

# **Estruturas de Concreto**

ISSN 1519-4086

**Número 3**

## **O MÓDULO DE DEFORMAÇÃO LONGITUDINAL DO CONCRETO**

**JOSÉ MILTON DE ARAÚJO**



**Editora DUNAS**

**Estruturas de Concreto** é uma publicação seriada com o objetivo de abordar diversos temas relativos ao projeto e à construção das estruturas de concreto simples, concreto armado e concreto protendido. Em cada número da série, são analisados aspectos específicos, visando manter atualizada a bibliografia nessa área da Engenharia Civil.

A publicação não se destina a servir como texto básico para um curso completo sobre estruturas de concreto. Por isso, não há nenhuma preocupação com a seqüência e com a profundidade com que os diversos assuntos são abordados. Porém, a publicação é sugerida como material didático complementar aos estudantes e aos profissionais interessados nessa área.

**Estruturas de Concreto**

**ISSN 1519-4086**

**Número 3**

**O MÓDULO DE DEFORMAÇÃO LONGITUDINAL  
DO CONCRETO**

**JOSÉ MILTON DE ARAÚJO**

Professor titular da FURG

Doutor em Engenharia

**Editora DUNAS**

# ESTUTURAS DE CONCRETO

© Copyright Editora DUNAS

A663c Araújo, José Milton de

Estruturas de concreto : o módulo de deformação longitudinal do concreto /  
José Milton de Araújo. - Rio Grande: Dunas, 2001, Número 3

## Bibliografia

1. Concreto. I. Título

CDU 624.012.45

CDD 624.1834

ISSN 1519-4086

Editora DUNAS

Rua Tiradentes, 105 - Cidade Nova

96211-080 RIO GRANDE - RS - Brasil

e-mail: [ed.dunas@mikrus.com.br](mailto:ed.dunas@mikrus.com.br)

---

Número 3, Outubro de 2001

---

## SUMÁRIO

1. Relações entre o módulo de deformação e a resistência à compressão do concreto .....	1
2. Comparação com resultados experimentais .....	4
3. Variação do módulo de deformação longitudinal com a idade .....	15
4. Módulo de deformação longitudinal do concreto sob carga dinâmica.....	19
5. Análise computacional .....	20
Referências Bibliográficas.....	25

## 1 - Relações entre o módulo de deformação e a resistência à compressão do concreto

O concreto apresenta um comportamento não-linear, quando submetido a tensões de certa magnitude. Esse comportamento é decorrente da microfissuração progressiva que ocorre na interface entre o agregado graúdo e a pasta de cimento.

O diagrama tensão-deformação ( $\sigma_c - \varepsilon_c$ ), obtido em um ensaio de compressão simples, é da forma indicada na fig. 1.1, onde observa-se que não há proporcionalidade entre tensão e deformação (o material não obedece a Lei de Hooke). O trecho descendente do diagrama é obtido em um ensaio com velocidade de deformação controlada.

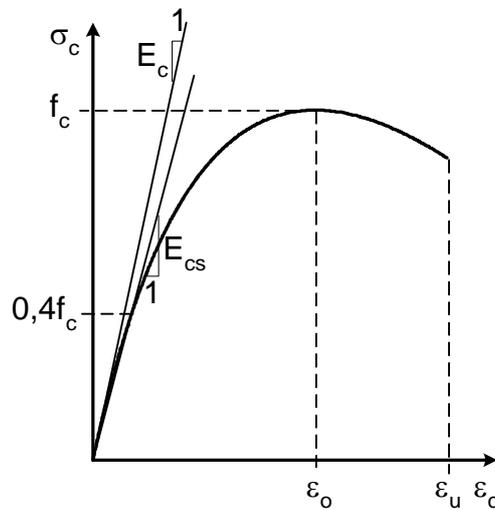


Fig. 1.1 - Diagrama tensão-deformação do concreto (compressão simples)

Na fig. 1.1,  $E_c$  é o módulo de deformação longitudinal tangente, representando a inclinação da reta tangente à curva na origem do diagrama. Analogamente, o módulo secante  $E_{cs}$  representa a inclinação da reta que passa pela origem e corta o diagrama no ponto correspondente a uma tensão da ordem de  $0,4f_c$ , sendo  $f_c$  a resistência à compressão simples.

Experimentalmente, verifica-se que o módulo de deformação longitudinal depende do valor da resistência à compressão do concreto. O mesmo ocorre com as deformações  $\varepsilon_o$  e  $\varepsilon_u$  indicadas na fig. 1.1.

Diversas correlações entre o módulo de deformação longitudinal e a resistência à compressão do concreto têm sido encontradas em trabalhos de pesquisa, estando algumas delas recomendadas nas normas de projeto. Essas correlações são válidas para concretos de massa específica normal e para carregamento estático. Para cargas dinâmicas, ocorre um aumento do módulo de deformação longitudinal.

A seguir são apresentadas as relações propostas pelo CEB/90<sup>(7)</sup>, pelo ACI<sup>(1)</sup> e a fórmula constante no projeto da nova NBR-6118<sup>(5)</sup>. Como é usual nos códigos de projeto, admite-se o mesmo valor para o módulo em tração e em compressão.

a) Relação do CEB/90

Segundo o CEB/90, o módulo tangente pode ser obtido através da expressão

$$E_c = 21500 \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{1/3}, \text{ MPa} \quad (1.1)$$

com  $f_{cm} = f_{ck} + 8$  MPa é a resistência média à compressão, estimada a partir da resistência característica  $f_{ck}$ .

O módulo secante é dado por

$$E_{cs} = 0,85E_c \quad (1.2)$$

A expressão (1.1) é válida para concretos feitos com agregados de quartzo (granito e gnaisse). Essa expressão deve ser multiplicada por 1,2 se forem usados agregados de basalto, por 0,9 para agregados de calcário e por 0,7 para agregados de arenito.

b) Relação do ACI

Segundo o ACI, o módulo secante  $E_{cs}$  é dado por

$$E_{cs} = 4730 \sqrt{f_{ck}}, \text{ MPa} \quad (1.3)$$

O módulo secante do ACI é definido como a inclinação da reta que passa pela origem do diagrama tensão deformação e pelo ponto correspondente a uma tensão igual a  $0,45f_{ck}$ .

Considerando a equação (1.2), obtém-se a expressão do módulo tangente ( $E_c = E_{cs}/0,85$ ), na forma

$$E_c = 5565 \sqrt{f_{ck}}, \text{ MPa} \quad (1.4)$$

c) Relação da nova NBR-6118

A expressão para o módulo tangente proposta no projeto da nova NBR-6118 é derivada do ACI. Na verdade é a mesma expressão do ACI, onde o coeficiente 5565 é substituído por 5600. Assim, a fórmula apresentada no projeto da nova NBR-6118 é dada por

$$E_c = 5600\sqrt{f_{ck}}, \text{ MPa} \quad (1.5)$$

O módulo secante é obtido com o emprego da equação (1.2).

Observa-se que, tanto o ACI, quando o projeto da nova NBR-6118, fornecem o módulo de deformação longitudinal em função de  $f_{ck}$ .

A rigor, o módulo de deformação longitudinal do concreto é uma função de sua resistência média  $f_{cm}$  e não da resistência característica  $f_{ck}$ . Desse modo, quando a resistência média real do concreto for conhecida, ela deve ser usada diretamente na expressão (1.1). Na fase de projeto, a resistência média deve ser estimada, podendo-se adotar  $f_{cm} = f_{ck} + 8$  MPa, conforme sugere o CEB/90.

Nos comentários existentes no anexo A.7 do projeto da nova NBR-6118, reconhece-se que o módulo de deformação está ligado ao valor médio da resistência e não ao valor característico. Em seguida, justifica-se o emprego da expressão (1.5) pelo fato de que na fase de projeto  $f_{cm}$  não é conhecido. Evidentemente, isto não é justificativa, pois  $f_{cm}$  pode ser estimado em função de  $f_{ck}$ , como faz o CEB. Na tentativa de corrigir essa incoerência de formulação, permite-se avaliar o comportamento global da estrutura com o emprego do módulo tangente  $E_c$ , já que "para a estrutura toda é adequado avaliar a rigidez a partir de  $f_{cm}$ ".

O fato é que, no projeto da nova NBR-6118, optou-se pela formulação do ACI, em vez da formulação do CEB.

O módulo de deformação longitudinal do concreto depende de diversos fatores, sendo a resistência à compressão apenas um deles. As propriedades elásticas dos agregados, por exemplo, têm uma grande influência sobre o módulo de deformação do concreto e são consideradas na formulação do CEB/90.

No anexo A.7 do projeto da nova NBR-6118, é sugerida uma expressão que leva em conta o tipo de agregado e a consistência do concreto. Essa expressão é dada por

$$E_c = a_1 a_2 5600 \sqrt{f_{ck}}, \text{ MPa} \quad (1.6)$$

onde o coeficiente  $a_1$  leva em conta o tipo de agregado e o coeficiente  $a_2$  leva em conta a consistência do concreto fresco.

Os coeficientes  $a_1$  e  $a_2$  sugeridos no anexo A.7 são os mesmos coeficientes propostos na ref.[11]. Entretanto, na ref.[11], concluiu-se que o modelo do CEB/90 é o que melhor se ajusta aos resultados experimentais, tendo sido sugerida a expressão

$$E_c = a_1 a_2 21500 \left( \frac{f_{ck} + 8}{10} \right)^{1/3}, \text{ MPa} \quad (1.7)$$

Verifica-se, portanto, que a formulação proposta no projeto da nova NBR-6118 carece de justificativa científica.

Na seção seguinte, os valores do módulo secante calculados com as expressões do CEB/90 e do projeto da nova NBR-6118 são comparados com resultados experimentais disponíveis na bibliografia.

## 2 - Comparação com resultados experimentais

Nas figuras apresentadas a seguir, comparam-se os módulos secantes obtidos empregando-se as formulações anteriores com alguns resultados experimentais disponíveis na bibliografia. Em todos os casos, considera-se que o módulo secante é dado por

$$E_{cs} = 0,85E_c \quad (2.1)$$

O módulo tangente, de acordo com o CEB/90, é dado por

$$E_c = 21500 \left( \frac{f_c}{10} \right)^{1/3}, \text{ MPa} \quad (2.2)$$

onde  $f_c$  é a resistência à compressão do concreto obtida no ensaio.

Para levar em conta o tipo de agregado graúdo, a expressão (2.2) é multiplicada por um coeficiente  $s$ , o qual tem os seguintes valores:

- $s = 0,7$ , para agregados de arenito;  
 $s = 0,9$ , para agregados de calcário;  
 $s = 1,0$ , para agregados de granito e gnaisse;  
 $s = 1,2$ , para agregados de basalto.

O módulo tangente, de acordo com o projeto da nova NBR-6118, é tomado na forma

$$E_c = 5600\sqrt{f_c}, \text{ MPa} \quad (2.3)$$

não sendo introduzida nenhuma correção para levar em conta o tipo de agregado.

Nas figuras apresentadas a seguir, as curvas obtidas com o emprego da equação (2.3) são indicadas como sendo o modelo do ACI.

O grau de ajuste das curvas teóricas aos resultados experimentais é determinado com o emprego do coeficiente

$$r = 1 - \frac{\sqrt{\frac{\sum (E_{cs} - E_{ce})^2}{n-1}}}{\frac{1}{n} \sum E_{ce}} \quad (2.4)$$

onde  $E_{ce}$  é o valor do módulo secante obtido experimentalmente,  $E_{cs}$  é o módulo secante calculado com uma das fórmulas e  $n$  é o número de ensaios.

Na fig. 2.1, são apresentados os resultados obtidos para concretos feitos com agregado graúdo de gnaisse. Os pontos experimentais correspondem aos resultados obtidos com concretos de diversas barragens brasileiras e foram extraídos da ref.[8]. O número de pontos experimentais é igual a 25.

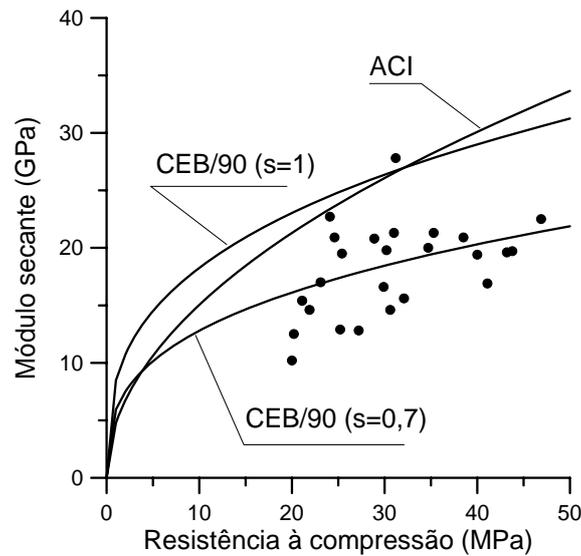


Fig. 2.1 - Variação do módulo secante com a resistência à compressão - gnaisses, ref.[8]

Observa-se pela fig. 2.1 que tanto a expressão do ACI, quanto a expressão do CEB/90 com  $s = 1,0$ , superestimam o módulo secante para esses concretos. Entretanto, a expressão do CEB/90, com  $s = 0,7$ , representa bem a variação do módulo secante em função da resistência à compressão do concreto.

Os seguintes valores foram obtidos para o coeficiente de correlação:

ACI:  $r = 0,51$ ;

CEB, com  $s = 1,0$ :  $r = 0,50$ ; CEB, com  $s = 0,7$ :  $r = 0,81$ .

Na fig. 2.2, apresentam-se os resultados para concretos feitos com agregados de basalto das barragens de Itaipu, Itumbiara e Tucuruí. Os pontos correspondentes aos resultados experimentais foram extraídos da ref.[8]. O número de ensaios é igual a 52.

Observando a fig. 2.2, verifica-se que tanto o ACI, quanto o CEB/90 com  $s = 1,0$ , subestimam o módulo secante. Entretanto, o CEB/90 com  $s = 1,2$  se ajusta relativamente bem aos resultados experimentais.

Os seguintes coeficientes de correlação foram obtidos:

ACI:  $r = 0,67$ ;

CEB, com  $s = 1,0$ :  $r = 0,70$ ; CEB, com  $s = 1,2$ :  $r = 0,77$ .

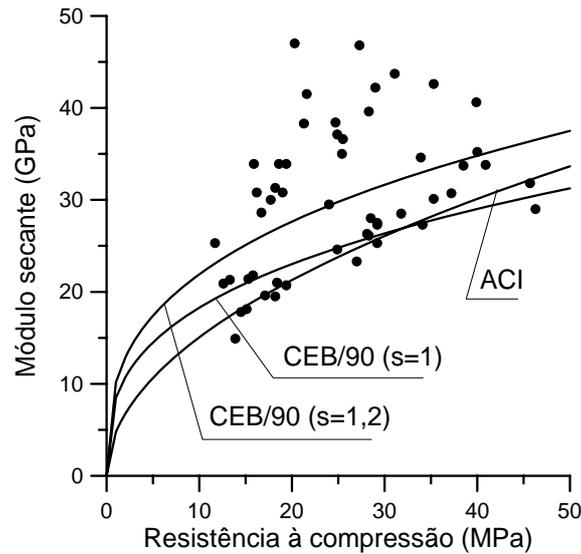


Fig. 2.2 - Variação do módulo secante com a resistência à compressão - basalto, ref.[8]

Na fig. 2.3, apresentam-se os resultados para os concretos feitos com agregados de granito. Os pontos experimentais foram extraídos da ref.[8]. O número de ensaios é igual a 12.

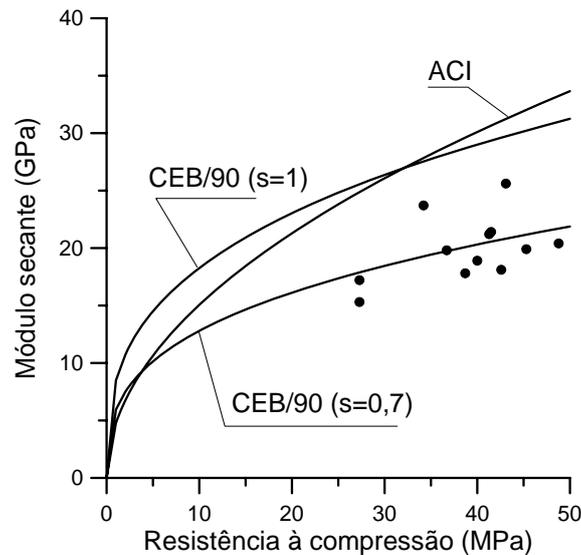


Fig. 2.3 - Variação do módulo secante com a resistência à compressão - granito, ref.[8]

Observando a fig. 2.3, verifica-se que tanto o ACI, quanto o CEB/90 com  $s = 1,0$ , superestimam o módulo secante. A fórmula do CEB/90 com  $s = 0,7$  é a que melhor se ajusta a esses concretos.

Os seguintes coeficientes de correlação foram encontrados:

ACI:  $r = 0,48$ ;

CEB, com  $s = 1,0$ :  $r = 0,53$ ; CEB, com  $s = 0,7$ :  $r = 0,88$ .

Na fig. 2.4, apresentam-se os resultados correspondentes a concretos feitos com agregados de calcário britado. Os pontos experimentais foram extraídos da ref.[6]. O número de ensaios é igual a 9. Na formula do CEB/90, adota-se o coeficiente  $s = 0,9$ , correspondente a agregados de calcário.

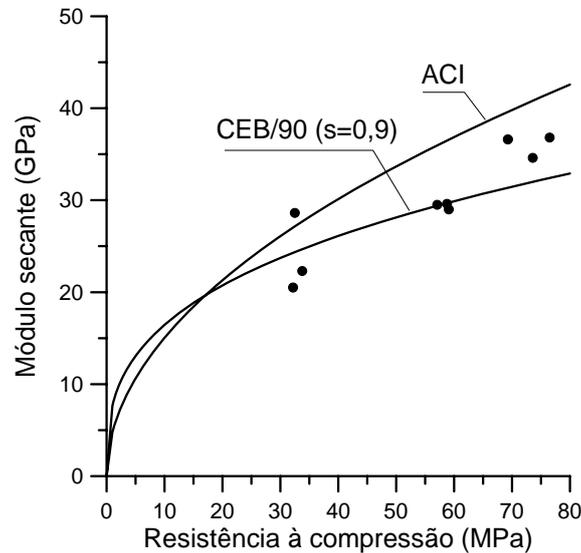


Fig. 2.4 - Variação do módulo secante com a resistência à compressão - calcário, ref.[6]

Observando a fig. 2.4, verifica-se um bom ajuste entre a formulação do CEB/90 e os resultados experimentais. A fórmula do ACI superestima o módulo para resistências elevadas.

Os seguintes coeficientes de correlação foram encontrados:

ACI:  $r = 0,80$ ;

CEB, com  $s = 0,9$ :  $r = 0,89$ .

Na fig. 2.5, apresentam-se os resultados correspondentes a agregados graúdos naturais. Esses agregados consistem de uma mistura de quartzo, xisto, arenito e calcário. Os pontos experimentais foram extraídos da ref.[6]. O número de ensaios é igual a 10.

Observando a fig. 2.5, verifica-se que a formulação do CEB/90 com  $s = 0,7$  se ajusta melhor aos resultados experimentais. O menor valor para o módulo de deformação obtido para esses concretos se deve à composição heterogênea do agregado, além da menor resistência da aderência entre o agregado e a argamassa (já que trata-se de agregados naturais e não britados).

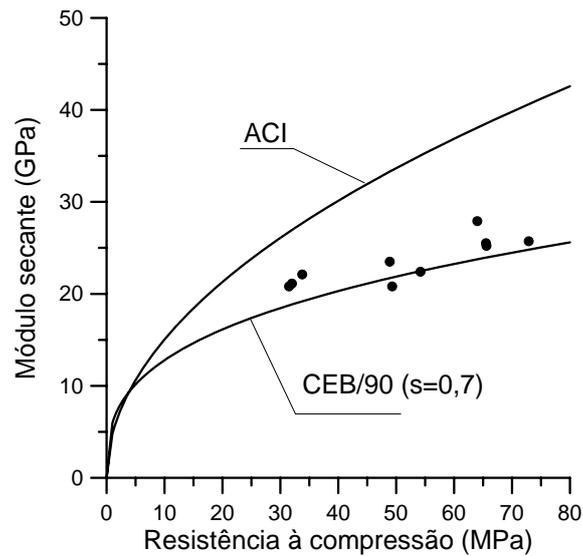


Fig. 2.5 - Variação do módulo secante com a resistência à compressão - agregados naturais, ref.[6]

Os seguintes coeficientes de correlação foram encontrados:

ACI:  $r = 0,51$ ;

CEB, com  $s = 0,7$ :  $r = 0,91$ .

Na fig. 2.6, apresentam-se os resultados correspondentes a concretos feitos com agregados de granito. Os pontos experimentais foram extraídos da ref.[11]. O número de ensaios é igual a 105.

Os seguintes coeficientes de correlação foram obtidos:

ACI:  $r = 0,86$ ;

CEB, com  $s = 1,0$ :  $r = 0,86$

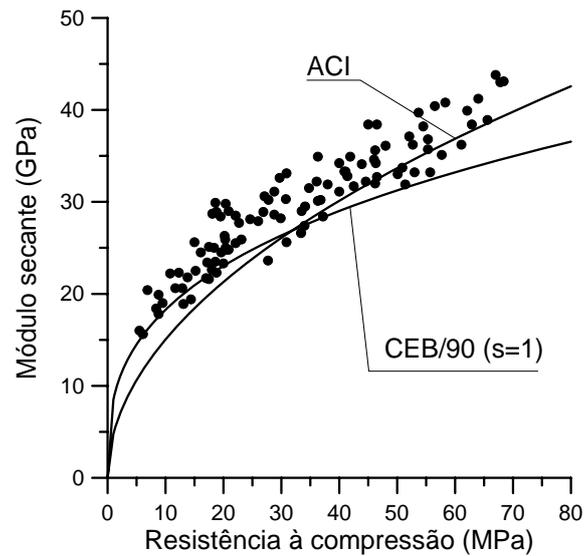


Fig. 2.6 - Variação do módulo secante com a resistência à compressão - granito, ref.[11]

Na fig. 2.7, apresentam-se os resultados obtidos para concretos feitos com brita calcária. Os pontos experimentais foram extraídos da ref.[9]. O número de ensaios é igual a 43.

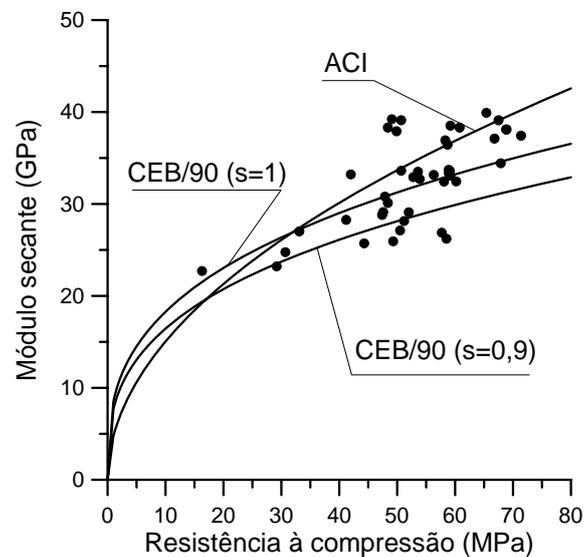


Fig. 2.7 - Relação entre o módulo secante e a resistência à compressão - calcário, ref.[9]

Os seguintes coeficientes de correlação foram encontrados para os resultados da fig. 2.7:

ACI:  $r = 0,87$ ;

CEB, com  $s = 0,9$ :  $r = 0,83$ ; CEB, com  $s = 1,0$ :  $r = 0,88$ .

Segundo a formulação do CEB/90, o coeficiente do agregado é  $s = 0,9$  (calcário). Porém, comparando os resultados, verifica-se que um melhor ajuste é obtido empregando-se a fórmula do CEB com  $s = 1,0$ .

Na fig. 2.8, apresentam-se os resultados obtidos para concretos feitos com agregados de traquito britado. Os pontos experimentais foram extraídos da ref.[10]. O número de ensaios é igual a 21.

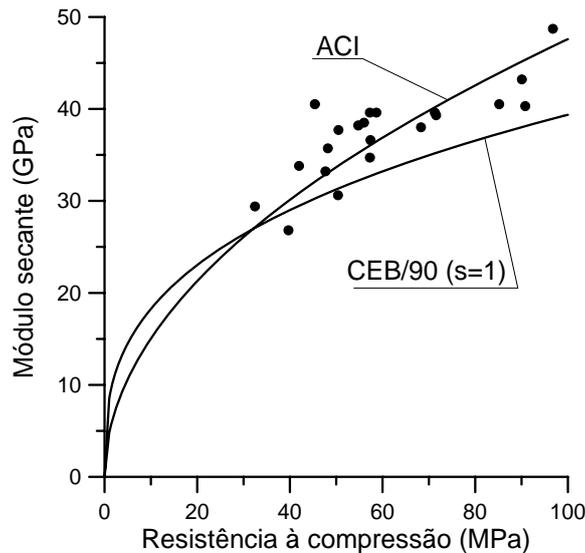


Fig. 2.8 - Variação do módulo secante com a resistência à compressão - traquito britado, ref.[10]

Observando a fig. 2.8, verifica-se que a fórmula do ACI se ajusta melhor aos resultados experimentais desses concretos. Os seguintes coeficientes de correlação foram obtidos:

ACI:  $r = 0,91$ ;

CEB, com  $s = 1,0$ :  $r = 0,86$ .

Na fig. 2.9, apresentam-se os resultados para concretos feitos com agregados de gnaisse. Os pontos experimentais foram extraídos da ref.[13]. O número de ensaios é igual a 14.

Os seguintes coeficientes de correlação foram encontrados:

ACI:  $r = 0,75$ ;

CEB, com  $s = 1,0$ :  $r = 0,88$ .

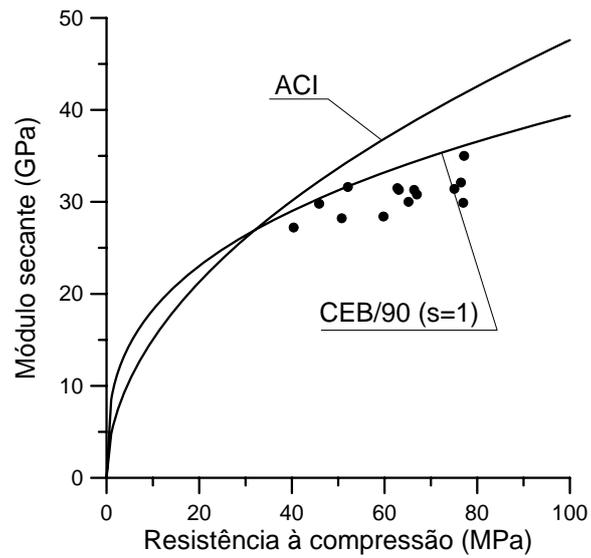


Fig. 2.9 - Variação do módulo secante com a resistência à compressão - gnaiss, ref.[13]

Na fig. 2.10, apresentam-se todos os resultados experimentais analisados, num total de 291 ensaios.

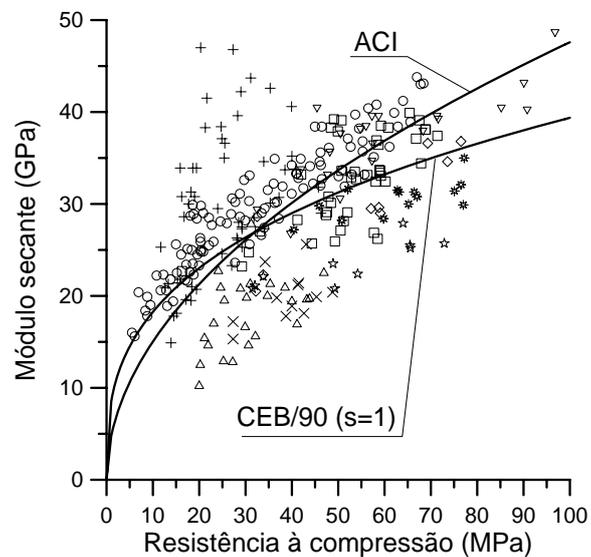


Fig. 2.10 - Resultados de todos os ensaios

Quando todos os resultados são considerados, os coeficientes de correlação são os seguintes:

ACI:  $r = 0,77$  ;

CEB, com  $s = 1,0$ :  $r = 0,79$  .

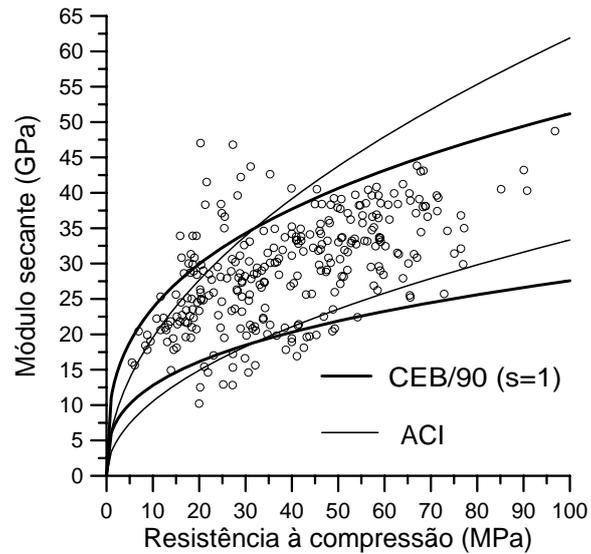
Observa-se, assim, uma pequena vantagem da fórmula do CEB/90 em relação à fórmula do ACI.

Na tabela 2.1, apresentam-se os coeficientes de correlação obtidos.

Tabela 2.1 - Coeficientes de correlação  $r$

Referência agregado	Número de ensaios	CEB $s = 0,7$	CEB $s = 0,9$	CEB $s = 1,0$	CEB $s = 1,2$	ACI
[8] gnaisse	25	0,81		0,50		0,51
[8] basalto	52			0,70	0,77	0,67
[8] granito	12	0,88		0,53		0,48
[6] calcário	9		0,89			0,80
[6] naturais	10	0,91				0,51
[11] granito	105			0,86		0,86
[9] calcário	43		0,83	0,88		0,87
[10] traquito	21			0,86		0,91
[13] gnaisse	14			0,88		0,75
TODOS	291			0,79		0,77

Na fig. 2.11, representam-se os pontos experimentais e as faixas correspondentes a 0,7 e 1,3 vezes o módulo secante teórico obtido com a fórmula do CEB/90 e com a fórmula do ACI. Por essa figura, observa-se que a fórmula do CEB (em função da raiz cúbica da resistência) acompanha melhor a dispersão dos resultados do que a fórmula do ACI (em função da raiz quadrada da resistência). Pela fig. 2.11, observa-se também que a fórmula do ACI tende a superestimar o módulo para resistências elevadas.

Fig. 2.11 - Faixas de  $0,7E_{cs}$  a  $1,3E_{cs}$  para as duas formulações

Na tabela 2.2, indicam-se os percentuais de pontos experimentais que caíram dentro das faixas, considerando-se a totalidade de 291 ensaios.

Tabela 2.2 - Porcentagem de resultados experimentais dentro das faixas

Faixa	% para o CEB	% para o ACI
$0,7E_{cs}$ a $1,3E_{cs}$	84,19	78,01
$0,8E_{cs}$ a $1,2E_{cs}$	66,32	61,86
$0,9E_{cs}$ a $1,1E_{cs}$	39,18	38,83

Da análise desses resultados podem ser tiradas as seguintes conclusões:

- A dispersão dos resultados experimentais é muito grande. Desse modo, qualquer formulação que correlaciona o módulo de deformação longitudinal com a resistência à compressão do concreto fornece apenas uma estimativa do real valor do módulo.
- O tipo de agregado graúdo tem grande influência sobre o valor do módulo de deformação do concreto. Porém, é muito difícil definir um coeficiente de correção  $s$  para cada tipo de agregado. Conforme foi mostrado, para uma mesma categoria de agregado, o coeficiente que melhora o ajuste da curva pode variar. Isto ocorre principalmente com agregados de granito e gnaisse, em

que o coeficiente  $s$  pode variar de 0,7 a 1,0. Para agregados de basalto, o coeficiente  $s$  pode ser tomado igual a 1,2 e para agregados naturais, esse coeficiente pode ser tomado igual a 0,7.

c) De um modo geral, a expressão do CEB se ajusta melhor aos resultados experimentais do que a expressão proposta no projeto da nova NBR-6118 (que é praticamente igual à expressão adotada pelo ACI).

d) Empregando-se a expressão do CEB/90 com  $s = 1,0$ , pode-se esperar que 85% dos resultados experimentais se situem entre  $0,7E_{cs}$  e  $1,3E_{cs}$ .

### 3 - Variação do módulo de deformação longitudinal com a idade

Segundo o CEB/90, o módulo de deformação longitudinal do concreto  $E_c(t)$ , em uma idade  $t$  dias, pode ser estimado através da equação

$$E_c(t) = [\beta_{cc}(t)]^{1/2} E_c \quad (3.1)$$

onde  $E_c$  é o módulo de deformação longitudinal aos 28 dias e  $\beta_{cc}(t)$  é a função que representa a variação da resistência à compressão ao longo do tempo, dada na equação (3.2) do Número 1 desta Série.

O módulo tangente  $E_c$  pode ser obtido em função da resistência à compressão aos 28 dias com o emprego da equação (1.1). A influência do tipo de cimento é considerada através do coeficiente  $s$  que aparece na função  $\beta_{cc}(t)$ .

Nas figuras 3.1 e 3.2, representam-se as variações do módulo de deformação longitudinal com a idade para concretos utilizados na barragem de Água Vermelha. Nessas figuras, "dmax" representa o diâmetro máximo do agregado graúdo. Os pontos experimentais foram extraídos da ref.[12]. Nesses concretos, foi utilizada uma mistura de cimento Portland com pozolana. Portanto, o coeficiente que melhor define o tipo de cimento é  $s = 0,38$ . A curva cheia corresponde ao emprego da equação (3.1).

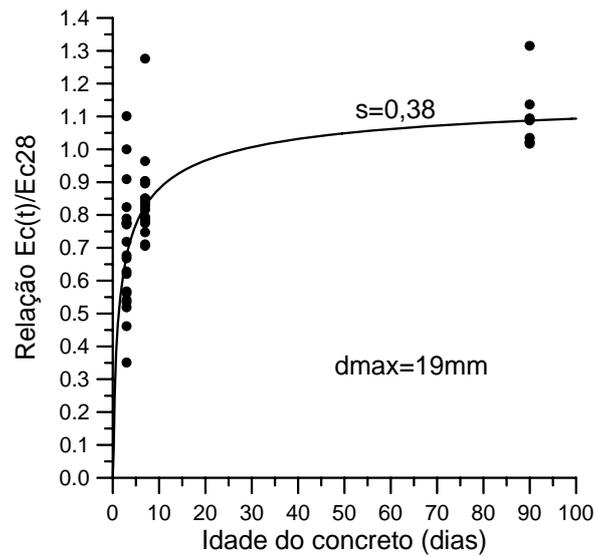


Fig. 3.1 - Variação do módulo de deformação longitudinal com a idade (resultados experimentais extraídos da ref. 12)

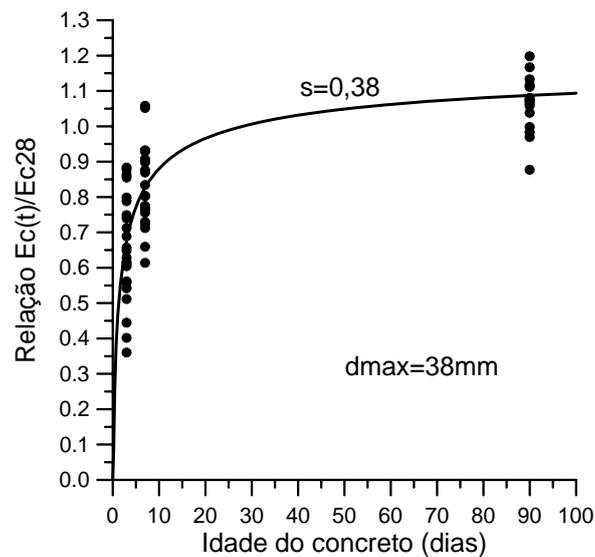


Fig. 3.2 - Variação do módulo de deformação longitudinal com a idade (resultados experimentais extraídos da ref. 12)

Nas figuras 3.3 e 3.4, apresentam-se os resultados correspondentes a concretos de diversas barragens brasileiras. Os pontos experimentais foram extraídos da ref.[8]. O cimento utilizado é pozolânico e, portanto,  $s = 0,38$ .

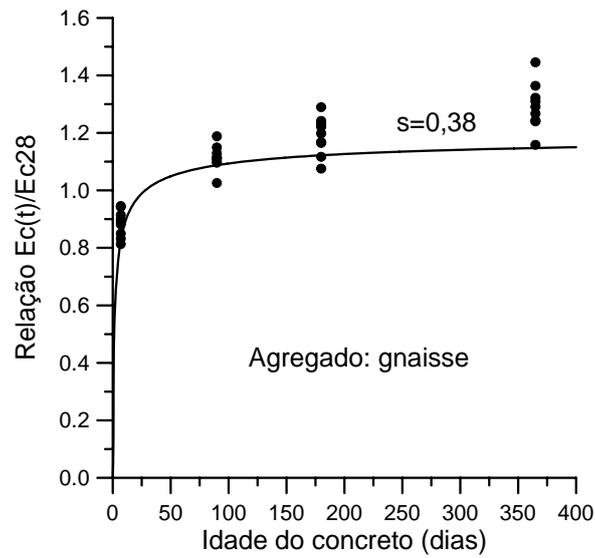


Fig. 3.3 - Variação do módulo de deformação longitudinal com a idade (resultados experimentais extraídos da ref. 8)

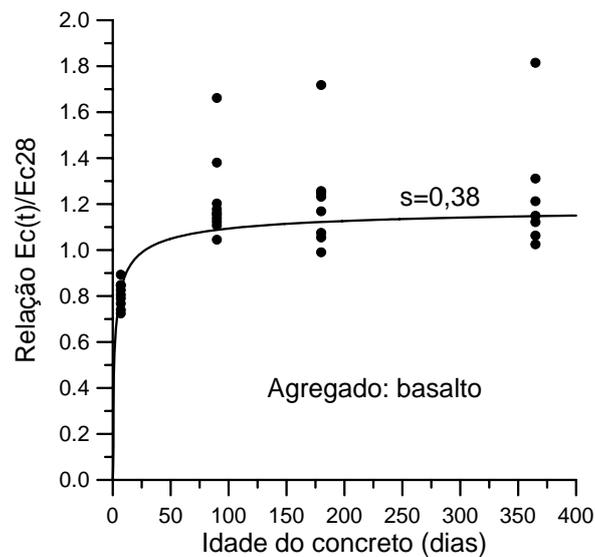


Fig. 3.4 - Variação do módulo de deformação longitudinal com a idade (resultados experimentais extraídos da ref. 8)

Na fig. 3.5, os pontos correspondem aos resultados experimentais apresentados na ref.[11]. Nesses concretos foi empregado o cimento Portland composto, para o qual tem-se  $s = 0,25$ .

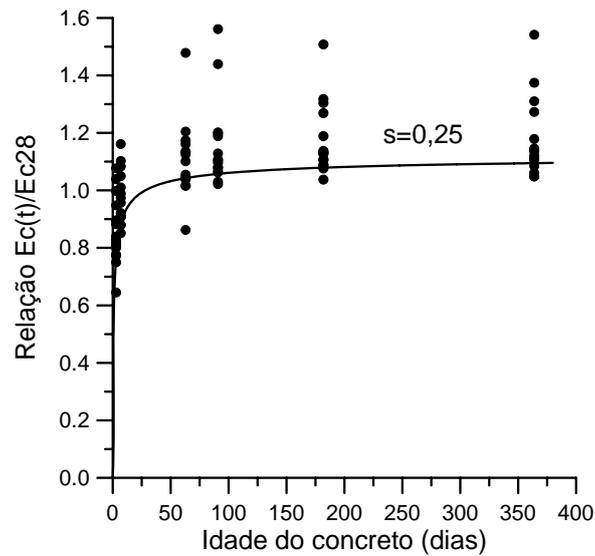


Fig. 3.5 - Variação do módulo de deformação longitudinal com a idade  
(resultados experimentais extraídos da ref. 11)

Para facilitar a visualização dos resultados correspondentes às primeiras idades de ensaio, apresenta-se a fig. 3.6, na qual a idade do concreto é representada em escala logarítmica.

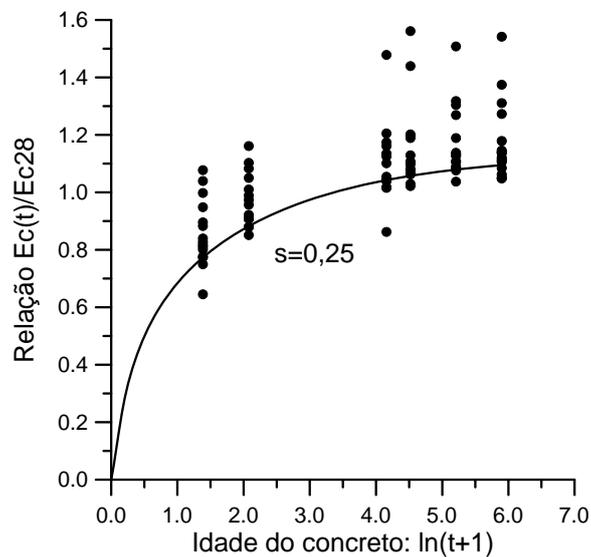


Fig. 3.6 - Variação do módulo de deformação longitudinal com a idade  
(resultados experimentais extraídos da ref. 11)

Em função desses resultados, pode-se concluir que a equação (3.1) representa satisfatoriamente a lei de evolução do módulo de deformação longitudinal do concreto com a idade.

Os efeitos da temperatura de cura sobre o módulo de deformação longitudinal são considerados tomando-se a idade equivalente  $t_e$ , em vez da idade real (ver o Número 1 desta Série).

Segundo o CEB/90, se a temperatura  $T$  no instante do ensaio diferir de  $20^\circ\text{C}$ , o módulo  $E_c(T)$  pode ser estimado como

$$E_c(T) = E_c(1,06 - 0,003T) \quad (3.2)$$

onde  $E_c$  é o módulo de deformação longitudinal aos 28 dias de idade, obtido na temperatura de ensaio igual a  $20^\circ\text{C}$ .

A expressão (3.2) é válida quando não há perda de água para o ambiente (corpos de prova selados). Havendo perda de água, o efeito da temperatura no módulo de deformação é maior que o previsto pela equação (3.2).

#### 4 - Módulo de deformação longitudinal do concreto sob carga dinâmica

De acordo com o CEB/90, o módulo de deformação longitudinal do concreto sob impacto,  $E_{c,imp}$ , pode ser estimado como

$$E_{c,imp} / E_c = (\dot{\sigma}_c / \dot{\sigma}_{co})^{0,025} \quad (4.1)$$

onde  $E_c$  é o módulo obtido no ensaio convencional e dado na equação (1.1).

Se  $\dot{\sigma}_c$  for a taxa de tensão de compressão, adota-se  $\dot{\sigma}_{co} = -1 \text{ MPa/s}$ . Se  $\dot{\sigma}_c$  for uma taxa de tensão de tração,  $\dot{\sigma}_{co} = 0,1 \text{ MPa/s}$ .

Em termos da taxa de deformação  $\dot{\epsilon}_c$ , o módulo sob impacto é dado por

$$E_{c,imp} / E_c = (\dot{\epsilon}_c / \dot{\epsilon}_{co})^{0,026} \quad (4.2)$$

A taxa de referência vale  $\dot{\epsilon}_{co} = -30 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ , para compressão, e  $\dot{\epsilon}_{co} = 3 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ , para tração.

## 5 - Análise computacional

Na primeira seção deste trabalho, foram apresentadas algumas correlações entre o módulo de deformação longitudinal e a resistência à compressão do concreto. O módulo tangente,  $E_c$ , pode ser correlacionado com a resistência característica à compressão do concreto,  $f_{ck}$ , empregando-se a expressão (1.1), de acordo com o CEB/90, ou a expressão (1.5), conforme o projeto de reformulação da NBR-6118. Conforme foi visto, essa última expressão é originária do ACI, exceto por um pequeno arredondamento.

Na seção 1.2, foi apresentado um extenso estudo, onde essas duas expressões foram comparadas com diversos resultados experimentais. Desse estudo, concluiu-se que a fórmula do CEB/90 leva vantagem em relação à fórmula do ACI, na maioria dos casos.

Do ponto de vista do projeto estrutural, interessa saber que consequência essa diferença de formulação trará para a resposta da estrutura. Em particular, é interessante saber qual é a importância da diferença entre os valores do módulo de deformação longitudinal, calculados com as fórmulas do CEB/90 e do ACI (fórmula do projeto da nova NBR-6118), na avaliação das flechas de vigas de concreto armado sob as cargas de serviço. Para isto, analisa-se a viga biapoiada indicada na fig. 5.1.

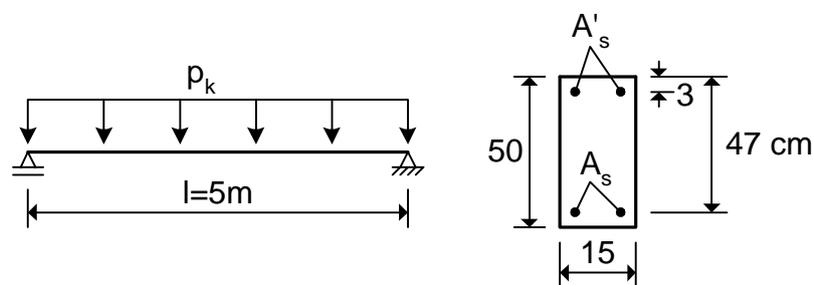


Fig. 5.1 - Viga biapoiada sob carga uniformemente distribuída

Para efeito de análise, considera-se um concreto com uma resistência característica à compressão  $f_{ck} = 20$  MPa e o aço CA-50A (com tensão de escoamento característica  $f_{yk} = 50$  kN/cm<sup>2</sup>). Para valores maiores de  $f_{ck}$ , a diferença entre os módulos calculados com as duas fórmulas diminuem.

Empregando a fórmula do CEB/90, equação (1.1), obtém-se  $E_c = 30303\text{MPa}$ . Com a fórmula do projeto da nova NBR-6118, equação (1.5), resulta  $E_c = 25044\text{MPa}$ .

Para um valor dado da carga de serviço  $p_k$ , calcula-se o momento fletor máximo e dimensionam-se as armaduras longitudinais com o procedimento usual<sup>(3)</sup>. Em seguida, analisa-se a viga sob a ação da carga uniforme, a qual é incrementada até o seu valor de serviço.

O modelo de análise é não-linear, sendo empregado o método dos elementos finitos, conforme apresentado na ref. [2]. Para o concreto e o aço, adotam-se os diagramas tensão-deformação indicados no capítulo 6 da ref. [4]. O modelo computacional leva em conta a não-linearidade física em compressão e a contribuição do concreto tracionado entre fissuras.

Em virtude da simetria, apenas a metade do vão da viga é discretizada em 10 elementos finitos de 25cm de comprimento.

Na fig. 5.2, apresenta-se a relação carga-flecha no centro do vão para uma viga cuja carga de serviço é igual a 5kN/m. Com este valor da carga, foi feito o dimensionamento das armaduras e efetuada a análise incremental até a carga de serviço.

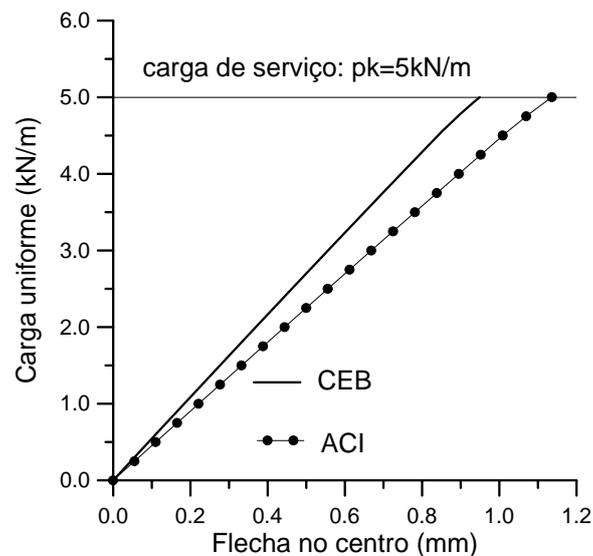


Fig. 5.2 - Relação carga-flecha para viga no estágio I

Conforme se observa pela fig. 5.2, a viga encontra-se no estágio I, pois a relação carga-flecha é linear até a carga de serviço  $p_k = 5\text{ kN/m}$ . A flecha máxima para esse valor da carga de serviço é igual a 0,95mm, quando adota-se o módulo do CEB/90, e é igual a 1,14mm, quando adota-se o módulo do ACI. A flecha calculada com o módulo do ACI é 20% superior à flecha calculada com o módulo do CEB, o que é aproximadamente igual à diferença relativa entre os valores dos dois módulos. Entretanto, essa é uma situação pouco usual (viga no estágio I).

Na fig. 5.3, apresenta-se a relação carga-flecha no centro do vão para uma viga cuja carga de serviço é igual a 20kN/m. Neste caso, a viga encontra-se no estágio II. Observa-se a pouca influência do módulo de deformação na resposta da viga, ou seja, os resultados são praticamente os mesmos, quer seja adotado o módulo do CEB ou o módulo do ACI.

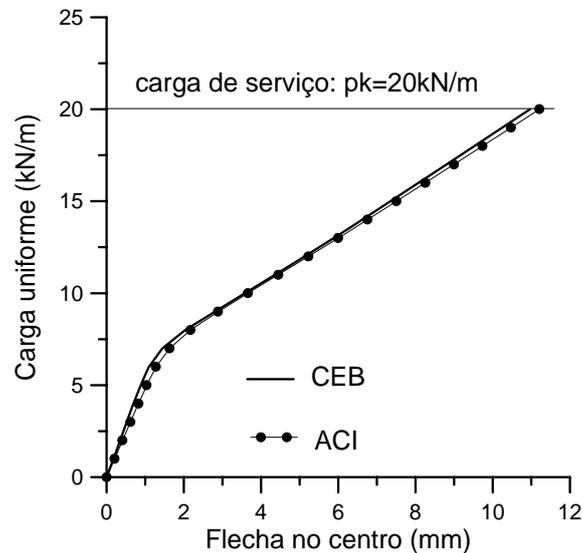


Fig. 5.3 - Relação carga-flecha para viga no estágio II

Na fig. 5.4, apresenta-se a relação entre as flechas calculadas com o módulo do CEB e com o módulo do ACI para diversos valores da carga de serviço da viga. Observa-se que, para cargas superiores à carga de fissuração (cargas superiores a 10kN/m), a diferença entre as flechas calculadas com os dois módulos é inferior a 5%. Isto mostra que, para o cálculo de flechas em vigas de concreto armado no estado fissurado, a diferença entre os dois módulos é irrelevante.

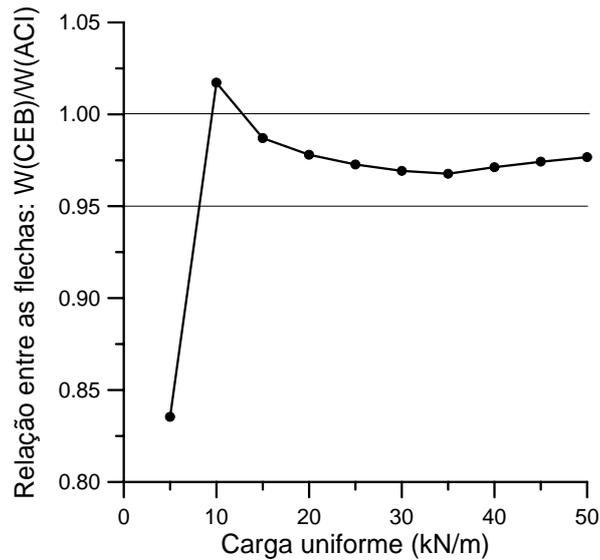


Fig. 5.4 - Relação entre as flechas calculadas com as duas expressões do módulo

Na fig. 5.5, apresentam-se as variações da tensão máxima na armadura tracionada quando adota-se o módulo do CEB e o módulo do ACI. Neste caso, a carga de serviço que foi utilizada para o dimensionamento das armaduras da viga é igual a 20kN/m.

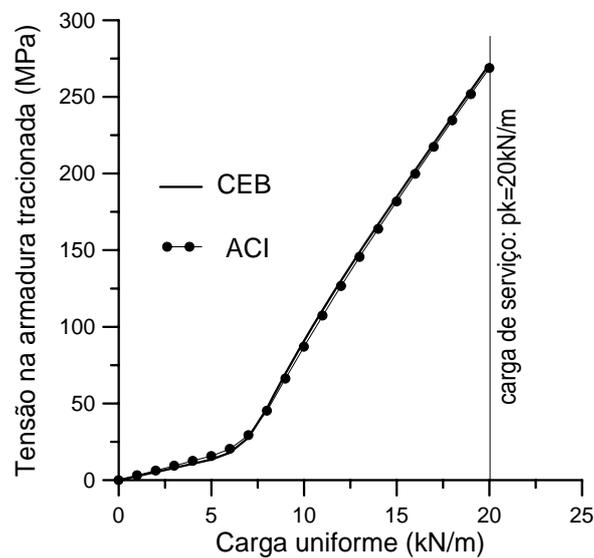


Fig. 5.5 - Tensão máxima na armadura tracionada

Observando a fig. 5.5, verifica-se que as tensões obtidas são praticamente as mesmas. Logo, a diferença entre os dois valores do módulo não causam nenhuma alteração significativa na tensão de tração da armadura. Portanto, não haverá nenhuma influência sobre a abertura das fissuras.

Dos resultados apresentados, pode-se concluir que para a verificação dos estados limites de utilização em vigas de concreto armado é indiferente adotar o módulo do CEB/90 ou o módulo do ACI. Isto ocorre porque, de um modo geral, as vigas de concreto armado encontram-se no estágio II, quando submetidas às cargas de serviço. A diferença entre os módulos só traz alterações significativas na resposta, quando a estrutura encontra-se no estágio I, como deve ser o caso das lajes maciças dos edifícios. Neste caso, sugere-se adotar a expressão do CEB/90, conforme se concluiu na seção 1.2.

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

1. American Concrete Institute. *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-95) and Commentary (ACI 318R-95)*. Detroit, 1995.
2. Araújo, J. M. - *Pilares Esbeltos de Concreto Armado - Algoritmos para análise e dimensionamento*. Editora da FURG, Rio Grande, 1993.
3. Araújo, J. M. - *Curso de Concreto Armado. V. 1*, Editora Dunas, Rio Grande, 1997.
4. Araújo, J. M. - *Curso de Concreto Armado. V. 2*, Editora Dunas, Rio Grande, 1999.
5. Associação Brasileira de Normas Técnicas. *Projeto de Estruturas de Concreto*. Projeto de revisão da NBR-6118. Janeiro, 2000.
6. Carrasquillo, R.L.; Nilson, A.H.; Slate, F.O. - *Properties of high strength concrete subject to short-term loads*. ACI Journal, No.78-14, p.171-178, May-June, 1981.
7. Comité Euro-International du Béton. *CEB-FIP Model Code 1990*. Lausanne, 1993.
8. Equipe de FURNAS, Laboratório de Concreto. *Concretos - Ensaios e Propriedades*. Editor: Walton Pacelli de Andrade. PINI, São Paulo, 1997.
9. Ferrari, A.A.; Flor, J.M.; Calixto, J.M. - *Propriedades mecânicas do concreto de alto desempenho fabricado com diversos materiais*. International Congress on High-Performance Concrete, and Performance and Quality of Concrete Structures. Anais, p.15-26, Florianópolis, 1996.
10. Gomes, P.C.C.; Shehata, L.C.D.; Almeida, I.R. - *Resistência à tração e módulo de elasticidade de concretos de alta resistência*. International Congress on High-Performance Concrete, and Performance and Quality of Concrete Structures. Anais, p.27-38, Florianópolis, 1996.
11. Helene, P.R.L. - *Estudo da variação do módulo de elasticidade do concreto com a composição e características do concreto fresco e endurecido*. Relatório à ABCP, São Paulo, 1998.
12. Sgarboza, B. C.; Andrade, J. R. A. - *Resultados históricos dos concretos utilizados na hidroelétrica de Água Vermelha*. Reunião do Ibracon de 1981, M33, 64 p., Ibracon, São Paulo, julho, 1981.
13. Valois, J.G.C.; Cassa, J.C.S. - *Avaliação do módulo de elasticidade de concreto de elevado desempenho com agregado de escória britada*. International Congress on High-Performance Concrete, and Performance and Quality of Concrete Structures. Anais, p.70-81, Florianópolis, 1996.