam na estrutura;
- a história do carregamento real na estrutura é desconhecida, podendo variar bastante de uma estrutura para outra.

Em vista disto, as análises numéricas através de cadeias reológicas, apesar de representarem com maior fidelidade o comportamento do concreto, perdem sentido quando aplicadas ao projeto das estruturas reais dos edifícios. Nesses casos, interessa estimar a resposta final da estrutura, a partir de parâmetros de entrada também estimados para as cargas e para as propriedades dos materiais, particularmente as propriedades mecânicas do concreto. Dessa forma, o modelo não-linear deve ter o equilíbrio entre a precisão numérica e a simplicidade, compatível com a realidade.

O modelo não-linear utilizado neste trabalho tem sua precisão demonstrada em diversos trabalhos anteriores^(2,5) e permite obter as flechas prováveis das vigas de concreto armado.

Na fig. 1, representa-se o diagrama tensão-deformação do concreto, obtido em um ensaio de compressão simples.

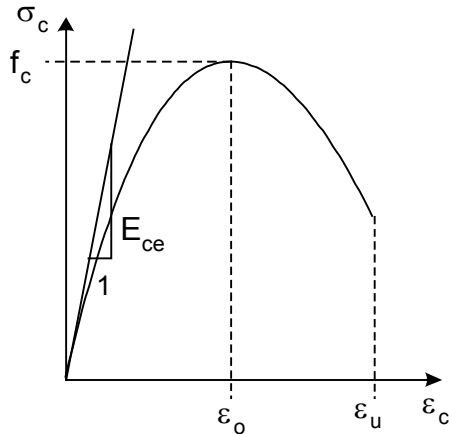


Fig. 1 – Diagrama tensão-deformação do concreto comprimido

De acordo com o CEB/90⁽¹⁰⁾, a tensão de compressão no concreto, σ_c , é dada por

$$\sigma_c = -f_c \left[\frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta} \right] \quad (2)$$

onde $k = -E_{ce}\epsilon_o/f_c$, $\eta = \epsilon_c/\epsilon_o$ e ϵ_c é a deformação de compressão.

Para a deformação ϵ_o , correspondente à máxima tensão de compressão, adota-se o valor $\epsilon_o = -0,0022(1+\varphi)$, onde φ é o coeficiente de fluência do concreto. A deformação de ruptura é $\epsilon_u = -0,0035(1+\varphi)$.

O módulo de deformação longitudinal inicial, E_c , é obtido a partir da resistência média à compressão, f_c , através da expressão

$$E_c = 21500 (f_c/10)^{1/3} \quad (3)$$

com f_c e E_c em MPa.

De acordo com as recomendações do CEB/90, a resistência média à compressão pode ser estimada como

$$f_c = f_{ck} + 8 \text{ MPa} \quad (4)$$

onde f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto, em MPa.

Para levar em conta a fluência do concreto, considera-se o módulo de deformação efetivo E_{ce} , dado por

$$E_{ce} = \frac{E_c}{1+\varphi} \quad (5)$$

Para o concreto tracionado, adota-se o diagrama tensão-deformação indicado na fig. 2.

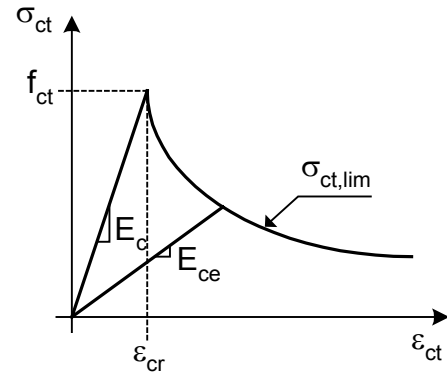


Fig. 2 – Diagrama tensão-deformação para o concreto tracionado

A tensão de tração no concreto, σ_{ct} , é dada por

$$\sigma_{ct} = E_{ce}\epsilon_{ct} \leq \sigma_{ct,lim} \quad (6)$$

onde ϵ_{ct} é a deformação de tração e $\sigma_{ct,lim}$ é a máxima tensão de tração para o concreto fissurado, dada por

$$\sigma_{ct,lim} = f_{ct} \left(\frac{\epsilon_{cr}}{\epsilon_{ct}} \right)^{0,6} \quad (7)$$

onde $\epsilon_{cr} = f_{ct}/E_c$ é a deformação de fissuração.

A equação (7) leva em conta a colaboração do concreto tracionado entre fissuras e reproduz satisfatoriamente os resultados experimentais, conforme pode ser verificado na referência [2].

De acordo com o CEB/90, a resistência à tração do concreto, f_{ct} , pode ser estimada, a partir da resistência característica à compressão, através da expressão

$$f_{ct} = 1,40 \left(\frac{f_{ck}}{10} \right)^{2/3} \quad (8)$$

com f_{ck} e f_{ct} em MPa.

Conforme se observa, o modelo constitutivo é uma extensão do método do módulo efetivo, para o caso não-linear. Esse modelo é satisfatório quando as variações de tensão no concreto, que ocorrem durante o seu envelhecimento, são pequenas. Se o concreto sofrer grandes variações de tensão ao longo do tempo, o modelo pode ser melhorado adotando-se o módulo de deformação ajustado. Isto é equivalente a considerar um coeficiente de fluência ajustado $\varphi_a = \zeta\varphi$, onde ζ é o coeficiente de envelhecimento⁽³⁾. Em geral, pode-se considerar $\zeta = 0,8$.

Na presente análise, como considera-se que a carga quase permanente p_o não sofre variação ao longo do tempo, pode-se adotar $\zeta = 1$ com uma boa aproximação.

A deformação total no concreto, $\varepsilon_{c,tot}$, é dada por

$$\varepsilon_{c,tot} = \varepsilon_{c\sigma} + \varepsilon_{cs} \quad (9)$$

onde $\varepsilon_{c\sigma}$ é a parcela da deformação dependente da tensão aplicada e ε_{cs} é a deformação de retração.

Desse modo, as tensões no concreto são obtidas com o modelo anterior, considerando a parcela da deformação $\varepsilon_{c\sigma} = \varepsilon_{c,tot} - \varepsilon_{cs}$.

Para o aço, adota-se o diagrama tensão-deformação representado na fig. 3, para tração e para compressão.

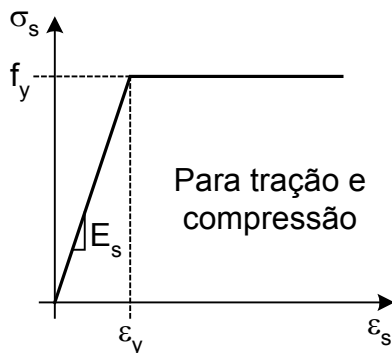


Fig. 3 – Diagrama tensão-deformação para o aço

A análise estrutural é feita com o método dos elementos finitos, conforme descrito no capítulo 9 da referência [4]. O elemento empregado é o tradicional elemento de pórtico plano, com dois nós e três graus de liberdade por nó. Em cada elemento, consideram-se três pontos de integração

de Gauss-Legendre, para a determinação das ações nodais não-lineares.

Na fig. 4, indica-se a seção transversal analisada e a discretização da mesma em n faixas, para as integrações numéricas ao longo da altura da seção.

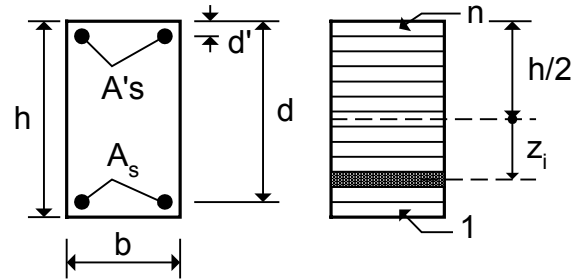


Fig. 4 – Seção transversal e discretização em faixas

Empregando o método dos elementos finitos, a deformação axial ε_x em uma fibra genérica da seção, situada a uma distância z do eixo da barra, é dada por

$$\varepsilon_x = \varepsilon_o + z\chi \quad (10)$$

onde ε_o e χ representam a deformação axial e a curvatura, obtidas a partir dos deslocamentos nodais do elemento.

A expressão (10) é empregada para calcular a deformação nas camadas de aço, bastando usar para z a distância da camada até o eixo da barra. Entrando com essa deformação no diagrama tensão-deformação da fig. 3, obtém-se a tensão σ_s nas armaduras.

A expressão (10) fornece as deformações totais no concreto, incluindo a fluência e a retração. A deformação mecânica $\varepsilon_{c\sigma}$ é dada por

$$\varepsilon_{c\sigma} = \varepsilon_o + z\chi - \varepsilon_{cs} \quad (11)$$

onde $z = z_i$, com $i = 1, \dots, n$, representa a distância do centro da faixa de concreto até o eixo da barra.

Com a deformação $\varepsilon_{c\sigma}$, emprega-se o modelo constitutivo para o concreto, obtendo-se a tensão no centro de cada faixa.

A partir daí, segue-se o procedimento descrito em [4] para obter os deslocamentos da estrutura correspondentes a um determinado nível de carga. Empregando um processo incremental no carregamento, pode-se obter uma resposta

completa até a ruína da estrutura, ou até um nível de carga desejado.

Considera-se a ocorrência da ruína, quando a deformação de compressão no concreto for menor ou igual a $\varepsilon_u = -0,0035(1 + \varphi)$, ou quando a deformação de tração na armadura alcançar o valor limite de 0,010.

3 – MÉTODO BILINEAR DO CEB

De acordo com o método bilinear do CEB⁽⁹⁾, descrito em detalhes na referência[3], a flecha W da viga é obtida por interpolação da flecha W_1 , calculada no estágio I, e da flecha W_2 , calculada no estágio II puro. Essas flechas são dadas por

$$W_1 = W_1(t_o) + (\Delta W_1)_{cc} + (\Delta W_1)_{cs} \quad (12)$$

$$W_2 = W_2(t_o) + (\Delta W_2)_{cc} + (\Delta W_2)_{cs} \quad (13)$$

onde

$W_1(t_o)$ e $W_2(t_o)$ = flechas no instante inicial t_o , calculadas no estágio I e no estágio II puro;

$(\Delta W_1)_{cc}$ e $(\Delta W_2)_{cc}$ = incrementos de flecha devidos à fluência do concreto, calculados no estágio I e no estágio II puro;

$(\Delta W_1)_{cs}$ e $(\Delta W_2)_{cs}$ = incrementos de flecha devidos à retração do concreto, calculados no estágio I e no estágio II puro.

Os incrementos de flecha devidos à fluência do concreto são dados por

$$(\Delta W_1)_{cc} = r_{cc1} \varphi W_1(t_o) \quad (14)$$

$$(\Delta W_2)_{cc} = r_{cc2} \varphi W_2(t_o) \quad (15)$$

onde r_{cc1} e r_{cc2} são coeficientes que dependem das taxas de armadura na seção transversal.

Os incrementos de flecha devidos à retração do concreto são dados por

$$(\Delta W_1)_{cs} = r_{cs1} \varepsilon_{cs} \frac{l^2}{\alpha d} f_r \quad (16)$$

$$(\Delta W_2)_{cs} = r_{cs2} \varepsilon_{cs} \frac{l^2}{\alpha d} f_r \quad (17)$$

onde r_{cs1} e r_{cs2} são coeficientes dependentes das taxas de armadura, ε_{cs} é a deformação específica de retração, l é o vão da viga, d é a altura útil da seção transversal, α e f_r são coeficientes que dependem da vinculação da viga.

Para uma viga biapoiada, $\alpha = 8$ e $f_r = 1$.

Os coeficientes r_{cc1} , r_{cc2} , r_{cs1} e r_{cs2} podem ser obtidos das tabelas apresentadas na referência [3].

Assim, a flecha W , levando em conta a colaboração do concreto tracionado entre fissuras, é interpolada na forma

$$W = (1 - \eta)W_1 + \eta W_2 \quad (18)$$

onde

$$\eta = 0, \text{ se } M < M_r \quad (19)$$

$$\eta = 1 - 0,5 M_r / M, \text{ se } M \geq M_r \quad (20)$$

Nas equações (19) e (20), M é o momento fletor solicitante e M_r é o momento de fissuração.

Deve-se observar que o coeficiente η varia ao longo do eixo da viga pois, tanto M , quanto M_r , variam de seção para seção transversal. Na prática, é necessário adotar um valor constante para η , calculado para uma seção crítica. Do mesmo modo, as flechas W_1 e W_2 devem ser calculadas considerando a rigidez da seção crítica. Assim, a rigidez no estágio I, K_I , e a rigidez no estágio II puro, K_{II} , são obtidas com as armaduras existentes na seção crítica.

No caso de uma viga biapoiada ou de uma viga contínua, a seção crítica é considerada no meio do vão. Para os balanços, a seção crítica corresponde ao extremo engastado.

Observa-se que a flecha é calculada em uma seção de referência, que pode não coincidir com a seção crítica.

O momento de fissuração é dado por

$$M_r = \frac{K_I f_{ct}}{E_{cs} (h - x_I)} \quad (21)$$

onde $E_{cs} = 0,85 E_c$ é o módulo de deformação longitudinal secante do concreto, h é a altura da

seção e x_I é a profundidade da linha neutra no estágio I.

Se as armaduras forem desprezadas, $x_I = 0,5h$ e $K_I = E_{cs}bh^3/12$, resultando a expressão aproximada $M_r = bh^2 f_{ct}/6$.

As expressões de x_I , K_I e K_{II} podem ser obtidas na referência [3].

4 – FÓRMULA PRÁTICA DO CEB/90

O CEB/90⁽¹⁰⁾ recomenda uma fórmula prática para o cálculo das flechas das vigas fissuradas sob as cargas de serviço. Inicialmente, calcula-se a flecha de referência W_c , considerando a rigidez $E_{cs}I_c$ da seção de concreto simples, onde E_{cs} é o módulo secante e I_c é o momento de inércia da seção de concreto simples (no estágio I e sem a consideração das armaduras).

A flecha \bar{W} , incluindo os efeitos da fluência e da fissuração do concreto, é dada por

$$\bar{W} = \left(\frac{h}{d}\right)^3 K_t (1 - 20\rho') W_c \quad (22)$$

onde $\rho = A_s/(bd)$, $\rho' = A'_s/(bd)$ e o coeficiente K_t é dado em uma tabela, em função da taxa de armadura tracionada ρ .

Conforme a referência [3], o coeficiente K_t pode ser escritos na forma

$$K_t = 0,09547\rho^{-0,71186} \quad (23)$$

A flecha obtida com a expressão (22) não inclui os efeitos da retração do concreto. Esse efeito pode ser considerado, a favor da segurança, adicionando-se ao valor de \bar{W} a parcela $(\Delta W_2)_{cs}$ dada na equação (17).

5 – CÁLCULO DE FLECHAS EM VIGAS SEGUNDO A NBR-6118

A NBR-6118⁽⁶⁾ adota o processo simplificado do ACI⁽¹⁾ para o cálculo de flechas das vigas de concreto armado. A flecha inicial $W(t_o)$ é obtida considerando-se um momento de inércia equivalente I_{eq} , dado por

$$I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M}\right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M}\right)^3\right] I_2 \leq I_c \quad (24)$$

onde

I_c = momento de inércia da seção de concreto simples;

I_2 = momento de inércia da seção de concreto armado no estágio II puro;

M = momento fletor solicitante;

M_r = momento de fissuração.

De acordo com a NBR-6118, o momento de fissuração é dado por

$$M_r = \frac{\alpha I_c f_{ct}}{y_t} \quad (25)$$

onde y_t é a distância do centróide da seção à fibra mais tracionada.

O coeficiente α tem os seguintes valores:

$\alpha = 1,2$ para seções T ou duplo T;

$\alpha = 1,5$ para seções retangulares.

No caso das seções retangulares, o momento de fissuração passa a ser dado por $M_r = bh^2 f_{ct}/4$. O momento de inércia I_2 é igual a K_{II}/E_{cs} , onde K_{II} é a rigidez no estágio II, determinada como na referência [3].

Entretanto, de acordo com a NBR-6118, o módulo de deformação secante do concreto é dado por

$$E_{cs} = 0,85 \times 5600 \sqrt{f_{ck}}, \text{ MPa} \quad (26)$$

A flecha adicional ΔW , incluindo os efeitos das deformações diferidas do concreto, é dada por

$$\Delta W = \left[\frac{f(t) - f(t_o)}{1 + 50\rho'} \right] W(t_o) \quad (27)$$

onde $\rho' = A'_s/(bd)$ é a taxa da armadura de compressão na seção crítica e a função $f(t)$ é dada por

$$f(t) = 0,68 \times 0,996^t t^{0,32} \leq 2 \quad (28)$$

com t em meses.

Considerando $t_o \cong 1$ mês e $t \geq 70$ meses, resulta

$$\Delta W = \left[\frac{1,32}{1 + 50\rho'} \right] W(t_o) \quad (29)$$

que é a expressão adotada nos exemplos apresentados a seguir.

A flecha final da viga é dada por

$$W = W(t_o) + \Delta W \quad (30)$$

6 - RESULTADOS

Os resultados apresentados neste trabalho referem-se à viga biapoiada representada na fig. 5.

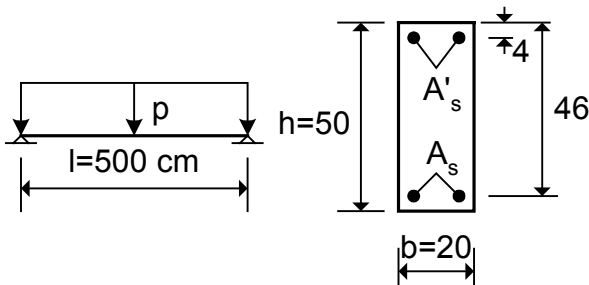


Fig. 5 – Carregamento e geometria da viga

A viga é submetida a uma carga uniformemente distribuída, composta pela parcela permanente, g , e pela parcela acidental, q . Admitindo que $q \cong 0,15g$ e considerando a equação (1), resulta $p_o = 0,90p_k$, onde $p_k = g + q$ é a carga total de serviço atuante na viga.

Em todos os exemplos, considera-se um concreto com $f_{ck} = 20$ MPa e o aço CA-50 ($f_{yk} = 50$ kN/cm²). O coeficiente de fluência do concreto é $\varphi = 2,5$ e a deformação de retração é considerada igual a $\varepsilon_{cs} = -50 \times 10^{-5}$.

Para um dado valor da carga de serviço, realiza-se o dimensionamento da seção retangular indicada na fig. 5, considerando os coeficientes parciais de segurança $\gamma_f = 1,4$ (para majorar as cargas), $\gamma_c = 1,4$ (para minorar a resistência à compressão do concreto) e $\gamma_s = 1,15$ (para minorar a tensão de escoamento do aço). Quando o dimensionamento indicar a solução com armadura simples, adota-se a área $A'_s = 0,62$ cm² (área de 2 barras de 6,3mm) como armadura de

compressão. Para a armadura tracionada, respeita-se a área mínima de 1,50cm².

Na tabela 1, apresentam-se os resultados do dimensionamento das vigas.

Tabela 1 – Armaduras das vigas

Viga	Cargas (kN/m)		Armaduras (cm ²)	
	p_k	p_o	A_s	A'_s
V1	5	4,5	1,50	0,62
V2	10	9,0	2,29	0,62
V3	15	13,5	3,52	0,62
V4	20	18,0	4,83	0,62
V5	25	22,5	6,22	0,62
V6	30	27,0	7,72	0,62
V7	35	31,5	9,36	0,62
V8	40	36,0	11,18	0,62
V9	45	40,5	13,00	0,62
V10	50	45,0	14,20	1,52

Na análise não-linear, considera-se o módulo de deformação longitudinal tangente do concreto, dado pelas expressões (3) e (4), conforme o CEB/90. Para um concreto com $f_{ck} = 20$ MPa, resulta $E_c = 30303$ MPa. No método bilinear e na fórmula prática do CEB, emprega-se o módulo secante, cujo valor é $E_{cs} = 25757$ MPa, conforme o CEB/90.

No método da NBR-6118, adota-se o módulo secante $E_{cs} = 21287$ MPa, conforme a equação (26).

Em todos os casos, adota-se $E_s = 200$ GPa como sendo o módulo de elasticidade do aço.

Na fig. 6, apresentam-se as respostas da viga V3, obtidas com o modelo não-linear. Nessa figura, W_o representa a flecha inicial, $W_{o,c}$ é a flecha inicial acrescida dos efeitos da fluência e $W_{o,c+s}$ é a flecha total, incluindo a fluência e a retração. A análise é feita até a carga de 20kN/m, inferior à carga de ruptura da viga.

Pela fig. 6, observa-se que a carga quase permanente é maior que a carga de fissuração. Logo, a viga V3 está no estágio II, quando submetida ao carregamento quase permanente. Isto ocorre para todas as vigas analisadas, exceto para a viga V1, que se encontra no estágio I quando submetida à carga quase permanente. Logo, para a viga V1, não se aplica a fórmula prática indicada na seção 4.

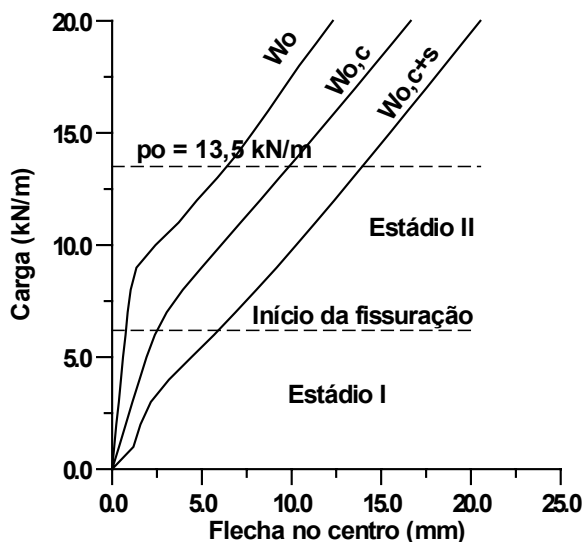


Fig. 6 – Respostas para a viga V3, obtidas com o modelo não-linear

Por analogia com a equação (29), pode-se escrever

$$W_{o,c} - W_o = R_{cc}W_o \quad (31)$$

$$W_{o,c+s} - W_o = R_{cs}W_o \quad (32)$$

onde os coeficientes globais R_{cc} e R_{cs} permitem obter os acréscimos de flecha decorrentes da fluência e decorrentes da fluência mais a retração, respectivamente.

Na fig. 7, apresentam-se as variações dos coeficientes R_{cc} e R_{cs} obtidos para a viga V3 com o modelo não-linear. Na mesma figura, indica-se a relação proposta na NBR-6118, por meio da expressão (29).

Observa-se pela fig. 7 que os coeficientes R_{cc} e R_{cs} são fortemente dependentes do nível do carregamento. Esses coeficientes são maiores no estágio I, quando as cargas são pequenas e o concreto não está fissurado. À medida que a fissuração se propaga, em decorrência do aumento do carregamento, os coeficientes vão diminuindo. Conclui-se, portanto, que os acréscimos de flecha devidos às deformações diferidas do concreto dependem do grau de fissuração da viga, o qual pode ser medido pela relação entre o momento fletor solicitante M e o momento de fissuração M_r .

Desse modo, a relação (27), indicada na NBR-6118, não representa adequadamente as

deformações diferidas do concreto, pois ela é independente do carregamento. Essa expressão subestima os efeitos das deformações diferidas para vigas com uma carga pequena, com $M < M_r$ (no estágio I), ou com M pouco maior que M_r (no início do estágio II). Por outro lado, a expressão (27) superestima as deformações diferidas para vigas em avançado estado de fissuração, quando $M \gg M_r$.

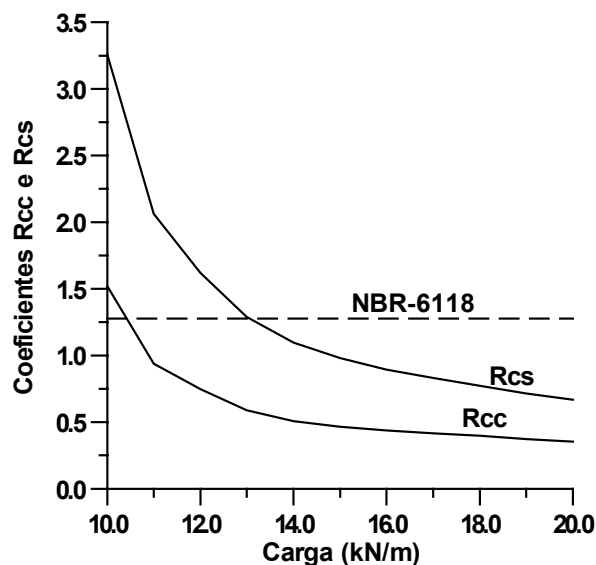


Fig. 7 – Coeficientes globais para cálculo da flecha diferida – para a viga V3

Na fig. 8, apresenta-se a flecha inicial no meio do vão das 10 vigas analisadas, quando as mesmas estão submetidas às respectivas cargas quase permanentes, conforme a tabela 1. Observa-se que a fig. 8 não representa uma relação carga-deslocamento, pois cada ponto corresponde a uma viga com armadura diferente.

Conforme se verifica na fig. 8, tanto o método bilinear, quanto o método da NBR-6118 (equação 24), se aproximam bastante do modelo não-linear. As pequenas diferenças verificadas entre os diversos métodos são devidas às diferentes definições para o momento de fissuração e para o módulo de deformação longitudinal do concreto. Entretanto, as variações são da ordem de 10% na maioria dos casos. Assim, conclui-se que as flechas iniciais das vigas podem ser avaliadas por qualquer um desses métodos simplificados.

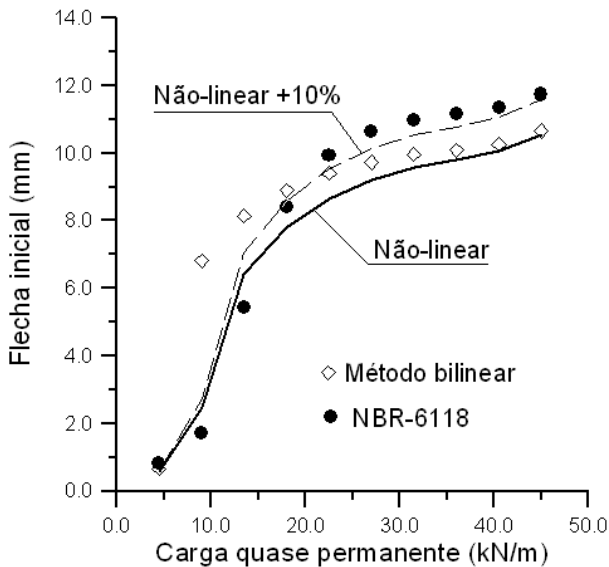


Fig. 8 – Flecha inicial para as cargas quase permanentes pelos diferentes métodos

Na fig. 9, apresentam-se as flechas $W_{o,c}$ incluindo os efeitos da fluência (mas sem considerar a retração) para as vigas analisadas.

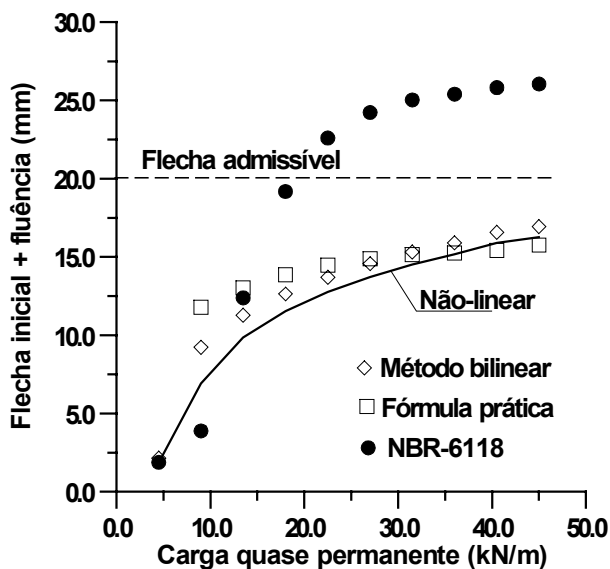


Fig. 9 – Flecha inicial acrescida da fluência pelos diferentes métodos

Conforme se observa na fig. 9, tanto o método bilinear, quanto a fórmula prática do CEB/90, concordam satisfatoriamente com o modelo não-linear. Entretanto, a formulação da NBR-6118 fornece valores excessivos para a flecha final das vigas com carga superior a 15kN/m. Para 6 vigas analisadas, o método da NBR-6118 indica que a flecha final é maior que a flecha admissível, o que contraria todos os demais métodos.

Na fig. 10, apresentam-se as flechas $W_{o,c+s}$ incluindo os efeitos da fluência e da retração. Observa-se que, mesmo considerando a retração, a flecha final é menor ou igual à flecha admissível para todas as vigas, quando o cálculo é feito com o modelo não-linear, com o método bilinear ou através da fórmula prática. Apenas a formulação da NBR-6118 indica que 6 vigas apresentam flecha maior que a flecha admissível. Isto ocorre porque a equação (27) superestima os efeitos das deformações diferidas do concreto.

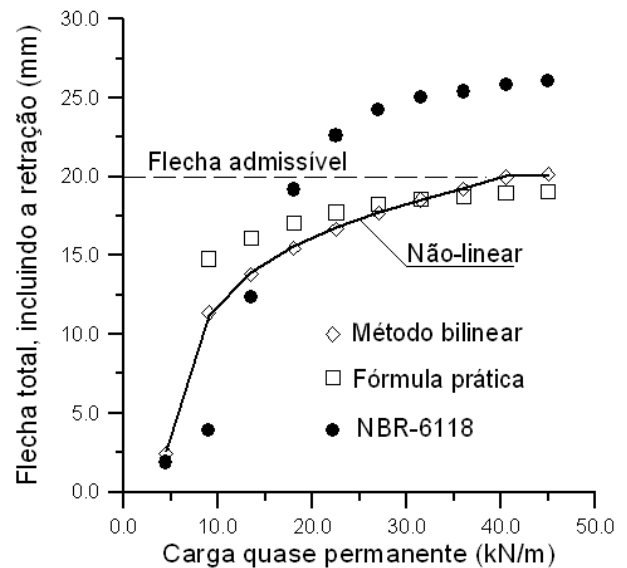


Fig. 10 – Flecha total pelos diferentes métodos

7 - CONCLUSÕES

Os resultados apresentados neste trabalho indicam uma boa concordância entre os modelos simplificados, no que se refere ao cálculo das flechas iniciais das vigas de concreto armado. Neste caso, o método bilinear e o método adotado pela NBR-6118 fornecem resultados compatíveis com a análise não-linear.

Quando se consideram as deformações diferidas do concreto, verifica-se uma boa concordância do método bilinear e da fórmula prática do CEB em relação à análise não-linear. Qualquer um desses dois métodos simplificados pode ser utilizado para a avaliação das flechas das vigas sob cargas de longa duração.

Entretanto, o método da NBR-6118 não reproduz satisfatoriamente os efeitos das deformações diferidas do concreto na resposta das vigas de concreto armado. Esse método subestima as flechas das vigas pouco solicitadas, quando elas ainda se encontram no estágio I, ou no início do

estádio II (na região de formação das fissuras). Por outro lado, o método da NBR-6118 superestima as flechas das vigas mais solicitadas, em um estado de fissuração mais adiantado.

Em vista dos resultados apresentados, pode-se recomendar tanto o método bilinear, quanto a fórmula prática do CEB/90 para o cálculo das flechas das vigas de concreto armado, incluindo-se os efeitos das deformações diferidas. Entretanto, não se recomenda o emprego do método da NBR-6118, em virtude das imprecisões mostradas neste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. American Concrete Institute – *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-95) and Commentary (ACI 318R-95)*. Detroit, 1995.
2. Araújo, J. M. – *Modelo para análise de vigas de concreto armado*. Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas, No. 32, p.9-14, Lisboa, Julho, 1991.
3. Araújo, J. M. – *Curso de Concreto Armado. Vol. 2*. Editora Dunas, Rio Grande, 2^a ed., 2003.
www.mikrus.com.br/ed.dunas
4. Araújo, J. M. – *Curso de Concreto Armado. Vol. 3*, Editora Dunas, Rio Grande, 2^a. ed. 2003.
www.mikrus.com.br/ed.dunas
5. Araújo, J. M. – *Um modelo para análise não-linear de lajes nervuradas de concreto armado*. Revista Engenharia, Ciência e Tecnologia, v.06, n.2, p.3-13, UFES, Vitória, 2003.
6. Associação Brasileira de Normas Técnicas - *Projeto de Estruturas de Concreto. NBR-6118*. Rio de Janeiro, 2003.
7. Associação Brasileira de Normas Técnicas – *Ações e Segurança nas Estruturas. NBR-8681*. Rio de Janeiro, 2003.
8. Bazant, Z. P.; Prasannan, S. - *Solidification theory for concrete creep*. Journal of Engineering Mechanics, v. 115, n.8, p.1691-1725, 1989.
9. Comité Euro-International du Béton – *CEB Design Manual on Cracking and Deformations*. Lausanne, 1985.
10. Comité Euro-International du Béton - *CEB-FIP Model Code 1990*. Lausanne, 1993.