

O módulo de deformação longitudinal do concreto

José Milton de Araújo

Departamento de Materiais e Construção - FURG - Rio Grande, RS

RESUMO: Neste trabalho é feito um estudo sobre a correlação existente entre o módulo de deformação longitudinal do concreto e sua resistência à compressão. Diversos resultados experimentais disponíveis na bibliografia são utilizados para testar a validade de algumas fórmulas de projeto. Em particular, são analisadas as fórmulas propostas pelo CEB, pelo ACI e a fórmula proposta no projeto de reformulação da norma brasileira NBR-6118. Do estudo realizado, conclui-se que a fórmula do CEB é a que melhor representa a correlação entre o módulo de deformação longitudinal e a resistência à compressão do concreto.

1. INTRODUÇÃO

O concreto apresenta um comportamento não-linear, quando submetido a tensões de certa magnitude. Esse comportamento é decorrente da microfissuração progressiva que ocorre na interface entre o agregado graúdo e a pasta de cimento.

O diagrama tensão-deformação ($\sigma_c - \varepsilon_c$), obtido em um ensaio de compressão simples, é da forma indicada na fig. 1, onde observa-se que não há proporcionalidade entre tensão e deformação. O trecho descendente do diagrama é obtido em um ensaio com velocidade de deformação controlada.

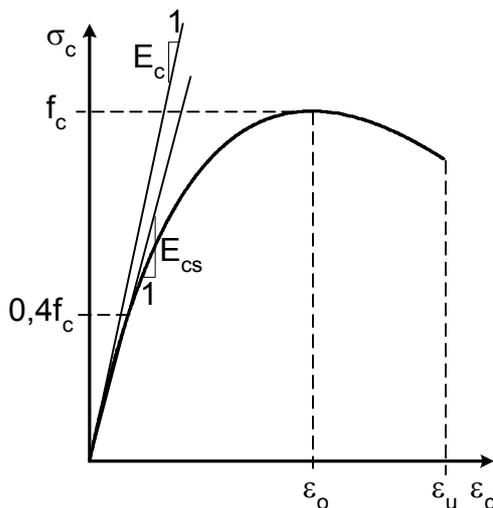


Fig. 1 - Diagrama tensão-deformação do concreto (compressão simples)

Na fig. 1, E_c é o módulo de deformação longitudinal tangente, representando a inclinação da reta tangente à curva na origem do diagrama.

Analogamente, o módulo secante E_{cs} representa a inclinação da reta que passa pela origem e corta o diagrama no ponto correspondente a uma tensão da ordem de $0,4f_c$, sendo f_c a resistência à compressão simples.

Experimentalmente, verifica-se que o módulo de deformação longitudinal depende do valor da resistência à compressão do concreto. O mesmo ocorre com as deformações ε_o e ε_u indicadas na fig. 1.

Diversas correlações entre o módulo de deformação longitudinal e a resistência à compressão do concreto têm sido encontradas em trabalhos de pesquisa, estando algumas delas recomendadas nas normas de projeto. Essas correlações são válidas para concretos de massa específica normal e para carregamento estático. Para cargas dinâmicas, ocorre um aumento no valor do módulo de deformação longitudinal.

A seguir são apresentadas as relações propostas pelo CEB/90[4], pelo ACI[1] e a fórmula constante no projeto da nova NBR-6118[2]. Como é usual nos códigos de projeto, admite-se o mesmo valor para o módulo em tração e em compressão.

2. RELAÇÕES ENTRE O MÓDULO DE DEFORMAÇÃO E A RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO

a) Relação do CEB/90

Segundo o CEB/90, o módulo tangente pode ser obtido através da expressão

$$E_c = 21500 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{1/3}, \text{ MPa} \quad (1)$$

onde $f_{cm} = f_{ck} + 8$ MPa é a resistência média à compressão, estimada a partir da resistência característica f_{ck} .

O módulo secante é dado por

$$E_{cs} = 0,85E_c \quad (2)$$

A expressão (1) é válida para concretos feitos com agregados de quartzo (granito e gnaiss). Essa expressão deve ser multiplicada por 1,2 se forem usados agregados de basalto, por 0,9 para agregados de calcário e por 0,7 para agregados de arenito.

b) Relação do ACI

Segundo o ACI, o módulo secante E_{cs} é dado por

$$E_{cs} = 4730\sqrt{f_{ck}}, \text{ MPa} \quad (3)$$

O módulo secante do ACI é definido como a inclinação da reta que passa pela origem do diagrama tensão-deformação e pelo ponto correspondente a uma tensão igual a $0,45f_{ck}$.

Considerando a equação (2), obtém-se a expressão do módulo tangente ($E_c = E_{cs}/0,85$), na forma

$$E_c = 5565\sqrt{f_{ck}}, \text{ MPa} \quad (4)$$

c) Relação da nova NBR-6118

A expressão para o módulo tangente proposta no projeto da nova NBR-6118 é derivada do ACI. Na verdade é a mesma expressão do ACI, onde o coeficiente 5565 é substituído por 5600. Assim, a fórmula apresentada no projeto da nova NBR-6118 é dada por

$$E_c = 5600\sqrt{f_{ck}}, \text{ MPa} \quad (5)$$

O módulo secante é obtido com o emprego da equação (2).

Observa-se que, tanto o ACI, quando o projeto da nova NBR-6118, fornecem o módulo de deformação longitudinal em função de f_{ck} .

A rigor, o módulo de deformação longitudinal do concreto é uma função de sua resistência média f_{cm} e não da resistência característica f_{ck} . Desse modo, quando a resistência média real do concreto for conhecida, ela deve ser usada diretamente na

expressão (1). Na fase de projeto, a resistência média deve ser estimada, podendo-se adotar $f_{cm} = f_{ck} + 8$ MPa, conforme sugere o CEB/90.

Nos comentários existentes no anexo A.7 do projeto da nova NBR-6118, reconhece-se que o módulo de deformação está ligado ao valor médio da resistência e não ao valor característico. Em seguida, justifica-se o emprego da expressão (5) pelo fato de que na fase de projeto f_{cm} não é conhecido. Evidentemente, isto não é justificativa, pois f_{cm} pode ser estimado em função de f_{ck} , como faz o CEB. Na tentativa de corrigir essa incoerência de formulação, permite-se avaliar o comportamento global da estrutura com o emprego do módulo tangente E_c , já que "para a estrutura toda é adequado avaliar a rigidez a partir de f_{cm} ".

O fato é que, no projeto da nova NBR-6118, optou-se pela formulação do ACI, em vez da formulação do CEB.

O módulo de deformação longitudinal do concreto depende de diversos fatores, sendo a resistência à compressão apenas um deles. As propriedades elásticas dos agregados, por exemplo, têm uma grande influência sobre o módulo de deformação do concreto e são consideradas na formulação do CEB/90.

No anexo A.7 do projeto da nova NBR-6118, é sugerida uma expressão que leva em conta o tipo de agregado e a consistência do concreto. Essa expressão é dada por

$$E_c = a_1 a_2 5600\sqrt{f_{ck}}, \text{ MPa} \quad (6)$$

onde o coeficiente a_1 leva em conta o tipo de agregado e o coeficiente a_2 leva em conta a consistência do concreto fresco.

Os coeficientes a_1 e a_2 sugeridos no anexo A.7 são os mesmos coeficientes propostos na ref.[8]. Entretanto, na ref.[8], concluiu-se que o modelo do CEB/90 é o que melhor se ajusta aos resultados experimentais, tendo sido sugerida a expressão

$$E_c = a_1 a_2 21500 \left(\frac{f_{ck} + 8}{10} \right)^{1/3}, \text{ MPa} \quad (7)$$

Verifica-se, portanto, que a formulação proposta no projeto da nova NBR-6118 carece de justificativa científica.

Na seção seguinte, os valores do módulo secante calculados com as expressões do CEB/90 e do projeto da nova NBR-6118 são comparados com resultados experimentais disponíveis na bibliografia.

3. COMPARAÇÃO COM RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Nas figuras apresentadas a seguir, comparam-se os módulos secantes obtidos empregando-se as formulações anteriores com alguns resultados experimentais disponíveis na bibliografia. Em todos os casos, considera-se que o módulo secante é dado por

$$E_{cs} = 0,85E_c \quad (8)$$

O módulo tangente, de acordo com o CEB/90, é dado por

$$E_c = 21500 \left(\frac{f_c}{10} \right)^{1/3}, \text{ MPa} \quad (9)$$

onde f_c é a resistência à compressão do concreto obtida no ensaio.

Para levar em conta o tipo de agregado graúdo, a expressão (9) é multiplicada por um coeficiente s , o qual tem os seguintes valores:

- $s = 0,7$, para agregados de arenito;
- $s = 0,9$, para agregados de calcário;
- $s = 1,0$, para agregados de granito e gnaise;
- $s = 1,2$, para agregados de basalto.

O módulo tangente, de acordo com o projeto da nova NBR-6118, é tomado na forma

$$E_c = 5600\sqrt{f_c}, \text{ MPa} \quad (10)$$

não sendo introduzida nenhuma correção para levar em conta o tipo de agregado.

Nas figuras apresentadas a seguir, as curvas obtidas com o emprego da equação (10) são indicadas como sendo o modelo do ACI.

O grau de ajuste das curvas teóricas aos resultados experimentais é determinado com o emprego do coeficiente

$$r = 1 - \frac{\sqrt{\frac{\sum (E_{cs} - E_{ce})^2}{n-1}}}{\frac{1}{n} \sum E_{ce}} \quad (11)$$

onde E_{ce} é o valor do módulo secante obtido experimentalmente, E_{cs} é o módulo secante calculado com uma das fórmulas e n é o número de ensaios.

Na fig. 2, são apresentados os resultados obtidos para concretos feitos com agregado graúdo de gnaise. Os pontos experimentais correspondem aos resultados obtidos com concretos de diversas barragens brasileiras e foram extraídos da ref.[5]. O número de pontos experimentais é igual a 25.

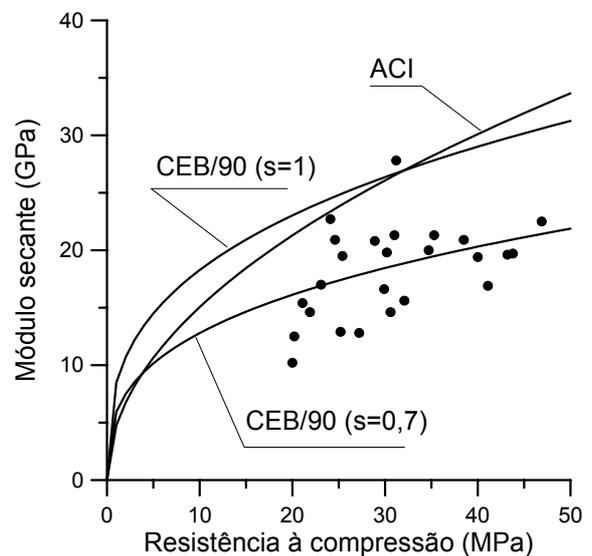


Fig. 2 - Variação do módulo secante com a resistência à compressão - gnaise, ref.[5]

Observa-se pela fig. 2 que tanto a expressão do ACI, quanto a expressão do CEB/90 com $s = 1,0$, superestimam o módulo secante para esses concretos. Entretanto, a expressão do CEB/90, com $s = 0,7$, representa bem a variação do módulo secante em função da resistência à compressão do concreto.

Os seguintes valores foram obtidos para o coeficiente de correlação:

- ACI: $r = 0,51$;
- CEB, com $s = 1,0$: $r = 0,50$;
- CEB, com $s = 0,7$: $r = 0,81$.

Na fig. 3, apresentam-se os resultados para concretos feitos com agregados de basalto das barragens de Itaipu, Itumbiara e Tucuruí. Os pontos experimentais foram extraídos da ref.[5]. O número de ensaios é igual a 52.

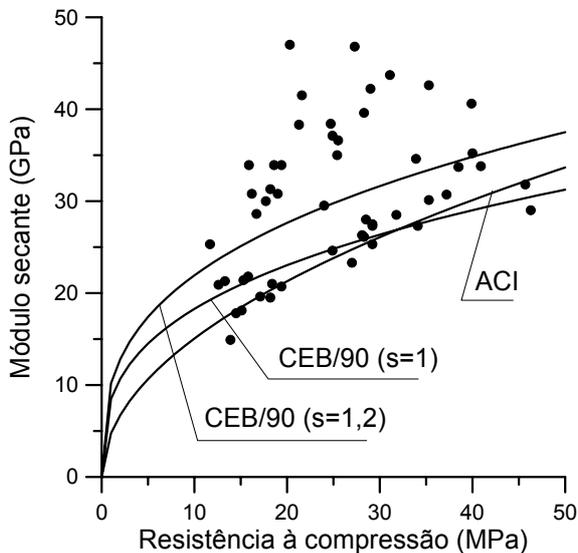


Fig. 3 - Variação do módulo secante com a resistência à compressão - basalto, ref.[5]

Observando a fig. 3, verifica-se que tanto o ACI, quanto o CEB/90 com $s = 1,0$, subestimam o módulo secante. Entretanto, a fórmula do CEB/90 com $s = 1,2$ se ajusta relativamente bem aos resultados experimentais. Os seguintes coeficientes de correlação foram obtidos:

ACI: $r = 0,67$;

CEB, com $s = 1,0$: $r = 0,70$;

CEB, com $s = 1,2$: $r = 0,77$.

Na fig. 4, apresentam-se os resultados para os concretos feitos com agregados de granito. Os pontos experimentais foram extraídos da ref.[5] e o número de ensaios é igual a 12.

Observando a fig. 4, verifica-se que tanto o ACI, quanto o CEB/90 com $s = 1,0$, superestimam o módulo secante. A fórmula do CEB/90 com $s = 0,7$ é a que melhor se ajusta a esses concretos.

Os seguintes coeficientes de correlação foram encontrados:

ACI: $r = 0,48$;

CEB, com $s = 1,0$: $r = 0,53$;

CEB, com $s = 0,7$: $r = 0,88$.

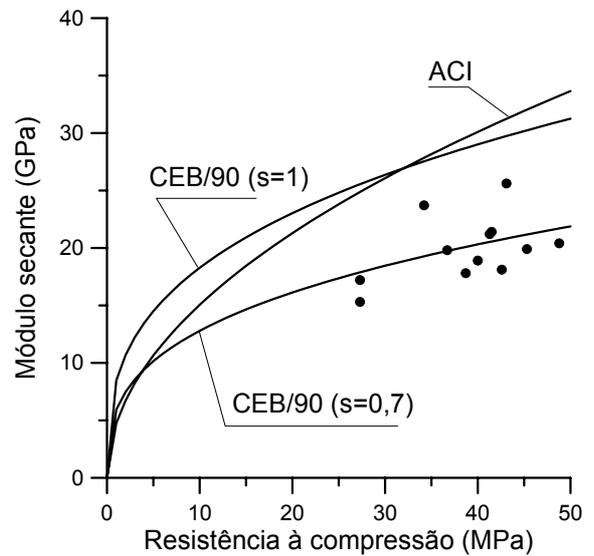


Fig. 4 - Variação do módulo secante com a resistência à compressão - granito, ref.[5]

Na fig. 5, apresentam-se os resultados correspondentes a concretos feitos com agregados de calcário britado. Os pontos experimentais foram extraídos da ref.[3]. O número de ensaios é igual a 9. Na fórmula do CEB/90, adota-se o coeficiente $s = 0,9$, correspondente a agregados de calcário.

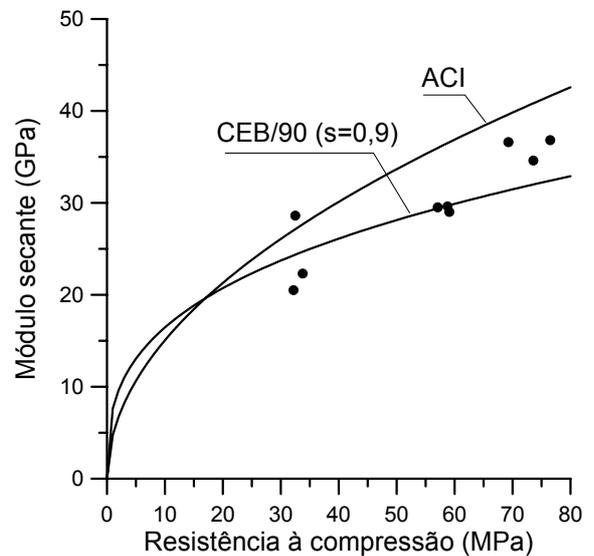


Fig. 5 - Variação do módulo secante com a resistência à compressão - calcário, ref.[3]

Observando a fig. 5, verifica-se um bom ajuste entre a formulação do CEB/90 e os resultados experimentais. A fórmula do ACI superestima o módulo para resistências elevadas.

Os seguintes coeficientes de correlação foram encontrados:

ACI: $r = 0,80$;
CEB, com $s = 0,9$: $r = 0,89$.

Na fig. 6, apresentam-se os resultados correspondentes a agregados graúdos naturais. Esses agregados consistem de uma mistura de quartzo, xisto, arenito e calcário. Os pontos experimentais foram extraídos da ref.[3]. O número de ensaios é igual a 10.

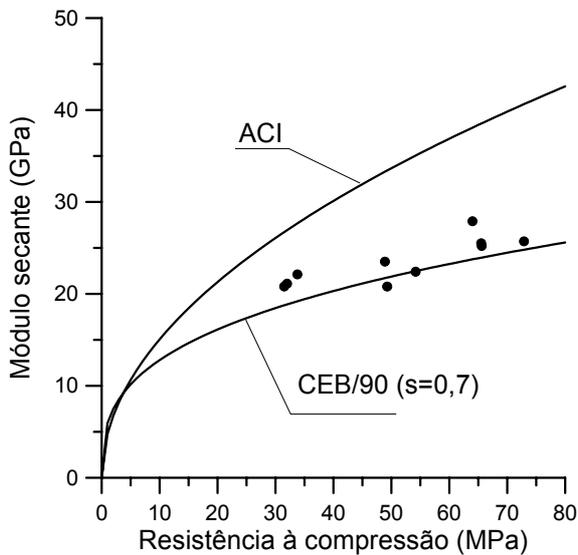


Fig. 6 - Variação do módulo secante com a resistência à compressão - agregados naturais, ref.[3]

Observando a fig. 6, verifica-se que a formulação do CEB/90 com $s = 0,7$ se ajusta melhor aos resultados experimentais. O menor valor para o módulo de deformação obtido para esses concretos se deve à composição heterogênea do agregado, além da menor resistência da aderência entre o agregado e a argamassa (já que trata-se de agregados naturais e não britados).

Os seguintes coeficientes de correlação foram encontrados:

ACI: $r = 0,51$;
CEB, com $s = 0,7$: $r = 0,91$.

Na fig. 7, apresentam-se os resultados correspondentes a concretos feitos com agregados de granito. Os pontos experimentais foram extraídos da ref.[8]. O número de ensaios é igual a 105.

Os seguintes coeficientes de correlação foram obtidos:

ACI: $r = 0,86$;
CEB, com $s = 1,0$: $r = 0,86$

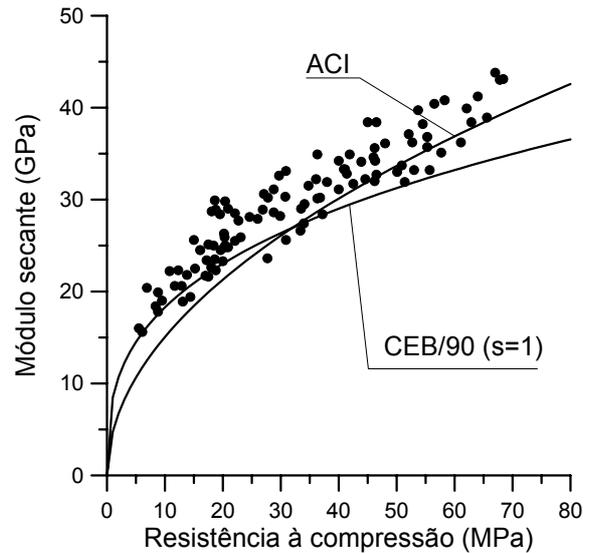


Fig. 7 - Variação do módulo secante com a resistência à compressão - granito, ref.[8]

Na fig. 8, apresentam-se os resultados obtidos para concretos feitos com brita calcária. Os pontos experimentais foram extraídos da ref.[6]. O número de ensaios é igual a 43.

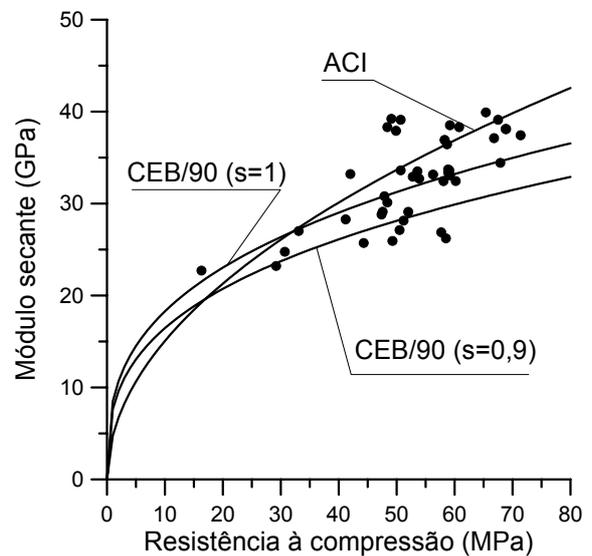


Fig. 8 - Relação entre o módulo secante e a resistência à compressão - calcário, ref.[6]

Os seguintes coeficientes de correlação foram encontrados para os resultados da fig. 8:

ACI: $r = 0,87$;
CEB, com $s = 0,9$: $r = 0,83$;
CEB, com $s = 1,0$: $r = 0,88$.

Segundo a formulação do CEB/90, o coeficiente do agregado é $s = 0,9$ (calcário). Porém, comparando os resultados, verifica-se que um melhor ajuste é obtido empregando-se a fórmula do CEB com $s = 1,0$.

Na fig. 9, apresentam-se os resultados obtidos para concretos feitos com agregados de traquito britado. Os pontos experimentais foram extraídos da ref.[7]. O número de ensaios é igual a 21.

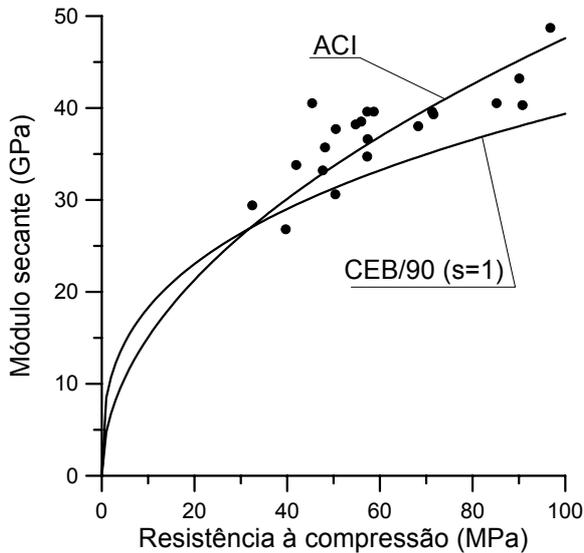


Fig. 9 - Variação do módulo secante com a resistência à compressão - traquito britado, ref.[7]

Observando a fig. 9, verifica-se que a fórmula do ACI se ajusta melhor aos resultados experimentais desses concretos. Os seguintes coeficientes de correlação foram obtidos:

ACI: $r = 0,91$;
CEB, com $s = 1,0$: $r = 0,86$.

Na fig. 10, apresentam-se os resultados para concretos feitos com agregados de gnaiss. Os pontos experimentais foram extraídos da ref.[9]. O número de ensaios é igual a 14.

Os seguintes coeficientes de correlação foram encontrados:

ACI: $r = 0,75$;
CEB, com $s = 1,0$: $r = 0,88$.

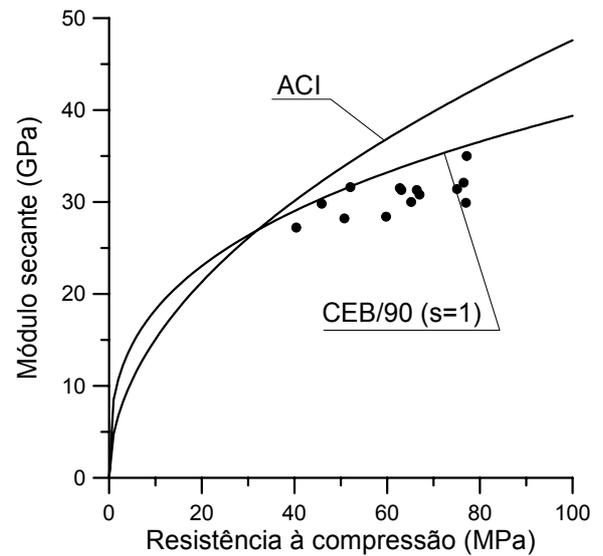


Fig. 10 - Variação do módulo secante com a resistência à compressão - gnaiss, ref.[9]

Na fig. 11, apresentam-se todos os resultados experimentais analisados, num total de 291 ensaios.

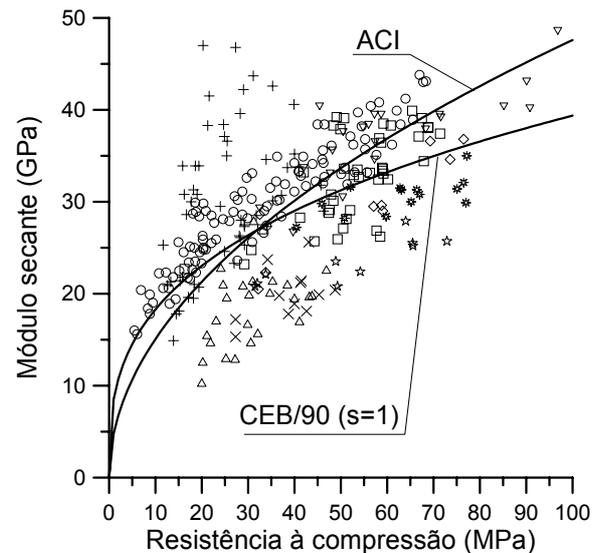


Fig. 11 - Resultados de todos os ensaios

Quando todos os resultados são considerados, os coeficientes de correlação são os seguintes:

ACI: $r = 0,77$;
CEB, com $s = 1,0$: $r = 0,79$.

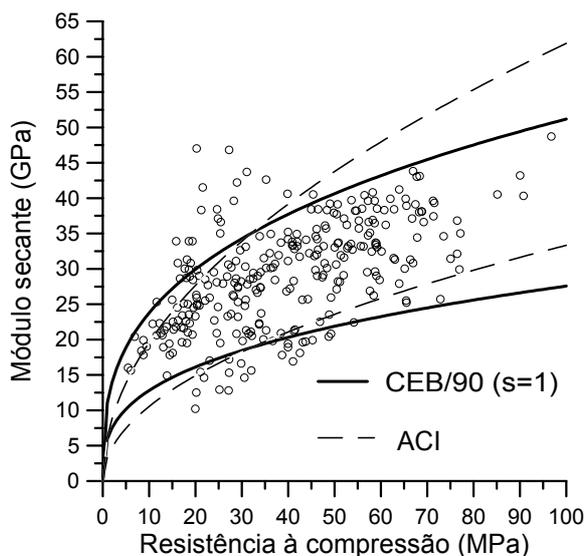
Observa-se, assim, uma pequena vantagem da fórmula do CEB/90 em relação à fórmula do ACI.

Na tabela 1, apresentam-se os coeficientes de correlação obtidos.

Tabela 1 - Coeficientes de correlação r

[ref.] agregado	n	CEB $s=0,7$	CEB $s=0,9$	CEB $s=1,0$	CEB $s=1,2$	ACI
[5] gnaisse	25	0,81		0,50		0,51
[5] basalto	52			0,70	0,77	0,67
[5] granito	12	0,88		0,53		0,48
[3] calcário	9		0,89			0,80
[3] naturais	10	0,91				0,51
[8] granito	105			0,86		0,86
[6] calcário	43		0,83	0,88		0,87
[7] traquito	21			0,86		0,91
[9] gnaisse	14			0,88		0,75
TODOS	291			0,79		0,77

Na fig. 12, representam-se os pontos experimentais e as faixas correspondentes a 0,7 e 1,3 vezes o módulo secante teórico obtido com a fórmula do CEB/90 e com a fórmula do ACI. Por essa figura, observa-se que a fórmula do CEB (em função da raiz cúbica da resistência) acompanha melhor a dispersão dos resultados do que a fórmula do ACI (em função da raiz quadrada da resistência). Pela fig. 12, observa-se também que a fórmula do ACI tende a superestimar o módulo para resistências elevadas.

Fig. 12 - Faixas de $0,7E_{cs}$ a $1,3E_{cs}$ para as duas formulações

Na tabela 2, indicam-se os percentuais de pontos experimentais que caíram dentro das faixas, considerando-se a totalidade de 291 ensaios.

Tabela 2 - Porcentagem de resultados experimentais dentro das faixas

Faixa	CEB	ACI
$0,7E_{cs}$ a $1,3E_{cs}$	84,19 %	78,01 %
$0,8E_{cs}$ a $1,2E_{cs}$	66,32 %	61,86 %
$0,9E_{cs}$ a $1,1E_{cs}$	39,18 %	38,83 %

4. CONCLUSÕES

Do estudo realizado podem ser tiradas as seguintes conclusões:

a) A dispersão dos resultados experimentais é muito grande. Desse modo, qualquer formulação que correlaciona o módulo de deformação longitudinal com a resistência à compressão do concreto fornece apenas uma estimativa do real valor do módulo.

b) O tipo de agregado graúdo tem grande influência sobre o valor do módulo de deformação do concreto. Porém, é muito difícil definir um coeficiente de correção s para cada tipo de agregado. Conforme foi mostrado, para uma mesma categoria de agregado, o coeficiente que melhora o ajuste da curva pode variar. Isto ocorre principalmente com agregados de granito e gnaisse, em que o coeficiente s pode variar de 0,7 a 1,0. Para agregados de basalto, o coeficiente s pode ser tomado igual a 1,2 e para agregados naturais, esse coeficiente pode ser tomado igual a 0,7.

c) De um modo geral, a expressão do CEB/90 se ajusta melhor aos resultados experimentais do que a expressão proposta no projeto da nova NBR-6118 (que é praticamente igual à expressão adotada pelo ACI).

d) Empregando-se a expressão do CEB/90 com $s=1,0$, pode-se esperar que 85% dos resultados experimentais se situem entre $0,7E_{cs}$ e $1,3E_{cs}$.

REFERÊNCIAS

1. American Concrete Institute. *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-95) and Commentary (ACI 318R-95)*. Detroit, 1995.
2. Associação Brasileira de Normas Técnicas. *Projeto de Estruturas de Concreto*. Projeto de revisão da NBR-6118. Janeiro, 2000.
3. Carrasquillo, R.L.; Nilson, A.H.; Slate, F.O. - *Properties of high strength concrete subject to short-term loads*. ACI Journal, No.78-14, p.171-178, May-June, 1981.
4. Comité Euro-International du Béton. *CEB-FIP Model Code 1990*. Lausanne, 1993.
5. Equipe de FURNAS, Laboratório de Concreto. *Concretos - Ensaio e Propriedades*. Editor: Walton Pacelli de Andrade. PINI, São Paulo, 1997.
6. Ferrari, A.A.; Flor, J.M.; Calixto, J.M. - *Propriedades mecânicas do concreto de alto desempenho fabricado com diversos materiais*. International Congress on High-Performance Concrete, and Performance and Quality of Concrete Structures. Anais, p.15-26, Florianópolis, 1996.
7. Gomes, P.C.C.; Shehata, L.C.D.; Almeida, I.R. - *Resistência à tração e módulo de elasticidade de concretos de alta resistência*. International Congress on High-Performance Concrete, and Performance and Quality of Concrete Structures. Anais, p.27-38, Florianópolis, 1996.
8. Helene, P.R.L. - *Estudo da variação do módulo de elasticidade do concreto com a composição e características do concreto fresco e endurecido*. Relatório à ABCP, São Paulo, 1998.
9. Valois, J.G.C.; Cassa, J.C.S. - *Avaliação do módulo de elasticidade de concreto de elevado desempenho com agregado de escória britada*. International Congress on High-Performance Concrete, and Performance and Quality of Concrete Structures. Anais, p.70-81, Florianópolis, 1996.