

CURSO DE
CONCRETO ARMADO

Volume 3

JOSÉ MILTON DE ARAÚJO

**CURSO DE
CONCRETO ARMADO**

Volume 3

Editora DUNAS

CURSO DE CONCRETO ARMADO

© Copyright Editora DUNAS

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

Araújo, José Milton de
A663c Curso de concreto armado / José Milton de Araújo. – 5. ed. –
Rio Grande, RS: Editora Dunas, 2023.
4 v. : il. ; 14 x 21 cm

Inclui bibliografia
ISBN 978-85-86717-21-5 (Coleção)
ISBN 978-85-86717-23-9 (V. 1)
ISBN 978-85-86717-22-2 (V. 2)
ISBN 978-85-86717-25-3 (V. 3)
ISBN 978-85-86717-24-6 (V. 4)

1. Engenharia civil. 2. Concreto armado. 3. Construção de
concreto armado. 4. Projeto estrutural. I. Título.

CDD 624.1834

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

Editora DUNAS
Rua Tiradentes, 105 - Cidade Nova
96211-080 RIO GRANDE - RS - Brasil

www.editoradunas.com.br
e-mail: contato@editoradunas.com.br

5^a edição, Setembro/2023

APRESENTAÇÃO

Este Curso de Concreto Armado é dirigido aos estudantes de graduação e pós-graduação em Engenharia Civil, bem como aos profissionais ligados à área de projeto estrutural. Para uma melhor apresentação, a obra foi dividida em quatro volumes, com uma sequência que nos parece apropriada do ponto de vista didático.

Não é nossa intenção abordar todos os aspectos relativos ao tema, o que seria impraticável em virtude de sua abrangência. Nosso único objetivo é apresentar um curso completo e atualizado sobre os métodos de cálculo das estruturas usuais de concreto armado. Em particular, o Curso é dedicado ao projeto das estruturas dos edifícios.

Nesta quinta edição de Curso de Concreto Armado, fizemos diversas alterações para acompanhar as atualizações introduzidas pelas normas NBR-6120 de 2019 e NBR-6118 de 2023. A norma NBR-6120/2019 alterou diversos valores referentes às cargas a serem consideradas nos edifícios, especialmente em relação às cargas variáveis.

A nova NBR-6118/2023 também introduziu modificações em alguns aspectos do projeto, com destaque para os diagramas tensão-deformação do concreto: diagrama parábola-retângulo e diagrama retangular. Esses diagramas foram alterados para acompanhar os novos diagramas constantes no projeto de revisão do Eurocode 2. Entretanto, a adaptação foi feita de maneira equivocada, o que pode levar a resultados totalmente inconsistentes, especialmente no dimensionamento dos pilares. Esse problema é mostrado em detalhes no capítulo 4 do Volume 1 e no capítulo 2 do Volume 3. Por isso, recomendamos manter o procedimento de dimensionamento à flexão simples e composta da NBR-6118/2014, enquanto se aguarda uma Emenda da NBR-6118/2023 corrigindo esse equívoco.

José Milton

PLANO DA OBRA

Volume 1: Propriedades dos materiais para concreto armado. Durabilidade das estruturas de concreto. Fundamentos de segurança. Flexão normal simples: dimensionamento e verificação de seções retangulares e seções T. Esforço cortante. Ancoragem e emendas das armaduras.

Volume 2: Cálculo e detalhamento de lajes maciças. Cálculo e detalhamento de vigas. Estados limites de utilização.

Volume 3: Flexo-compressão normal e oblíqua: dimensionamento e verificação de seções. Cálculo de pilares curtos e moderadamente esbeltos. Pilares-parede. Pilares esbeltos. Ações horizontais nas estruturas de contraventamento.

Volume 4: Dimensionamento à torção. Flexo-tração. Escadas. Vigas-parede e consolos. Reservatórios. Lajes nervuradas. Lajes cogumelo. Fundações. Projeto em situação de incêndio.

SUMÁRIO

1. CONSIDERAÇÕES SOBRE A ESTABILIDADE DOS PILARES.....	1
1.1 - A equação diferencial de equilíbrio dos pilares	1
1.2 - Condições de contorno.....	4
1.3 - Solução da equação diferencial.....	6
1.4 – Pilar com momentos nas extremidades.....	9
1.5 - Estabilidade dos pilares de concreto armado	12
1.6 - Hipóteses básicas do dimensionamento	14
2. DIMENSIONAMENTO À FLEXO-COMPRESSÃO NORMAL.....	19
2.1 - Apresentação do problema.....	19
2.2 - Seção retangular com armadura distribuída	22
2.3 - Cálculo das tensões nas armaduras	24
2.4 - Cálculo da resultante de compressão no concreto.....	29
2.5 - Equações de equilíbrio	31
2.6 - Cálculo da posição da linha neutra.....	34
2.7 - Elaboração do programa computacional	36
2.8 - Tabelas para dimensionamento	38
2.9 - Exemplos de dimensionamento.....	39
2.10 – Erros decorrentes do coeficiente ηc da NBR-6118/2023	44
3. DIAGRAMAS DE INTERAÇÃO NA FLEXO-COMPRESSÃO NORMAL	47
3.1 - O emprego de diagramas de interação	47
3.2 - Obtenção dos diagramas de interação	48
3.3 - Armadura teoricamente desnecessária	50
3.4 - Fórmulas aproximadas de dimensionamento	50
3.5 - Escolha da disposição das barras	54
4. ANÁLISE DA FLEXO-COMPRESSÃO OBLÍQUA.....	57
4.1 - Apresentação do problema.....	57

4.2 - Equações de equilíbrio	58
4.3 - Rotação do sistema de eixos.....	61
4.4 - Cálculo das tensões nas barras da armadura	63
4.5 - Determinação da parte da seção comprimida com o diagrama retangular	65
4.6 - Verificação da capacidade resistente.....	68
5. DIMENSIONAMENTO À FLEXO-COMPRESSÃO OBLÍQUA	73
5.1 - O problema do dimensionamento	73
5.2 - Determinação da inclinação da linha neutra.....	75
5.3 - Cálculo da área de aço.....	78
5.4 - Exemplos ilustrativos	80
5.5 - Tabelas para dimensionamento de seções retangulares.....	82
5.6 - Processos simplificados de dimensionamento	85
6. CONSIDERAÇÕES SOBRE O CÁLCULO DOS PILARES DE CONCRETO ARMADO.....	87
6.1 - Introdução	87
6.2 - Estruturas indesejáveis ou de nós fixos.....	89
6.3 - Determinação do índice de esbeltez	99
6.4 - Classificação dos pilares quanto à esbeltez.....	103
6.5 - Processos simplificados para a consideração dos efeitos de segunda ordem	108
6.6 - Consideração da fluência do concreto.....	118
6.7 - Efeito de segunda ordem nos pilares-parede.....	122
6.8 - Flambagem local das lâminas dos pilares-parede	124
6.9 - Dimensionamento de pilares-parede incluindo os efeitos da flambagem local.....	135
6.10 - Imperfeições geométricas localizadas em pilares-parede....	143
7. CÁLCULO DOS PILARES CONTRAVENTADOS	149
7.1 - Introdução	149
7.2 - Situações de projeto dos pilares	149
7.3 - Situações de cálculo dos pilares	154
7.4 - Exemplos de dimensionamento.....	165

7.5 - Simplificações para os pilares contraventados dos edifícios.....	185
8. DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS	195
8.1 - Considerações gerais.....	195
8.2 - Dimensões mínimas das seções dos pilares.....	195
8.3 - Armadura longitudinal	196
8.4 - Armadura transversal	197
8.5 - Cobrimento da armadura.....	202
8.6 - Proteção contra a flambagem das barras	202
8.7 - Emendas das barras	205
8.8 - Desenho de armação dos pilares	213
9. PILARES ESBELTOS	215
9.1 - Introdução	215
9.2 - Deslocamentos em barras esbeltas	217
9.3 - Relação deformação-deslocamentos	218
9.4 - O princípio dos trabalhos virtuais	220
9.5 - O método dos elementos finitos	221
9.6 - Implementação computacional do método dos elementos finitos.....	227
10. ANÁLISE DAS ESTRUTURAS DE CONTRAVENTAMENTO	239
10.1 – Introdução.....	239
10.2 – Processo simplificado para repartição das forças horizontais.....	240
10.3 – Imperfeições geométricas globais dos edifícios	250
10.4 – Análise de pórticos através do modelo contínuo	253
10.5 – Interação entre painéis de contraventamento com comportamentos distintos.....	257
10.6 – Processo rigoroso para repartição das forças horizontais ...	262
10.7 – Análise de uma subestrutura de contraventamento	271
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	281

APÊNDICE 1: Tabelas para dimensionamento à flexo-compressão normal	285
APÊNDICE 2: Tabelas para dimensionamento à flexo-compressão oblíqua.....	319

Capítulo 1

CONSIDERAÇÕES SOBRE A ESTABILIDADE DOS PILARES

1.1 - A equação diferencial de equilíbrio dos pilares

Considere-se o pilar indicado na Fig. 1.1.1, submetido a uma força normal P e a uma carga transversal q . Por hipótese, a força de compressão P é constante ao longo do eixo do pilar e a flexão ocorre no plano de simetria $x - z$.

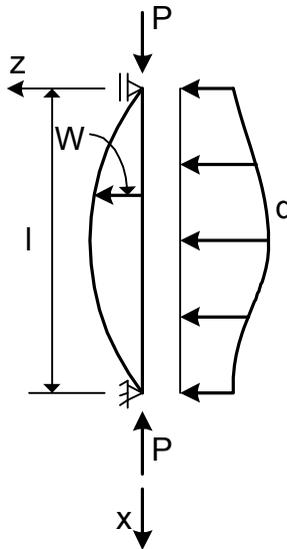


Fig. 1.1.1 - Carregamento do pilar

Com a aplicação do carregamento, a barra se deforma de modo que a flecha em uma seção transversal genérica é $W = W(x)$. Nessa seção atuam a força de compressão P , o momento fletor M e a força transversal Q . Em uma seção vizinha, afastada de uma distân-

cia infinitesimal dx , o momento fletor e a força transversal sofrem variações infinitesimais. A flecha da barra também sofre um incremento infinitesimal. Porém, a força P permanece inalterada, conforme indicado na Fig. 1.1.2.

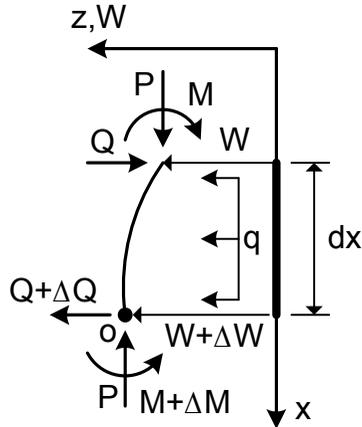


Fig. 1.1.2 - Forças em um elemento infinitesimal

As variações dos esforços e da flecha, indicadas na Fig. 1.1.2, são dadas por

$$\Delta M = \frac{dM}{dx} dx; \quad \Delta Q = \frac{dQ}{dx} dx; \quad \Delta W = \frac{dW}{dx} dx \quad (1.1.1)$$

Fazendo o equilíbrio das forças na direção z , tem-se

$$Q - qdx - \left(Q + \frac{dQ}{dx} dx \right) = 0 \quad (1.1.2)$$

onde foi substituída a expressão de ΔQ dada na equação (1.1.1).

Eliminando os termos comuns na equação (1.1.2), chega-se a

$$\frac{dQ}{dx} = -q \quad (1.1.3)$$

Fazendo o equilíbrio de momentos fletores em torno do ponto O e empregando as relações dadas em (1.1.1), tem-se

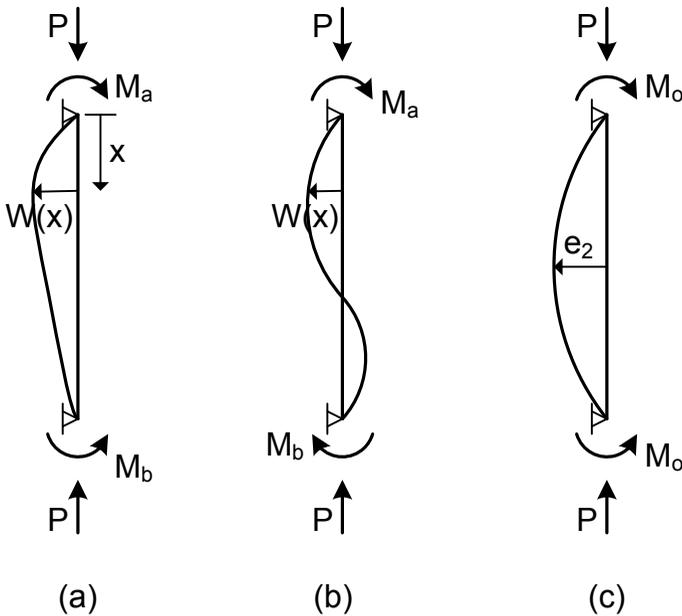


Fig. 1.4.1 – Pilar com momentos de primeira ordem nas extremidades

A flecha máxima e_2 para o pilar com momentos iguais nas extremidades (caso c), é dada por [2]

$$e_2 = \frac{M_o}{P} \left(\frac{1 - \cos \psi}{\cos \psi} \right) \quad (1.4.1)$$

onde $\psi = kl/2$, sendo k dado na equação (1.1.12).

Para os casos (a) e (b), a flecha $W(x)$ em uma seção transversal genérica é dada por [2]

$$W(x) = \frac{1}{P} (f_a M_a + f_b M_b) \quad (1.4.2)$$

onde:

$$f_a = \frac{x}{l} - 1 + \cos kx - \frac{\cos kl}{\text{sen} kl} \text{sen} kx \quad (1.4.3)$$

Em consequência da hipótese das seções planas, resulta uma distribuição linear das deformações normais ao longo da altura das seções transversais. Assim, a deformação em uma fibra genérica da seção é diretamente proporcional à sua distância até a linha neutra.

b) Aderência perfeita:

Considera-se a existência de uma aderência perfeita entre o concreto e o aço, ou seja, nenhum escorregamento da armadura é admitido. Com isso, as armaduras vão estar sujeitas às mesmas deformações do concreto que as envolve. Logo, a deformação em um ponto da seção transversal será calculada de acordo com a hipótese a, independentemente de este ponto corresponder ao aço ou ao concreto.

c) Concreto em tração:

Despreza-se totalmente a resistência à tração do concreto. Dessa forma, todo o esforço de tração será resistido pelas armaduras.

Para o concreto em compressão, pode-se adotar um dos diagramas tensão-deformação apresentados no Volume 1. Entretanto, para facilitar os cálculos, emprega-se o diagrama retangular simplificado, representado na Fig. 1.6.1.

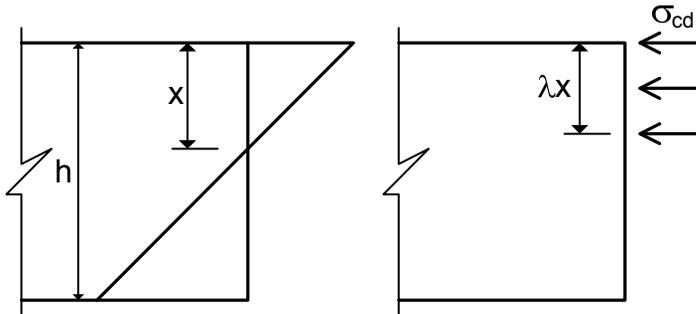


Fig. 1.6.1 - Distribuição das tensões no concreto

Empregando o diagrama retangular, considera-se que a tensão no concreto seja igual a $\sigma_{cd} = \alpha_c f_{cd}$, desde a borda mais compri-

$$\varepsilon_u (\text{o}/\text{oo}) = 3,5, \text{ se } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (1.6.7)$$

$$\varepsilon_u (\text{o}/\text{oo}) = 2,6 + 35 \left(\frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4, \text{ se } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \quad (1.6.8)$$

$$\kappa = 1 - \varepsilon_o / \varepsilon_u \quad (1.6.9)$$

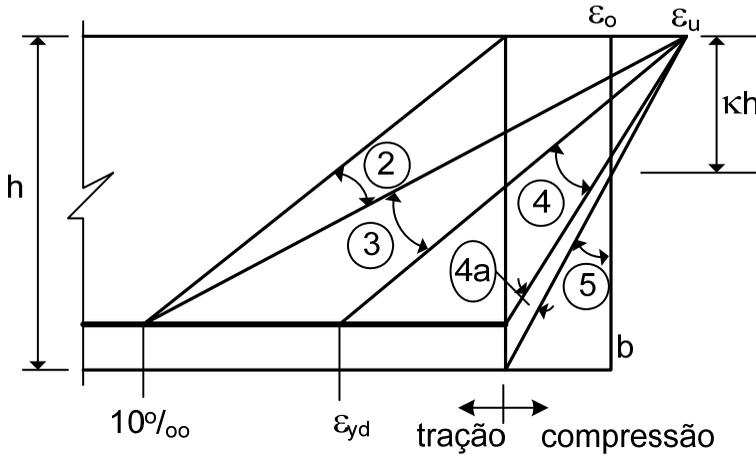


Fig. 1.6.2 - Domínios de dimensionamento na flexo-compressão

As expressões anteriores estão de acordo com a NBR-6118/2014. Conforme foi apresentado no capítulo 4 do Volume 1, a atual NBR-6118/2023 [5] introduziu um novo fator de fragilidade $\eta_c = (40/f_{ck})^{1/3} \leq 1,0$, de modo que $\sigma_{cd} = \alpha_c \eta_c f_{cd}$, mas manteve os demais parâmetros do modelo [equações (1.6.1) a (1.6.8)], o que não está correto. Para utilizar o fator η_c , deve-se considerar $\sigma_{cd} = 0,85 \eta_c f_{cd}$, $\lambda = 0,8$, $\varepsilon_o = 2 \text{ o}/\text{oo}$ e $\varepsilon_u = 3,5 \text{ o}/\text{oo}$, conforme consta no projeto de revisão do EC2. O nível de erro desse modelo da NBR-6118/2023 é mostrado no próximo capítulo.

Os quatro capítulos seguintes são dedicados ao dimensionamento e à verificação de seções de concreto armado submetidas à flexo-compressão normal e oblíqua.

Capítulo 2

DIMENSIONAMENTO À FLEXO-COMPRESSÃO NORMAL

2.1 - Apresentação do problema

Flexo-compressão é uma sollicitação composta por um momento fletor e por um esforço normal de compressão. Quando a flexão se dá em um plano contendo os eixos de simetria das seções transversais do elemento estrutural, a sollicitação é denominada flexo-compressão normal.

Na flexo-compressão normal, a profundidade da linha neutra, medida em relação a uma borda da seção transversal, é uma incógnita do problema. Entretanto, a orientação da linha neutra é conhecida, já que ela será sempre perpendicular ao plano de ação do momento fletor.

Esse tipo de sollicitação é representado na Fig. 2.1.1 para uma seção transversal retangular.

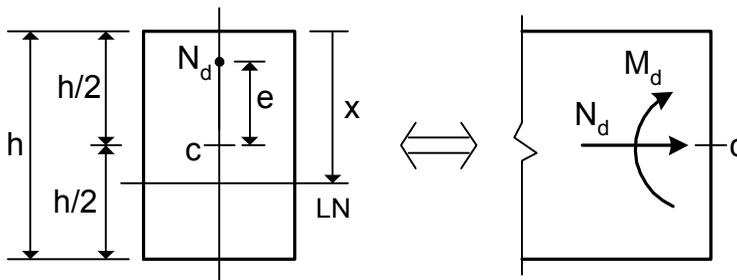


Fig. 2.1.1 - Seção transversal sob flexo-compressão normal

Na Fig. 2.1.1, h é a altura da seção transversal e c representa o centroide da seção de concreto. A força normal de compressão, N_d , atua em um eixo de simetria da seção e está aplicada em um ponto situado a uma distância e do centroide.

A solicitação representada pela força N_d e pela excentricidade e pode ser substituída pelo par de esforços (N_d, M_d) , onde N_d é o esforço normal de cálculo e $M_d = N_d e$ é o momento fletor de cálculo.

Uma vez que a orientação da linha neutra é conhecida, resta determinar sua profundidade x , medida em relação à borda comprimida pela aplicação exclusiva do momento fletor, para sua completa caracterização. Por isso, x é uma das incógnitas que deverão ser encontradas na solução deste problema.

Na Fig. 2.1.2, são indicados alguns tipos de seções retangulares de concreto armado, usualmente empregadas nos pilares dos edifícios.

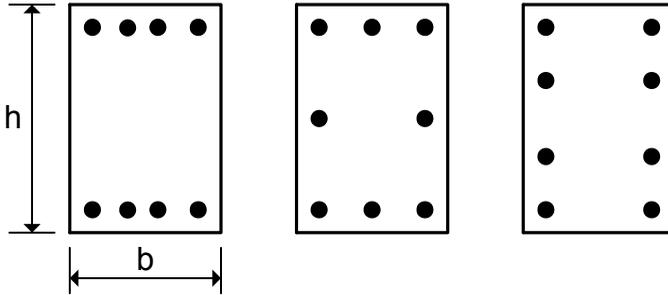


Fig. 2.1.2 - Seções transversais típicas dos pilares dos edifícios

Todas as seções transversais representadas na Fig. 2.1.2 possuem a mesma armadura total, com uma área de aço igual a A_s . Entretanto, a disposição das barras difere de uma seção para outra. Por isto, a capacidade resistente de cada uma delas será diferente.

O dimensionamento de uma seção transversal de concreto armado, submetida à flexo-compressão normal, consiste na resolução do seguinte problema:

- dados os esforços solicitantes de cálculo N_d e M_d ;
- escolhida uma forma para a seção transversal de concreto e uma determinada disposição das barras da armadura;
- considerando as resistências de cálculo dos materiais (f_{cd} e f_{yd}) e respeitando os domínios de dimensionamento;

- nos domínios 3, 4 e 4a, a deformação na borda superior da seção é igual a ε_u ;
- no domínio 5, a deformação na fibra situada a κh da borda superior é igual a ε_o .

Dessa forma, existirão três expressões para as deformações das camadas da armadura, dependendo da profundidade da linha neutra. Assim, torna-se necessário definir os limites entre esses domínios em termos da profundidade x da linha neutra. Isto é feito de acordo com a Fig. 2.3.1, onde são indicadas as três situações distintas (domínio 2; domínios 3, 4 e 4a; domínio 5).

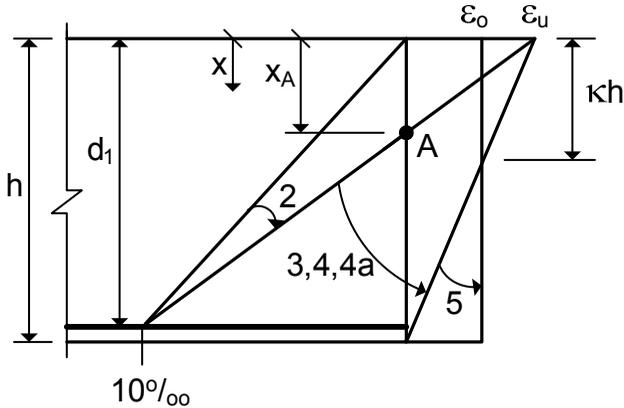


Fig. 2.3.1 - Limites entre os domínios para o cálculo das deformações nas armaduras

Limites do domínio 2:

Conforme se observa na Fig. 2.3.1, no domínio 2 a profundidade x da linha neutra varia entre 0 (na borda superior da seção) e x_A (no limite entre os domínios 2 e 3). Por semelhança de triângulos, verifica-se que

$$\frac{x_A}{d_1 - x_A} = \frac{\varepsilon_u}{10\text{‰}} \quad (2.3.1)$$

de onde se obtém

$$f(\xi) = (\mu - 0,5\nu + r_c \beta_c) \sum_{i=1}^{n'} n_i \sigma_{sdi} + (\nu - r_c) \sum_{i=1}^{n'} n_i \beta_i \sigma_{sdi} \quad (2.6.1)$$

A solução procurada situa-se no intervalo $[0, \infty)$, que abrange todos os domínios da flexo-compressão.

Este problema pode ser resolvido empregando-se o algoritmo iterativo da bissecante, ilustrado na Fig. 2.6.1.

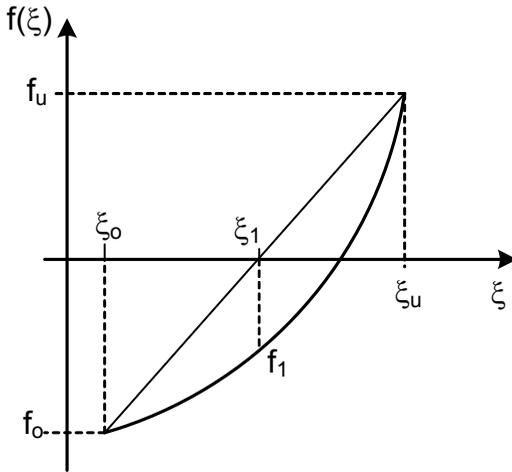


Fig. 2.6.1 - Processo da bissecante

Antes de iniciar o processo iterativo, deve-se definir um intervalo finito no qual se encontra a solução, já que é impossível trabalhar numericamente com um intervalo que vai até o infinito. Isto pode ser feito da seguinte maneira:

- Inicialmente escolhe-se um intervalo finito $[\xi_o, \xi_u]$, onde $\xi_o = 0$ e ξ_u é um valor bem superior a 1, por exemplo, $\xi_u = 1000$.
- Empregando a equação (2.6.1), avalia-se a função $f(\xi)$ nos extremos do intervalo, ou seja, $f_o = f(\xi_o)$ e $f_u = f(\xi_u)$.
- Calcula-se o produto $p = f_o f_u$.
- Se resultar $p \leq 0$, significa que a raiz da função encontra-se no intervalo escolhido.

$$\nu = \frac{N_d}{bh\sigma_{cd}} = \frac{574}{20 \times 40 \times 1,2} \Rightarrow \nu \cong 0,60$$

$$\mu = \frac{M_d}{bh^2\sigma_{cd}} = \frac{14350}{20 \times 40^2 \times 1,2} \Rightarrow \mu = 0,37$$

$$\delta = \frac{d'}{h} = \frac{4}{40} \Rightarrow \delta = 0,10$$

As Tabelas A1.1 a A1.4 correspondem a esse tipo de seção transversal (seção com duas camadas de armadura). Como $\delta = 0,10$, deve-se utilizar a Tabela A1.2.

Entrando na Tabela A1.2 com $\nu = 0,60$ e $\mu = 0,37$ e interpolando linearmente, obtém-se $\omega = 0,71$.

A área de aço é dada por

$$A_s = \omega bh \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}} = 0,71 \times 20 \times 40 \times \frac{1,2}{43,48} \Rightarrow A_s = 15,70 \text{ cm}^2$$

Empregando a Tabela A3.2 (Apêndice 3 do Volume 2), verifica-se que essa seção de aço é obtida adotando-se 4 barras de 16 mm em cada camada, ficando-se com uma área total igual a $16,08 \text{ cm}^2$. A solução é apresentada na Fig. 2.9.2.

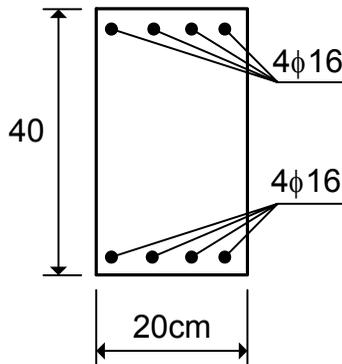


Fig. 2.9.2 - Solução possível - Exemplo 1

armadura. Esse valor de ν varia conforme a disposição das barras na seção transversal, mas fica em torno de $\nu \cong 0,5$.

Logo, se ν é muito pequeno, o dimensionamento à flexão simples resulta em uma maior armadura do que o dimensionamento à flexo-compressão. Por esse motivo, aliado ao fato de que os efeitos de segunda ordem (ver capítulo 6) são pequenos se o esforço normal é pequeno, estruturas como postes de iluminação pública e pilares pouco carregados de alguns tipos de galpões industriais podem ser dimensionados como uma viga engastada na base e livre no topo.

O comportamento mostrado na Fig. 2.9.5 também explica em parte o fato de que, muitas vezes, ao se dimensionar os pilares dos edifícios de vários andares, a armadura do pilar no último andar resulta maior do que no penúltimo. Como nos últimos pavimentos pode-se ter um valor de ν pequeno, ao reduzir o esforço normal na passagem do penúltimo para o último andar, ocorre um aumento da área de aço.

Outro motivo para tal redução de armadura é o aumento dos momentos fletores no último pavimento, como é mostrado no capítulo 7.

2.10 – Erros decorrentes do coeficiente η_c da NBR-6118/2023

A nova NBR-6118/2023[5] introduziu, de maneira equivocada, um fator η_c para reduzir a tensão de cálculo σ_{cd} quando $f_{ck} > 40$ MPa. Conforme já foi mostrado no capítulo 4 do Volume 1, esse fator tem pouca influência nos problemas de flexão simples. Ele também tem pouco efeito nos casos de flexo-compressão com grandes excentricidades (quando a linha neutra corta a seção transversal). Entretanto, os resultados são muito afetados nos casos de pequenas excentricidades, como ocorre com os chamados pilares contraventados (ver capítulo 6).

Para mostrar o nível de erro cometido ao se empregar o modelo da nova NBR-6118/2023, considera-se o dimensionamento da seção da Fig. 2.9.3 para $N_k = 2500$ kN e $e = 2,7$ cm (excentricidade mínima dada no capítulo 7). Os resultados são apresentados na Tabela 2.10.1, em comparação com o modelo da NBR-6118/2014.

Capítulo 3

DIAGRAMAS DE INTERAÇÃO NA FLEXO-COMPRESSÃO NORMAL

3.1 - O emprego de diagramas de interação

No capítulo anterior, foi apresentada a formulação para o dimensionamento à flexo-compressão normal de seções retangulares com armadura distribuída simetricamente ao longo do seu contorno. Apesar de as equações terem sido particularizadas para as seções retangulares, sua generalização para outras formas de seções é um trabalho relativamente simples. Isto feito, pode-se facilmente ampliar o programa computacional.

Admitindo-se como sendo válidas as hipóteses introduzidas na formulação, o desenvolvimento apresentado é matematicamente correto e leva à solução exata do problema. Evidentemente, essa solução só pode ser obtida iterativamente e, para isto, necessita-se de um programa de computador.

A solução do problema também pode ser obtida quando se dispõe de tabelas para o dimensionamento imediato, como as tabelas apresentadas no Apêndice 1. Deve ser salientado que o único erro que, eventualmente, pode ser cometido ao se utilizar essas tabelas é o decorrente das interpolações que são feitas para o cálculo da armadura.

Alternativamente, o dimensionamento pode ser feito com o emprego de diagramas de interação. Neste caso, o único erro cometido é o decorrente da leitura efetuada no diagrama. A opção por uma tabela de dimensionamento ou por um diagrama de interação é simplesmente uma questão de preferência.

Um diagrama de interação é um conjunto de curvas representadas no sistema de eixos dos esforços reduzidos ($\nu - \mu$). Cada curva, correspondendo a uma dada taxa mecânica de armadura ω , representa o lugar geométrico dos pares de esforços (μ, ν) que levam a seção ao estado limite último.

problema $f(\xi) = 0$ e calcula-se o valor de μ com o emprego da equação (3.2.2).

Procedendo desta forma, obtém-se uma infinidade de pares (μ, ν) que fazem com que a seção atinja o estado limite último. Plotando os pontos obtidos no sistema de eixos cartesianos $\nu - \mu$, obtém-se uma curva que representa o lugar geométrico dos pares de esforços solicitantes (μ, ν) que levam a seção à ruína. Variando a taxa de armadura ω , pode-se gerar um conjunto de curvas de maneira análoga. Essas curvas dão origem aos denominados diagramas de interação na flexo-compressão normal.

Na Fig. 3.2.1, representa-se o diagrama de interação obtido para uma seção retangular com duas camadas de armadura. Esse diagrama foi construído para o aço CA-50 ($f_{yk} = 500$ MPa) e para $\delta = 0,10$. Portanto, ele só é válido para uma seção transversal com essas características. Observa-se, ainda, que as curvas correspondem a diferentes taxas mecânicas de armadura, desde $\omega = 0$ até $\omega = 1$.

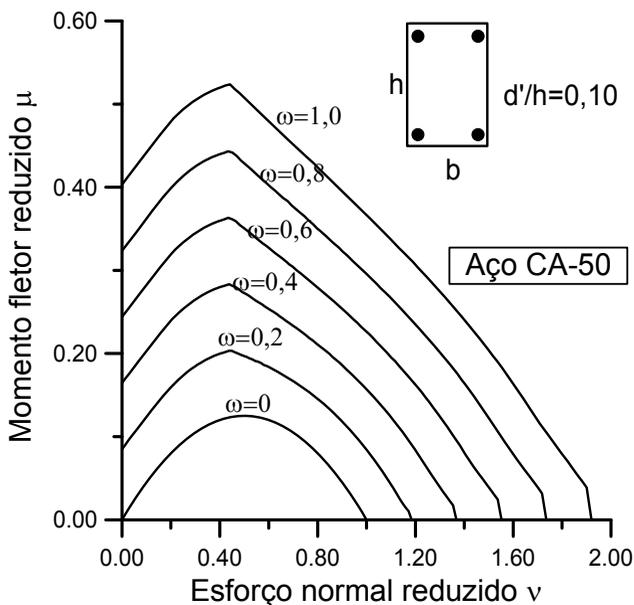


Fig. 3.2.1 - Diagrama de interação

Capítulo 4

ANÁLISE DA FLEXO-COMPRESSÃO OBLÍQUA

4.1 - Apresentação do problema

A flexo-compressão oblíqua é a sollicitação composta por um esforço normal de compressão agindo fora dos eixos de simetria da seção transversal. Quando o esforço normal atua em um eixo de simetria da seção de concreto, mas o arranjo das barras não é simétrico em relação a esse eixo, a flexão também é oblíqua. Por último, a flexão será sempre oblíqua quando a própria seção não possuir um eixo de simetria.

Nesses casos, ao contrário da flexo-compressão normal, tanto a profundidade da linha neutra quanto a sua orientação são desconhecidas. Em geral, a linha neutra não é perpendicular ao plano de ação do momento fletor. Assim, surge uma nova incógnita no problema, o que torna sua solução bastante complexa.

Na Fig. 4.1.1, apresenta-se uma seção retangular de concreto armado submetida à flexo-compressão oblíqua.

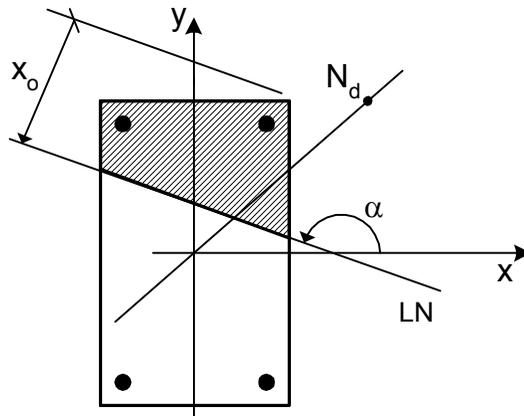


Fig. 4.1.1 - Seção transversal sob flexo-compressão oblíqua

Conforme se observa na figura, a linha neutra está inclinada de um ângulo α em relação ao eixo x e não é perpendicular ao plano de ação do momento fletor. Assim, para caracterizar a linha neutra é necessário encontrar sua profundidade x_0 e sua inclinação α . Somente quando o esforço normal de compressão N_d está aplicado nos eixos de simetria x e y é que se conhece diretamente o ângulo α (casos de flexo-compressão normal).

Em vista disto, o dimensionamento da seção torna-se bastante difícil e só pode ser feito através de tentativas. Entretanto, a verificação da capacidade resistente é um problema relativamente simples.

Neste capítulo, apresenta-se a formulação do problema para uma seção poligonal arbitrária. Com essa formulação, pode ser desenvolvido um programa para a verificação da capacidade resistente de qualquer forma de seção transversal.

4.2 - Equações de equilíbrio

Na Fig. 4.2.1, indica-se uma seção poligonal arbitrária de concreto armado submetida ao esforço normal de compressão N_d . As excentricidades do esforço normal de cálculo N_d são e_x e e_y . Além disso, convencionou-se que a origem do sistema de eixos $x - y$ coincida com o centroide da seção de concreto simples. Logo, a solitação é composta pelo terno (N_d, M_{xd}, M_{yd}) , onde $M_{xd} = N_d e_x$ e $M_{yd} = N_d e_y$ são os momentos solicitantes de cálculo.

A seção transversal possui n barras de aço. As coordenadas de uma barra genérica, em relação ao sistema de eixos cartesianos $x - y$, são x_{si} e y_{si} . Se todas as barras têm o mesmo diâmetro, a área da seção de uma barra é dada por

$$A_{si} = \frac{A_s}{n} ; \quad i = 1 \text{ a } n \quad (4.2.1)$$

onde A_s é a área total da armadura na seção transversal.

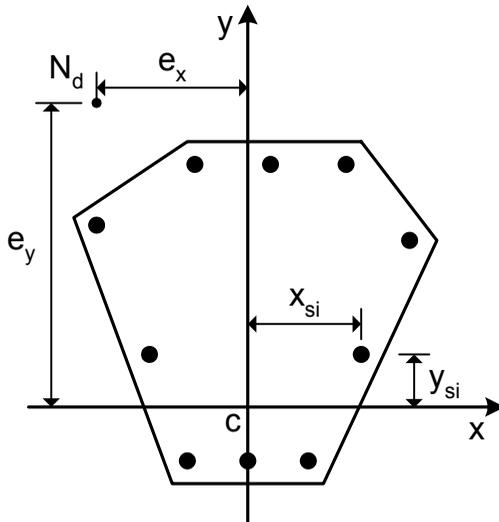


Fig. 4.2.1 - Caracterização da seção transversal

Na Fig. 4.2.2, representa-se a parte da seção de concreto que está comprimida pelo bloco retangular de tensões. Nessa figura, A_{cc} indica a área de concreto comprimida com a tensão constante σ_{cd} .

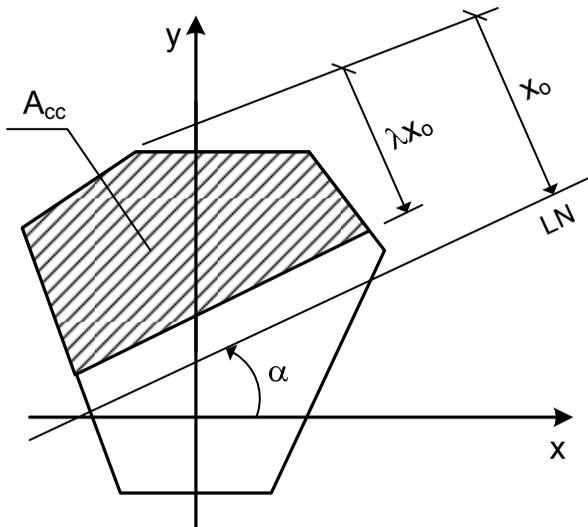


Fig. 4.2.2 - Área de concreto comprimida

4.5 - Determinação da parte da seção comprimida com o diagrama retangular

Para completar o cálculo das equações (4.2.5) a (4.2.7), é necessário identificar a parte da seção transversal de concreto que é comprimida com a tensão constante σ_{cd} . Isto é feito em conformidade com a Fig. 4.5.1.

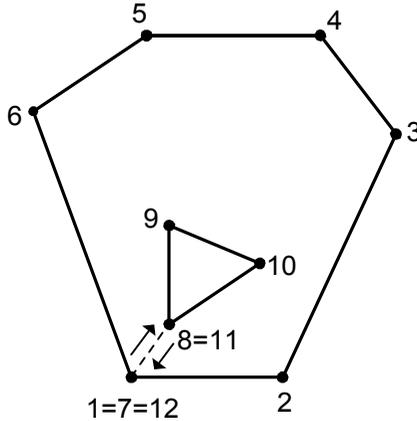


Fig. 4.5.1 - Numeração dos vértices da seção transversal

Como se observa na Fig. 4.5.1, os vértices da seção são numerados no sentido anti-horário, para o contorno externo. Se a seção for vazada, o contorno interno é numerado no sentido contrário. O último vértice deve ser coincidente com o primeiro para o fechamento da poligonal. Assim, para a seção da Fig. 4.5.1, seriam fornecidas as coordenadas dos 11 primeiros vértices e o programa atribui ao vértice 12 as mesmas coordenadas do vértice 1.

Deve ser salientado que as coordenadas dos vértices e das barras da armadura podem ser fornecidas em relação a um sistema de eixos arbitrários. Entretanto, antes de iniciar os cálculos, o programa fará uma modificação dessas coordenadas, transladando a origem dos eixos para o centroide da seção de concreto.

Na Fig. 4.5.2, representa-se a parte da seção transversal que é comprimida com a tensão σ_{cd} . Nesta etapa do processamento, todas as coordenadas dos vértices da seção já estão referidas ao sistema de

Exemplo 2: A seção é a indicada na Fig. 5.4.2.

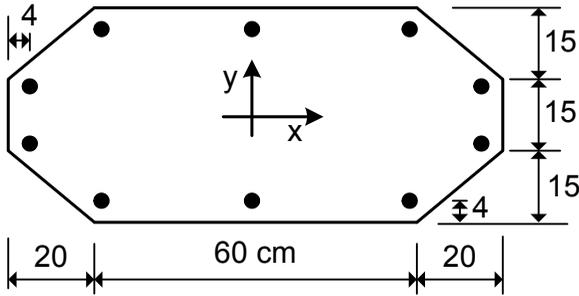


Fig. 5.4.2 - Seção do exemplo 2

Tabela 5.4.2 - Resultados (exemplo 2)

N_k (kN)	M_{xk} (kNcm)	M_{yk} (kNcm)	A_s (cm ²)
2.500	0	0	0
4.000	0	0	28,57
4.000	20.000	0	43,55
4.000	0	20.000	65,26
4.000	20.000	10.000	51,41

Exemplo 3: Dimensionar a seção da Fig. 5.4.3

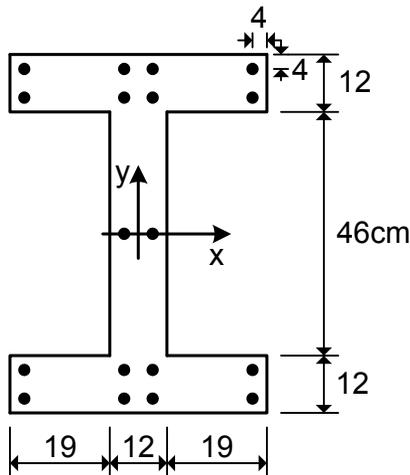


Fig. 5.4.3 - Seção do exemplo 3

Capítulo 6

CONSIDERAÇÕES SOBRE O CÁLCULO DOS PILARES DE CONCRETO ARMADO

6.1 - Introdução

Os pilares podem ser classificados como curtos, moderadamente esbeltos e esbeltos.

Os pilares curtos são aqueles para os quais não há necessidade de se considerar os efeitos de segunda ordem. Para esses pilares, os esforços solicitantes obtidos na configuração deformada (teoria de segunda ordem) são aproximadamente iguais aos esforços calculados na configuração indeformada (teoria de primeira ordem). Em geral, admite-se que os efeitos de segunda ordem possam ser desprezados quando eles causam um acréscimo nos esforços solicitantes de no máximo 10%.

Para os pilares moderadamente esbeltos, os efeitos de segunda ordem são importantes e não podem ser desprezados. Entretanto, esses efeitos podem ser considerados através de processos simplificados. Em geral, nesses processos arbitra-se uma configuração deformada para o eixo do pilar e calcula-se o máximo momento fletor solicitante ao longo do eixo. Com o momento máximo e com o esforço normal, dimensiona-se a seção transversal do pilar em flexo-compressão.

Nos pilares esbeltos, os efeitos de segunda ordem são tão importantes que não se pode admitir o emprego de processos simplificados. Para esses pilares é exigida uma análise rigorosa, que leva em conta a não linearidade física decorrente do comportamento mecânico dos materiais, bem como a não linearidade geométrica.

De um modo geral, a maioria dos pilares dos edifícios se enquadra nas categorias de pilares curtos ou moderadamente esbeltos. Somente em poucos casos especiais é que eles devem ser tratados como pilares esbeltos.

$$N = (\sigma_c + \rho\sigma_s)bt \quad (6.9.4)$$

onde se admite que a lâmina do pilar-parede esteja submetida a uma compressão uniforme.

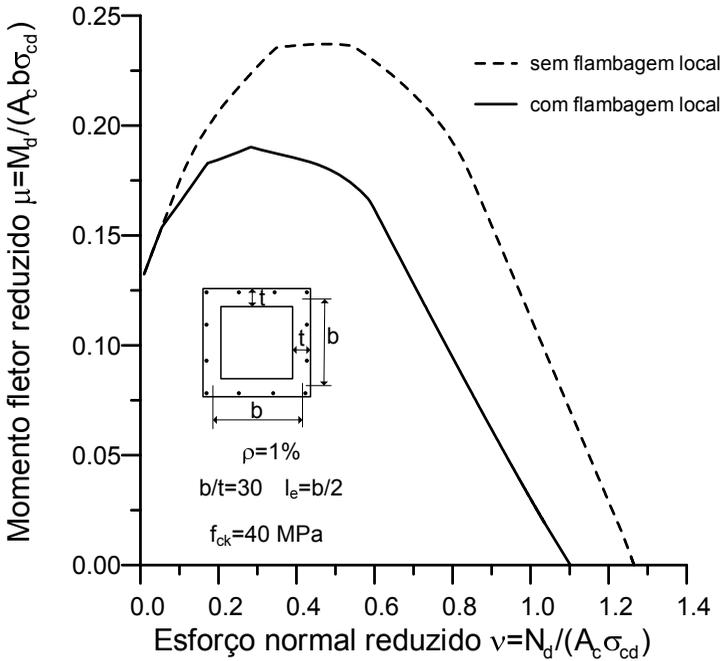


Fig. 6.9.2 – Diagrama de interação considerando a flambagem local

O maior esforço normal que pode ser aplicado à lâmina, sem considerar a flambagem local, é dado por

$$N_{d,max} = (\sigma_{cd} + \rho f_{yd})bt \quad (6.9.5)$$

onde ρ é a taxa de armadura na lâmina considerada, obtida do dimensionamento do pilar-parede sem levar em conta a flambagem local.

O fator de redução de capacidade é definido por

$$\psi = \frac{N}{N_{d,max}} = \frac{\sigma_c + \rho\sigma_s}{\sigma_{cd} + \rho f_{yd}} \quad (6.9.6)$$

Se resultar $\varepsilon_{cr} \geq \varepsilon_o$, adota-se $\psi = 1$.

6.10 – Imperfeições geométricas localizadas em pilares-parede

De acordo com a NBR-6118, as imperfeições geométricas dos pilares dos edifícios podem ser classificadas em imperfeições globais e imperfeições locais. As imperfeições globais decorrem do desalinhamento do edifício como um todo e devem ser consideradas no projeto dos pilares de contraventamento, como é apresentado na seção 10.3 (capítulo 10). As imperfeições locais ocorrem entre dois andares sucessivos e são consideradas no projeto dos pilares contraventados, através de uma excentricidade acidental, como é apresentado na seção 7.3 (capítulo 7). Nesses dois casos, a imperfeição geométrica se refere ao eixo do pilar.

No caso dos pilares-parede, ainda pode ser necessário considerar as imperfeições geométricas localizadas em uma ou mais lâminas que o compõem. Neste caso, considera-se a imperfeição geométrica de uma lâmina entre dois pisos sucessivos.

Essas três situações são representadas na Fig. 6.10.1.

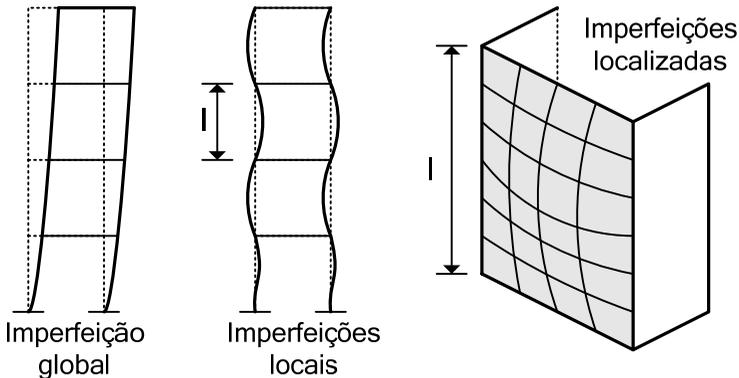


Fig. 6.10.1 – Imperfeições geométricas dos pilares

O efeito das imperfeições localizadas pode ser analisado pela teoria de placas, conforme apresentado no capítulo 2 do Volume 2. Entretanto, como as lâminas do pilar-parede estão comprimidas, devem-se considerar os efeitos de segunda ordem.

Na Fig. 6.10.2, apresenta-se uma placa simplesmente apoiada nos quatro lados, submetida a um esforço normal N_x por unidade de comprimento.

Capítulo 7

CÁLCULO DOS PILARES CONTRAVENTADOS

7.1 - Introdução

Conforme foi salientado no capítulo anterior, em uma estrutura pode-se distinguir duas subestruturas que têm finalidades distintas. A primeira, denominada subestrutura de contraventamento, é aquela formada por elementos de maior rigidez, cuja função principal é resistir às ações horizontais. Evidentemente, a subestrutura de contraventamento também resiste a uma parcela do carregamento vertical.

A subestrutura de contraventamento, além de absorver as ações horizontais que atuam na estrutura, deve possuir uma rigidez suficiente para garantir a indeslocabilidade, conforme o critério apresentado no capítulo 6.

A outra subestrutura, denominada subestrutura contraventada, resiste apenas ao carregamento vertical. Os pilares dessa subestrutura, denominados de pilares contraventados, podem ser calculados como se eles fossem apoiados nos níveis das lajes. Assim, os efeitos de segunda ordem nesses pilares são localizados.

Neste capítulo, são apresentadas as situações de cálculo dos pilares contraventados submetidos às cargas verticais. Para cada categoria de pilar é feito um exemplo de dimensionamento. Os mesmos critérios de projeto podem ser empregados para o dimensionamento dos pilares de contraventamento. Entretanto, para os pilares de contraventamento, os momentos iniciais são determinados levando-se em conta as cargas verticais e a ação do vento, conforme é apresentado na referência [17].

7.2 - Situações de projeto dos pilares

Dependendo do seu posicionamento na estrutura, os pilares podem ser classificados como pilares intermediários, pilares de ex-

tremidade ou pilares de canto. A Fig. 7.2.1 esclarece essa classificação.

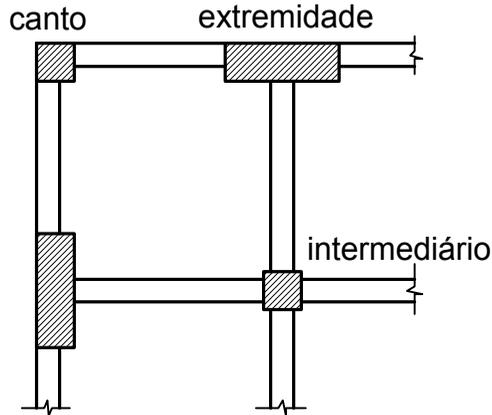


Fig. 7.2.1 - Classificação dos pilares quanto à situação de projeto

Os pilares intermediários são assim denominados por corresponderem a apoios intermediários para as vigas. Considerando apenas o carregamento vertical atuante nas vigas, verifica-se que os momentos que são transmitidos a esses pilares são pequenos e, em geral, podem ser desprezados. Quando os vãos da viga, adjacentes ao pilar, forem muito diferentes entre si, ou quando há significativa diferença no carregamento desses vãos, pode ser necessário considerar os momentos iniciais transmitidos pela viga. Para isto, pode-se empregar o modelo da Fig. 7.2.2, considerando um tramo de viga para cada lado do pilar.

Dessa forma, um pilar intermediário contraventado está em uma situação de projeto de compressão centrada, a menos que, por razões construtivas, a força de compressão não atue no seu eixo. Isto pode ocorrer quando há uma variação nas dimensões da seção transversal do pilar ou quando as vigas são excêntricas em relação ao seu eixo (ver referência [17]).

Os pilares de extremidade correspondem a apoios de extremidade para as vigas. Neste caso, os momentos transmitidos pelas vigas devem ser considerados e a situação de projeto é de flexo-compressão normal.

Esses momentos são obtidos resolvendo-se o pórtico ao qual pertencem o pilar e as vigas que nele terminam. Entretanto, a NBR-

6118 permite que se faça um cálculo aproximado, adotando-se a seguinte distribuição de momentos nos nós do pórtico:

- pilar inferior ao nó:

$$M_{\text{inf}} = M_{\text{eng}} \frac{r_{\text{inf}}}{r_{\text{inf}} + r_{\text{sup}} + r_{\text{vig}}} \quad (7.2.1)$$

- pilar superior ao nó:

$$M_{\text{sup}} = M_{\text{eng}} \frac{r_{\text{sup}}}{r_{\text{inf}} + r_{\text{sup}} + r_{\text{vig}}} \quad (7.2.2)$$

onde M_{eng} é o momento de engastamento perfeito e $r = \alpha I/l$ é o coeficiente de rigidez, sendo I o momento de inércia da seção transversal e l o vão.

Os coeficientes de rigidez das barras são obtidos com o modelo indicado na Fig. 7.2.2. Quando a viga possuir um único vão, o engaste perfeito deve ser substituído por um apoio simples. Neste caso, o coeficiente de rigidez da viga é $r_{\text{vig}} = 3I_{\text{vig}}/l_{\text{vig}}$.

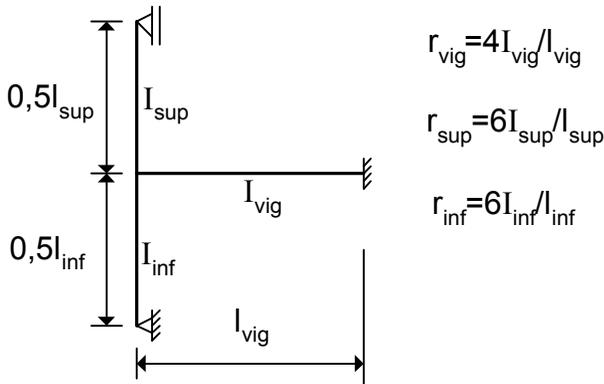


Fig. 7.2.2 - Modelo para o cálculo dos momentos no pilar

Quando a extremidade oposta do pilar for engastada, o momento fletor nessa extremidade pode ser calculado com uma das expressões anteriores e dividido por -2.

Na Fig. 7.2.3, apresenta-se a distribuição dos momentos para os pilares de extremidade.

c) Pilares de canto

Nos pilares de canto, devem-se considerar os momentos iniciais transmitidos pelas vigas que nele terminam, segundo as duas direções. Dividindo esses momentos pela força normal, obtêm-se os diagramas de excentricidades iniciais representados na Fig. 7.3.4.

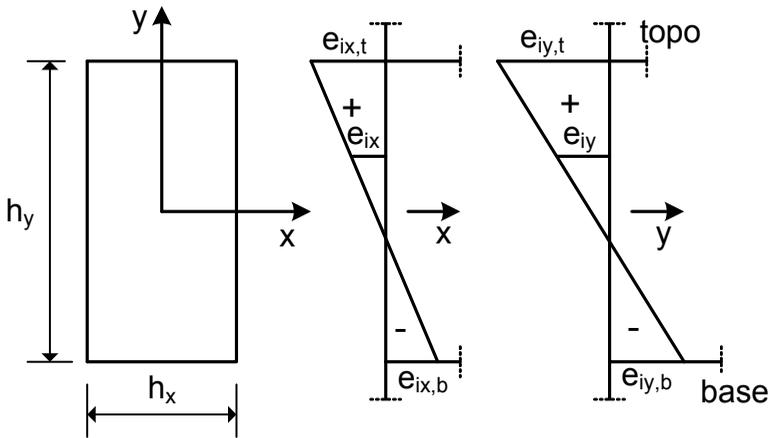


Fig. 7.3.4 – Pilar de canto com excentricidades iniciais segundo as duas direções

Observa-se que todas as seções transversais do pilar estão submetidas à flexo-compressão oblíqua, como uma condição inicial. Neste caso, os dimensionamentos devem ser feitos sempre à flexo-compressão oblíqua. De um modo geral, devem ser adotadas seis situações de cálculo: duas para a seção do topo, duas para a seção da base e duas para uma seção intermediária do pilar.

1) Situações de cálculo na seção de topo do pilar

A situação de projeto na seção de topo do pilar é apresentada na Fig. 7.3.5-a, onde $e_{ix,t}$ e $e_{iy,t}$ são as excentricidades iniciais nas duas direções. As duas situações de cálculo para essa seção correspondem aos casos b e c da figura.

Situação de cálculo 1:

$$e_x = e_{1x} \quad ; \quad e_y = e_{iy,t} \quad (7.3.15)$$

Para uma seção com duas camadas de armadura e com $\delta = 0,20$, a tabela correspondente é a Tabela A1.4 do Apêndice 1. Entrando nessa tabela, obtém-se a taxa de armadura $\omega = 0,93$. A área total da armadura é

$$A_s = \frac{\omega b h \sigma_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,93 \times 50 \times 20 \times 1,2}{43,48} \Rightarrow A_s = 25,67 \text{ cm}^2$$

Empregando a Tabela A3.2 (Apêndice 3 do Volume 2), verifica-se que podem ser adotadas 8 barras de 20 mm (ficando-se com uma área efetiva de $25,13 \text{ cm}^2$, praticamente igual à área calculada). O pequeno erro de 2% contra a segurança pode ser desconsiderado, não havendo necessidade de adotar uma área de aço maior, devido a todas as aproximações e arredondamentos feitos. Além disso, de um modo geral a carga do pilar é superavaliada durante o projeto, seja pelo agrupamento de pilares com cargas semelhantes, seja pela desconsideração das aberturas nas alvenarias e sobreavaliação do carregamento das vigas. A consideração do pilar como sendo birrotulado também leva a uma solução a favor da segurança. Essa solução com 8 barras de 20 mm também é adotada para permitir a comparação com o pilar de extremidade do exemplo seguinte.

A disposição das armaduras para atender ao dimensionamento na direção x é mostrada na Fig. 7.4.3.

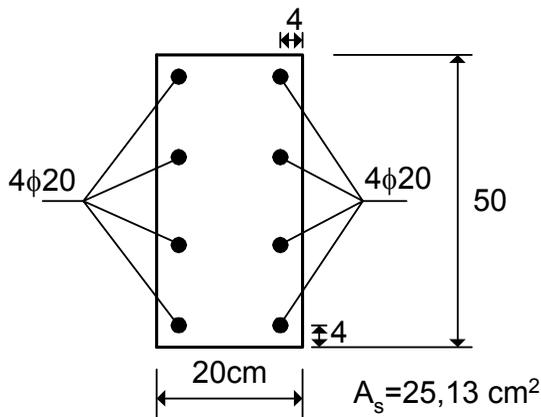
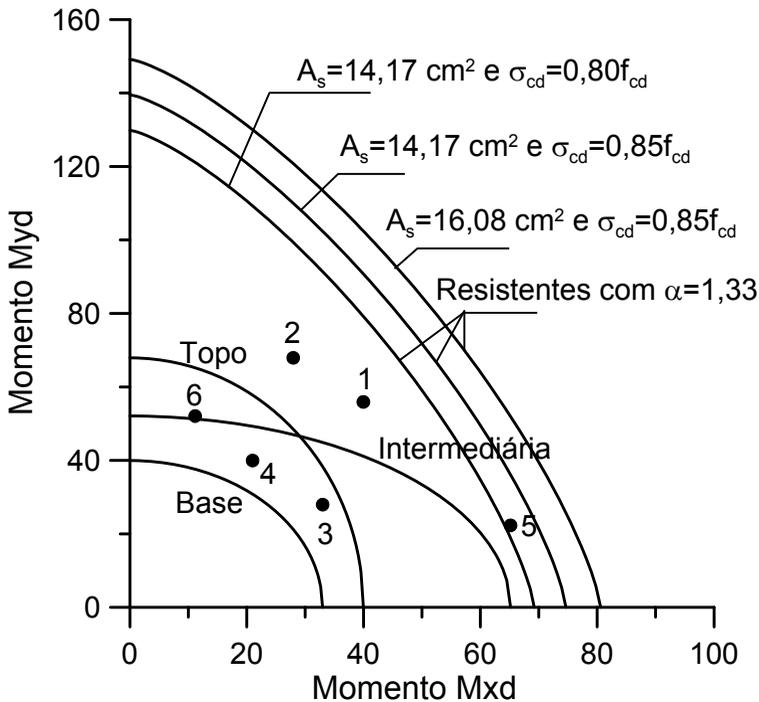


Fig. 7.4.3 - Solução obtida no dimensionamento para a direção x

Tabela 7.4.4 – Momentos totais em flexo-compressão normal

Seção	e_x (cm)	e_y (cm)	$M_{x\,dn}$ (kNm)	$M_{y\,dn}$ (kNm)
Topo	3,33	5,66	39,96	67,92
Base	2,75	3,33	33,00	39,96
Intermediária	5,43	4,34	65,16	52,08

Na Fig. 7.4.11, apresentam-se os diagramas de interação solicitantes e resistentes para todas as hipóteses consideradas. Os pontos representam as seis situações de cálculo determinadas anteriormente.

**Fig. 7.4.11 – Envoltórias solicitantes e resistentes**

Conforme se observa na Fig. 7.4.11, todas as envoltórias solicitantes (Topo, Base e Intermediária) ficaram dentro das envoltórias resistentes. O ponto 5, representando a situação de cálculo crítica, fica fora da envoltória solicitante na seção intermediária. Observa-se

Capítulo 8

DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS

8.1 - Considerações gerais

Neste capítulo, são apresentadas as disposições construtivas da NBR-6118 relativas aos pilares de concreto armado. Essas disposições referem-se às dimensões externas da peça e às armaduras nela contidas.

De um modo geral, entende-se que um projeto consistente não se limita a um cálculo preciso das solicitações e das dimensões dos elementos estruturais. Além disso, devem ser tomadas algumas medidas que facilitem a execução, possibilitando uma maior uniformidade na concretagem da estrutura.

Nesse sentido, devem-se especificar dimensões mínimas para as seções transversais dos elementos estruturais, bem como limitar a taxa de armadura a um valor máximo compatível com a boa concretagem.

A seguir, apresentam-se as disposições construtivas da NBR-6118 para o detalhamento dos pilares de concreto armado.

8.2 - Dimensões mínimas das seções dos pilares

A seção transversal dos pilares, das paredes estruturais e dos pilares-parede deve possuir uma dimensão mínima igual a 19 cm.

Em casos especiais, permite-se adotar dimensões entre 19 cm e 14 cm. Para essas situações, os esforços solicitantes de cálculo devem ser majorados pelo coeficiente adicional γ_n , dado por

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05b \geq 1 \quad (8.2.1)$$

onde b é a menor dimensão da seção transversal do pilar, em centímetros.

O coeficiente γ_n deve majorar os esforços solicitantes de cálculo finais, quando do dimensionamento das armaduras.

Em qualquer caso, não se permite pilar com seção transversal de área inferior a 360 cm^2 .

Quando a maior dimensão da seção transversal do pilar é superior a cinco vezes a menor dimensão, o elemento estrutural recebe a denominação de parede estrutural ou de pilar-parede.

Para pilares com índice de esbeltez $\lambda > 140$, devem-se majorar os esforços finais para dimensionamento pelo coeficiente adicional

$$\gamma_n = 1 + (\lambda - 140)/140 \quad (8.2.2)$$

8.3 - Armadura longitudinal

A taxa de armadura longitudinal $\rho = A_s/A_c$ deve ser maior que a taxa mínima ρ_{\min} , dada por

$$\rho_{\min} = 0,15 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} v_o \geq 0,40\% \quad (8.3.1)$$

onde $v_o = F_d/(A_c f_{cd})$.

Essa taxa deve, também, ser inferior ao valor máximo de 8%, inclusive nos trechos de emenda por traspasse, como indicado na Fig. 8.3.1.

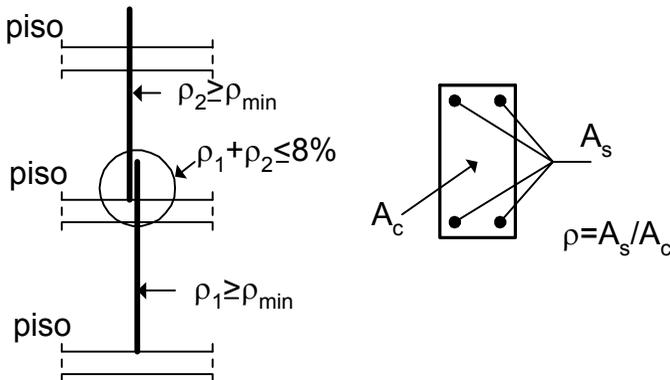


Fig. 8.3.1 - Limitações da taxa de armadura

O ideal é projetar os pilares de forma a se obter uma taxa de armadura longitudinal maior ou igual a 1%. Normalmente, essa taxa de armadura é necessária para garantir uma adequada ductilidade ao pilar, evitando-se rupturas bruscas.

O diâmetro mínimo das barras longitudinais, ϕ , é de 10 mm. O diâmetro máximo é igual a 1/8 da menor dimensão da seção transversal do pilar.

Em seções poligonais, deve existir pelo menos uma barra em cada vértice. Para seções circulares, o número mínimo de barras longitudinais é igual a seis.

O espaçamento máximo entre eixos das barras longitudinais, junto ao contorno da peça, é igual a 40 cm ou duas vezes a menor dimensão da seção transversal. O espaço livre entre duas barras, fora da região de emendas, deve ser maior ou igual a 2 cm, o diâmetro das barras e 1,2 vezes o diâmetro máximo do agregado. Esses valores se aplicam também às regiões de emendas por traspasse.

Na Fig. 8.3.2, estão representadas as exigências quanto ao espaçamento das barras longitudinais.

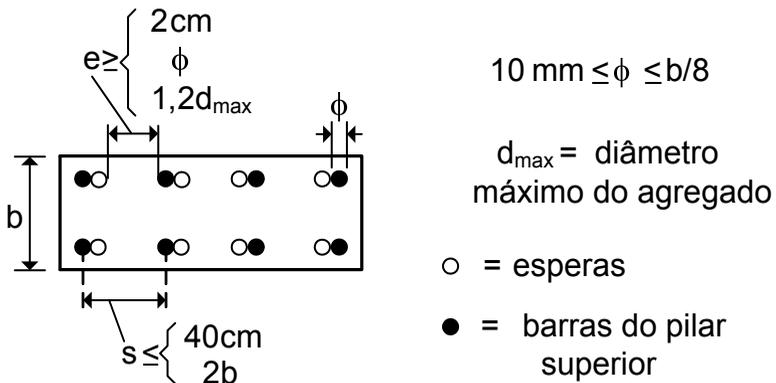


Fig. 8.3.2 - Espaçamento das barras longitudinais dos pilares

8.4 - Armadura transversal

Os estribos dos pilares devem amarrar as barras longitudinais, possibilitando sua concretagem na posição vertical, além de protegê-las contra a flambagem. Os estribos também servem para absorver os esforços transversais de tração que surgem na região das emendas

pode exigir um grande número de estribos adicionais, além de estribos variáveis dentro da viga, o que dificulta a execução. Entretanto, essa solução pode ser interessante nos casos da Fig. 8.7.7.

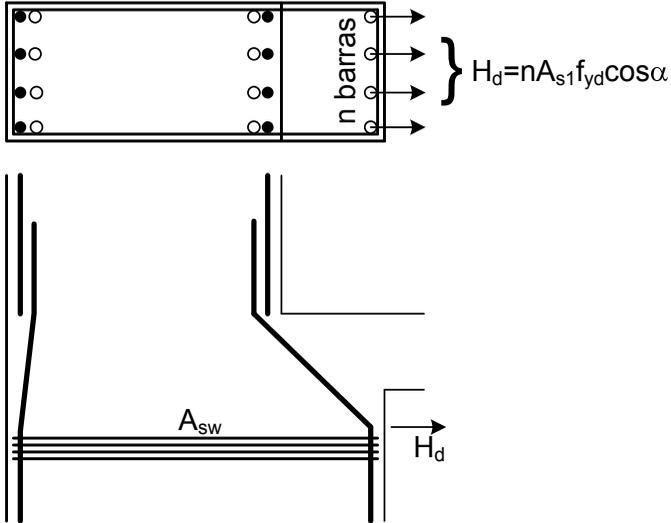


Fig. 8.7.6 – Superposição das forças horizontais devido ao encurvamento de várias barras

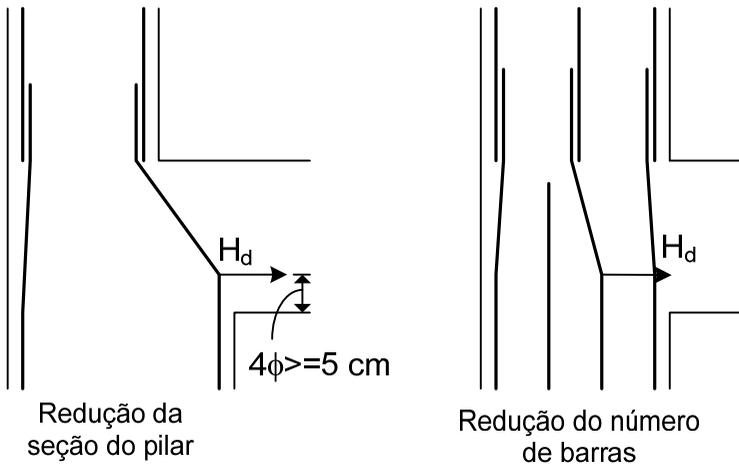


Fig. 8.7.7 – Situações em que os estribos adicionais podem ser dispensados

Capítulo 9

PILARES ESBELTOS

9.1 - Introdução

Conforme foi visto nos capítulos anteriores, a segurança dos pilares esbeltos deve ser comprovada por meio de um processo rigoroso que leva em conta, de maneira "exata", as não linearidades física e geométrica. De acordo com o critério da NBR-6118, classificam-se como esbeltos os pilares com índice de esbeltez λ superior a 90.

Diversos algoritmos podem ser empregados para a análise e o dimensionamento de pilares esbeltos, estando os principais descritos na referência [3]. Em um primeiro algoritmo, pode-se fazer uso da analogia de Mohr para o cálculo dos deslocamentos transversais do eixo do pilar. Para isto, é necessário conhecer a curvatura do eixo da barra, associada a um esforço normal e a um momento fletor dados. Na determinação da curvatura, consideram-se diagramas tensão-deformação não lineares para o concreto e para o aço. Em virtude dessa não linearidade (denominada não linearidade física), torna-se necessário o emprego de um processo iterativo para o cálculo da curvatura.

Inicialmente, consideram-se várias seções transversais ao longo do eixo do pilar e determinam-se os esforços solicitantes nessas seções. Estes são os esforços solicitantes de primeira ordem, obtidos na configuração indeformada da barra. A partir dos esforços solicitantes, determinam-se as curvaturas nas diversas seções transversais. Em seguida, aplica-se ao pilar um carregamento transversal fictício igual à distribuição das curvaturas. Empregando a analogia de Mohr, obtêm-se os deslocamentos transversais do eixo.

Em virtude desses deslocamentos, ocorre um aumento dos momentos fletores na configuração deformada do pilar. Admite-se que os esforços normais permaneçam inalterados, com os seus valores de primeira ordem. Com os novos momentos fletores e com os esforços normais, repete-se todo o processo para a obtenção das cur-

vaturas e dos deslocamentos transversais. Desenvolve-se, assim, um processo iterativo para a consideração da não linearidade geométrica.

Se os deslocamentos convergirem para um valor finito, significa que o pilar, com uma determinada armadura, é estável frente às cargas aplicadas. Por outro lado, se os deslocamentos crescerem indefinidamente, fica constatada a ruína por instabilidade do equilíbrio. A ruína por ruptura é verificada comparando-se os momentos fletores solicitantes com o momento de ruína da seção transversal.

Para obter uma resposta completa do pilar até a ruína, emprega-se um processo incremental. Assim, após a convergência dos deslocamentos transversais, aplica-se um novo incremento de carga e repete-se toda a análise. Dessa forma, pode-se determinar o carregamento de ruína do pilar.

Esse algoritmo também pode ser empregado para o dimensionamento de pilares esbeltos. Para isto, basta ir variando a área de aço e determinando o carregamento de ruína do pilar. Quando o carregamento de ruína se aproximar do carregamento de projeto, tem-se concluído o dimensionamento.

O método das diferenças finitas também pode ser empregado para a análise de pilares esbeltos. Inicialmente, consideram-se várias seções transversais ao longo do eixo do pilar e determinam-se os momentos fletores solicitantes nessas seções. Esses momentos são escritos em termos dos deslocamentos transversais nas seções, os quais são as incógnitas do problema. As curvaturas do eixo da barra são aproximadas em diferenças finitas e também são escritas em função dos deslocamentos transversais. Aplicando a equação diferencial de equilíbrio em todas as seções, obtém-se um sistema de equações algébricas. Esse sistema é não linear e deve ser resolvido iterativamente. Para isto, pode-se empregar um dos métodos apresentados na referência [28].

Os algoritmos descritos anteriormente são relativamente simples e de fácil implementação computacional. Entretanto, eles apresentam algumas limitações, particularmente em relação às condições de contorno. Dessa maneira, o programa desenvolvido fica restrito a alguns casos particulares de carga e de condições de contorno do pilar. Havendo alguma alteração nessas condições, torna-se necessário modificar o programa computacional.

O problema também pode ser resolvido empregando-se o método dos elementos finitos [29]. Neste caso, obtém-se um programa geral, que permite realizar a análise de pilares com diversas condi-

ções de contorno e de carga. O mesmo programa pode ser usado para a análise não linear de pórticos planos, já que o elemento finito possui três graus de liberdade por nó. Dessa forma, pode-se verificar a estabilidade das estruturas aperticadas de nós deslocáveis, conforme a classificação dada no capítulo 6.

O desenvolvimento do método dos elementos finitos para a análise de pilares esbeltos de concreto armado é apresentado nas seções seguintes.

9.2 - Deslocamentos em barras esbeltas

Para a obtenção do campo de deslocamentos em uma barra esbelta, empregam-se as hipóteses das seções planas e de moderadas rotações. Com isso, desprezam-se as deformações devidas ao esforço cortante.

Na Fig. 9.2.1, apresenta-se uma barra nas configurações deformada e indeformada. As cargas externas são aplicadas no plano $x - z$, o qual contém os eixos de simetria das seções transversais da barra. Desse modo, a barra está sob flexão normal composta.

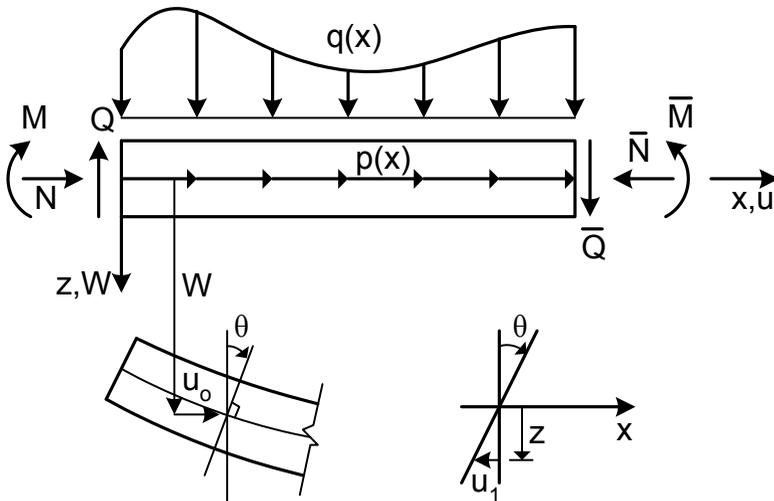


Fig. 9.2.1 - Deslocamentos e forças em uma barra esbelta

com pico de tensão $\sigma_c = \beta f_{cd}$, é empregado para a verificação da ruptura.

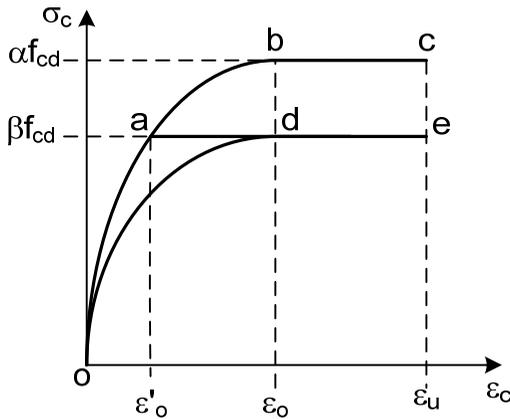


Fig. 9.6.3 – Diagramas tensão-deformação para o concreto em compressão

Os coeficientes que multiplicam f_{cd} valem $\beta = 0,85$ e $\alpha = 1,1$, conforme a NBR-6118. Assim, para o cálculo dos deslocamentos, o pico de tensão no concreto vale $1,1f_{ck}/1,4$.

Segundo o CEB/90 [7], para o cálculo dos deslocamentos do eixo do pilar, deve-se considerar o pico de tensão $f_{ck}/1,2$ e um módulo de deformação longitudinal de cálculo $E_{cd} = E_c/1,2$, onde E_c é o módulo tangente inicial, dado por

$$E_c = 21500 \left(\frac{f_{ck} + 8}{10} \right)^{1/3}, \text{ MPa} \quad (9.6.5)$$

De acordo com o EC2 [13], as deformações ϵ_o e ϵ_u são dadas por

$$\epsilon_o \left(\frac{o}{oo} \right) = 2,0, \text{ se } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (9.6.6)$$

$$\epsilon_o \left(\frac{o}{oo} \right) = 2,0 + 0,085(f_{ck} - 50)^{0,53}, \text{ se } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \quad (9.6.7)$$

Capítulo 10

ANÁLISE DAS ESTRUTURAS DE CONTRAVENTAMENTO

10.1 – Introdução

A determinação dos esforços solicitantes nas estruturas de contraventamento, para um carregamento dado, é feita empregando-se os métodos convencionais da análise estrutural. Deve ser lembrado que, mesmo nas estruturas consideradas indeslocáveis, os esforços de primeira ordem, decorrentes das ações horizontais, devem ser calculados considerando-se a deslocabilidade da estrutura de contraventamento.

A grande dificuldade da análise estrutural frente às ações horizontais (ação do vento e de sismos) consiste na repartição das cargas para os elementos de contraventamento. Isto ocorre pela natureza tridimensional do problema.

De fato, em um procedimento rigoroso deve-se levar em conta a interação entre os diversos andares da estrutura, analisando-se o movimento relativo das várias lajes do edifício. Esse procedimento é necessário quando a subestrutura de contraventamento é formada pela associação de elementos de comportamentos distintos, como pórticos e paredes estruturais ou pilares-parede. Nestes casos, a resposta da estrutura é fortemente influenciada pelas forças de interação que surgem para compatibilizar os deslocamentos dos diversos elementos componentes.

Entretanto, quando o contraventamento é formado por elementos que se comportam de forma idêntica, pode-se empregar um processo simplificado. Isto ocorre quando o contraventamento é constituído exclusivamente por pórticos, ou exclusivamente por paredes estruturais.

No procedimento simplificado, despreza-se a interação entre os diversos níveis de lajes, adotando-se para os elementos de contraventamento uma rigidez equivalente determinada para um andar característico. Admite-se, ainda, que as lajes sejam extremamente

rígidas no seu próprio plano, de forma que nenhum movimento relativo ocorra neste plano. Além disso, considera-se que os painéis de contraventamento (formados apenas por pórticos ou apenas por paredes estruturais) só recebem cargas no seu plano vertical, apresentando rigidez nula na direção normal a este plano. A rigidez à torção também é desprezada.

Na seção seguinte, apresenta-se o processo simplificado, o qual é válido quando o contraventamento é constituído por elementos do mesmo tipo: somente pórticos ou somente paredes estruturais.

10.2 – Processo simplificado para repartição das forças horizontais

Suponha uma subestrutura de contraventamento formada por n painéis dispostos em linha, como indicado na Fig. 10.2.1. Os painéis são do mesmo tipo: ou todos são pórticos, ou todos são paredes estruturais.

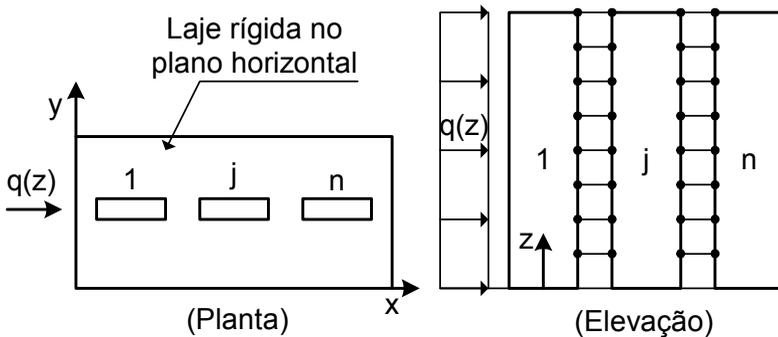


Fig. 10.2.1 – Subestrutura de contraventamento

As lajes de piso são consideradas rígidas no plano horizontal. Isto é representado por meio das barras birrotuladas mostradas em elevação. Essas barras apenas indicam que os deslocamentos horizontais dos painéis, em um determinado piso, são iguais.

Admitindo a formulação do meio contínuo, o equilíbrio de cada painel pode ser representado através de uma equação diferencial. Como todos os painéis são do mesmo tipo, a equação diferencial é a mesma para todos eles.

uma rotação θ em torno da origem do sistema de eixos, os deslocamentos do ponto P_i serão dados por

$$u_i = u_o - y_i \theta \quad (10.2.8)$$

$$v_i = v_o + x_i \theta \quad (10.2.9)$$

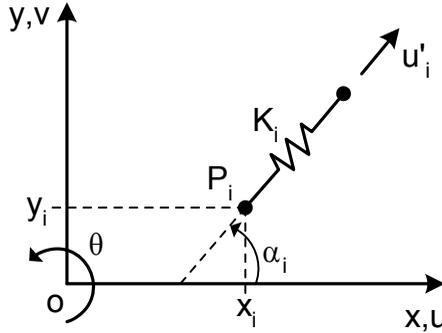


Fig. 10.2.5 - Painel de contraventamento genérico

É interessante escrever as equações anteriores na forma matricial

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{N}\mathbf{U}_o \quad (10.2.10)$$

onde

$$\mathbf{u}_i = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -y_i \\ 0 & 1 & x_i \end{bmatrix}; \quad \mathbf{U}_o = \begin{Bmatrix} u_o \\ v_o \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (10.2.11)$$

O deslocamento u'_i , na direção da mola, é obtido por uma simples rotação de eixos (ver semelhança com a equação (4.3.1)), resultando

$$u'_i = u_i \cos \alpha_i + v_i \sin \alpha_i \quad (10.2.12)$$

Essa equação pode ser escrita na forma

$$u'_i = \mathbf{R}\mathbf{u}_i = \mathbf{R}\mathbf{N}\mathbf{U}_o \quad (10.2.13)$$

onde

$$\mathbf{R} = [\cos \alpha_i, \sin \alpha_i] \quad (10.2.14)$$

$$q(z) = q_1(z) + q_2(z) \quad (10.5.1)$$

onde $q_1(z)$ é a parcela da carga absorvida pela parede e $q_2(z)$ é a parcela absorvida pelo pórtico.

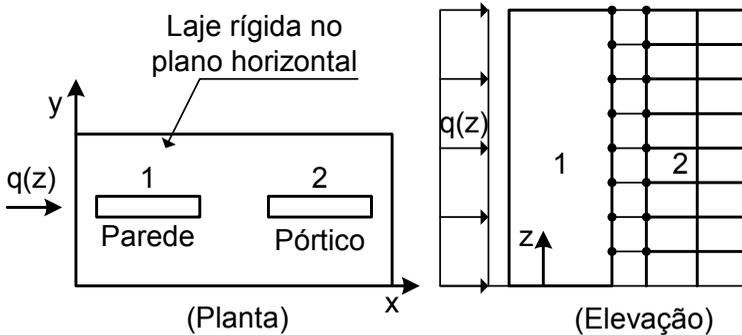


Fig. 10.5.1 – Associação de pórtico com parede estrutural

Em virtude da presença das lajes, esses dois painéis sofrem os mesmos deslocamentos $u(z)$ segundo a direção x . Assim, as equações diferenciais para os dois painéis de contraventamento são dadas por

$$EI \frac{d^4 u}{dz^4} = q_1(z) \quad (10.5.2)$$

$$-K_s \frac{d^2 u}{dz^2} = q_2(z) \quad (10.5.3)$$

onde EI é a rigidez à flexão da parede e K_s é a rigidez ao corte do pórtico.

Substituindo essas duas equações em (10.5.1), resulta a equação diferencial do sistema acoplado

$$EI \frac{d^4 u}{dz^4} - K_s \frac{d^2 u}{dz^2} = q(z) \quad (10.5.4)$$

Admitindo que EI , K_s e a carga q sejam constantes em toda a altura da estrutura, pode-se encontrar a solução analítica da equação diferencial (10.5.4).

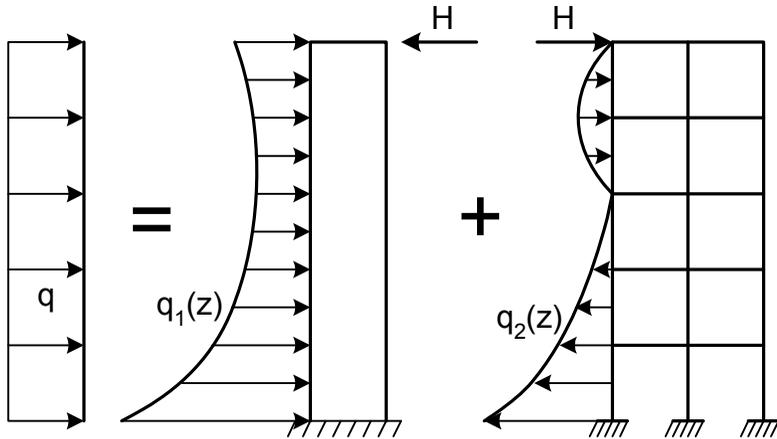


Fig. 10.5.4 – Repartição da carga uniforme para os dois painéis de contraventamento (associação parede e pórtico)

10.6 – Processo rigoroso para repartição das forças horizontais

O processo descrito a seguir pode ser empregado para análise das subestruturas de contraventamento constituídas pela associação de pórticos e paredes estruturais ou pilares-parede. Conforme já foi demonstrado, o processo simplificado, apresentado na seção 10.2, não é adequado para esses casos.

Na Fig. 10.6.1, apresenta-se um painel de contraventamento genérico, localizado em um ponto de coordenadas (x_i, y_i) no plano horizontal. Se o painel for um pórtico ou uma parede estrutural, o ponto é localizado no centroide da seção transversal do painel. Se o painel for um pilar-parede, o ponto corresponde ao centro de cisalhamento de sua seção transversal.

O sistema local de eixos $s - r$ corresponde às direções principais da seção transversal do painel de contraventamento. Se o painel for um pórtico ou uma parede estrutural, convencionou-se que ele esteja orientado segundo a direção s , formando um ângulo α_i com o eixo x .

O movimento de corpo rígido das lajes é representado pelos translações $u_o(z)$ e $v_o(z)$ e pela rotação $\theta_o(z)$ em torno da origem

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ALLEN, H. G.; BULSON, P. S. *Background to Buckling*. London: McGraw-Hill, 1980.
2. CHEN, WAI-FAH; ATSUTA, TOSHIO. *Theory of Beam-Columns*. v.1, McGraw-Hill, 1976.
3. ARAÚJO, J. M. *Pilares Esbeltos de Concreto Armado: Algoritmos para análise e dimensionamento*. Rio Grande: Editora da FURG, 1993. Disponível em: <http://www.editoradunas.com.br/dunas/Pilares_Esbeltos.pdf>
4. AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-19) and Commentary (ACI 318R-19)*. 2019.
5. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR-6118: Projeto de Estruturas de Concreto*. Rio de Janeiro, 2023.
6. COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. *Code-modèle CEB/FIP pour les Structures en Béton*. Bulletin d'Information 124/125, Paris, 1978.
7. COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. *CEB-FIP Model Code 1990*. Published by Thomas Telford, London, 1993.
8. ARAÚJO, J. M. *Dimensionamento de Pilares Esbeltos de Concreto Armado*. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Eng. Civil, UFRGS, Porto Alegre, 1984. Disponível em: <<https://lume.ufrgs.br/handle/10183/1346>>
9. SANTOS, L. M. *Cálculo de Concreto Armado*. v.2, São Paulo: Ed. LMS Ltda., 1981.
10. SILVA JR., J. F. *Concreto Armado: flexão normal composta no estádio III*. Belo Horizonte: Ed. Arquitetura e Engenharia, 1975.
11. ARAÚJO, J. M. *PACON: Programa auxiliar para projeto de estruturas de concreto*. Versão 3.0, 2014. Informações disponíveis em:<www.editoradunas.com.br>.

12. JIMENEZ MONTOYA, P.; GARCIA MESEGNER, A.; MORAN CABRE, F. *Hormigón Armado*. v.1, 10. ed., Barcelona: Gustavo Gili, 1979.
13. COMITÉ EUROPEU DE NORMALIZAÇÃO. NP EN 1992-1-1. *Eurocódigo 2: Projecto de estruturas de betão – Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios*. Março, 2010.
14. SANTOS, L. M.; FRANCO, M. *Instabilidade e Efeitos de Segunda Ordem nas Estruturas de Concreto*. In: III Simpósio EPUSP Sobre Estruturas de Concreto, Anais, p.137-149, São Paulo, dez. 1993.
15. LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. *Construções de Concreto*. v.1, Rio de Janeiro: Interciência, 1977.
16. COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. *CEB/FIP Manual of Buckling and Instability*. Paris, 1978.
17. ARAÚJO, J. M. *Projeto Estrutural de Edifícios de Concreto Armado*. 4. ed. Rio Grande: Ed. Dunas, 2021.
18. ARAÚJO, J. M. *Avaliação do parâmetro de instabilidade para os edifícios altos*. Revista Teoria e Prática na Engenharia Civil, Rio Grande: Ed. Dunas, n.15, p.41-53, Abril 2010. Disponível em: <www.editoradunas.com.br/revistatpec>.
19. COMISIÓN PERMANENTE DEL HORMIGÓN. *Instrucción de Hormigón Estructural, EHE-08*, 5. ed., Ministerio de Fomento, Madrid, 2011.
20. ARAÚJO, J. M. *Métodos simplificados para consideração dos efeitos de segunda ordem no projeto de pilares de concreto armado*. Revista do IBRACON, São Paulo, n. 27, p. 3-12, 2001. Disponível em:<www.editoradunas.com.br/publicacoes.html>.
21. ARAÚJO, J. M. *Algumas considerações sobre o projeto da nova NBR-6118*. Revista Engenharia, Ciência e Tecnologia, Vitória: UFES, v.5, n.1, p.3-10, 2002..... Disponível em: <www.editoradunas.com.br/publicacoes.html>.
22. CHEN, WAI-FAH; ATSUTA, TOSHIO. *Theory of Beam-Columns*. v.2: *Space Behavior and Design*. McGraw-Hill, 1977.

23. TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. M. *Theory of Elastic Stability*. 2. ed., McGraw-Hill, 1961.
24. TAYLOR, A. W.; ROWELL, R. B.; BREEN, J. E. *Behavior of thin-walled concrete box piers*. ACI Structural Journal, v. 92, n.3, p.319-333, May-June, 1995.
25. AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS. *AASHTO LRFD Bridge Design Specifications*. 9. ed., Washington, DC, 2020.
26. TIMOSHENKO, S. P.; WOINOWSKY-KRIEGER, S. *Theory of Plates and Shells*. McGraw-Hill, 1970.
27. ARAÚJO, J. M. *Análise do processo aproximado da NBR-6118 para consideração dos efeitos localizados de segunda ordem*. Revista Teoria e Prática na Engenharia Civil, Rio Grande: Ed. Dunas, n. 10, p. 1-10, Julho, 2007..... Disponível em <www.editoradunas.com.br/revistatpec>.
28. ARAÚJO, J. M.; BIGNON, P. G. *Métodos de minimização para análise não-linear de estruturas*. Relatório de Pesquisa RP-110/93, Curso de Pós-Graduação em Eng. Civil, UFRGS, Porto Alegre, 1993. Disponível em: <<http://www.editoradunas.com.br/dunas/RP110.pdf>>
29. ZIENKIEWICZ, O. C.; Taylor, R. L. *The Finite Element Method*. 3 v., 5. ed., Butterworth-Heinemann, Oxford, UK, 2000.
30. ARAÚJO, J. M. *JM PILAR: Programa para dimensionamento e verificação de pilares esbeltos de concreto armado*. Versão 3.0, 2014. Disponível em:<www.editoradunas.com.br>.
31. FUSCO, P. B. *Estruturas de Concreto: Solicitações normais*. Rio de Janeiro: Ed. Guanabara Dois, 1981.

Obtida a taxa de armadura ω , calcula-se a área de aço

$$A_s = \frac{\omega b h \sigma_{cd}}{f_{yd}}$$

Se o parâmetro δ do problema não coincidir com nenhum dos valores tabelados, pode-se empregar a tabela correspondente ao parâmetro δ imediatamente superior ao valor calculado. Se $\delta > 0,20$, pode-se fazer uma extrapolação a partir dos resultados obtidos para $\delta = 0,15$ e $\delta = 0,20$.

As tabelas são válidas apenas para os concretos do Grupo I, ou seja, concretos com $f_{ck} \leq 50$ MPa, já que para concretos do Grupo II as deformações limites do concreto, ε_o e ε_u , e o parâmetro λ do diagrama retangular variam com f_{ck} (de acordo com o modelo da NBR-6118/2014; ver capítulo 1).

Se for empregado o modelo do novo EC2, as tabelas valem para todas as classes de resistência, uma vez que $\lambda = 0,8$, $\varepsilon_o = 2 \text{ ‰}$ e $\varepsilon_u = 3,5 \text{ ‰}$, independente de f_{ck} . Para isto, basta adotar $\sigma_{cd} = 0,85 \eta_c f_{cd}$, com $\eta_c = (40/f_{ck})^{1/3} \leq 1,0$ e f_{ck} em MPa.

APÊNDICE 2

Tabelas para dimensionamento à flexo-compressão oblíqua (seções retangulares)

As Tabelas A2.1 a A2.6 destinam-se ao dimensionamento de seções retangulares sob flexo-compressão oblíqua. Em cada tabela, encontra-se indicada a seção transversal com a disposição das barras da armadura. O número n de barras na seção também é indicado junto ao título da tabela. Uma seção típica é representada na Fig. A2.1.

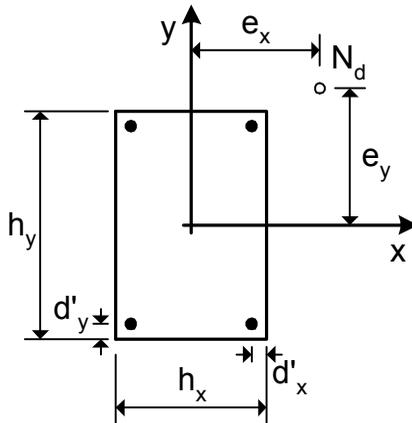


Fig. A2.1 - Seção retangular sob flexo-compressão oblíqua

Os esforços solicitantes de cálculo são o esforço normal N_d e os momentos fletores $M_{xd} = N_d e_x$ e $M_{yd} = N_d e_y$, onde e_x e e_y são as excentricidades da força normal em relação aos eixos de simetria da seção transversal.

Os parâmetros de entrada são os seguintes:

$$\nu = \frac{N_d}{A_c \sigma_{cd}} ; \mu_x = \frac{M_{xd}}{A_c h_x \sigma_{cd}} ; \mu_y = \frac{M_{yd}}{A_c h_y \sigma_{cd}}$$

onde $A_c = h_x h_y$; $\sigma_{cd} = 0,80 f_{cd}$.

As tabelas fornecem a taxa mecânica de armadura, ω , com a qual calcula-se a área de aço

$$A_s = \frac{\omega A_c \sigma_{cd}}{f_{yd}}$$

Para identificar a tabela a ser usada, devem-se verificar a disposição das barras da armadura e o valor do esforço normal reduzido ν . Para valores de ν diferentes dos tabelados, pode-se fazer uma interpolação linear.

As tabelas são válidas apenas para os concretos do Grupo I, ou seja, concretos com $f_{ck} \leq 50$ MPa, já que para concretos do Grupo II as deformações limites do concreto, ε_o e ε_u , e o parâmetro λ do diagrama retangular variam com f_{ck} (de acordo com o modelo da NBR-6118/2014; ver capítulo 1).

Se for empregado o modelo do novo EC2, as tabelas valem para todas as classes de resistência, uma vez que $\lambda = 0,8$, $\varepsilon_o = 2 \text{ ‰}$ e $\varepsilon_u = 3,5 \text{ ‰}$, independente de f_{ck} . Para isto, basta adotar $\sigma_{cd} = 0,80\eta_c f_{cd}$, com $\eta_c = (40/f_{ck})^{1/3} \leq 1,0$ e f_{ck} em MPa.

Editora Dunas
Rua Tiradentes, 105 – Bairro Cidade Nova
96211-080 Rio Grande – RS
www.editoradunas.com.br
e-mail: contato@editoradunas.com.br