

Dimensionamento à flexão simples de seções transversais de concreto armado com ênfase na ductilidade

Design of reinforced concrete cross sections subject to flexure with emphasis in the ductility

José Milton de Araújo

Escola de Engenharia - FURG - Rio Grande, RS

RESUMO: O objetivo deste trabalho é analisar a influência da profundidade relativa da linha neutra, adotada no dimensionamento à flexão simples, sobre a ductilidade de vigas e lajes de concreto armado. O trabalho compreende uma ampla revisão sobre os critérios adotados pelas principais normas internacionais; a elaboração de um modelo não linear para análise de seções de concreto armado sob flexão simples; a verificação da ductilidade obtida no dimensionamento; a constatação do aviso prévio da ruptura através do tamanho da abertura das fissuras. Desse estudo, conclui-se que não se deve realizar o dimensionamento à flexão simples considerando todo o domínio 3, como tem sido feito tradicionalmente. Para a obtenção de uma ruptura dúctil e com aviso prévio, é necessário limitar a profundidade da linha neutra, eliminando-se parte do domínio 3. O critério do CEB é sugerido como sendo o mais adequado para a realização do dimensionamento com ruptura dúctil.

ABSTRACT: The subject of this work is to analyze the influence of the relative depth of the neutral axis, adopted in the flexure design, on the ductility of reinforced concrete beams and slabs. The work contains a wide revision on the criteria adopted by the main design codes; the elaboration of a non-linear model for analysis of reinforced concrete cross sections under flexure; the verification of the ductility obtained in design; the verification of the warning of rupture through the cracks opening. Through this study, it is concluded that the flexure design should not consider the whole domain 3, as it has been done traditionally. To obtain ductile failure with warning of rupture, it is necessary to limit the depth of the neutral axis, being eliminated a portion of the domain 3. The CEB criterion is suggested as being the most appropriate for flexure design with ductile failure.

1. INTRODUÇÃO

No dimensionamento à flexão simples ou composta das seções transversais de concreto armado, adotam-se as seguintes hipóteses [1]:

- as seções transversais, inicialmente planas e perpendiculares ao eixo do elemento estrutural, permanecem nessa condição após as deformações do elemento; isso implica que as deformações normais tenham uma variação linear ao longo da altura das seções transversais.
- admite-se a condição de aderência perfeita entre as barras de aço e o concreto; com isso, as deformações normais das armaduras são calculadas a partir da mesma variação linear empregada para o concreto.

- despreza-se totalmente a resistência à tração do concreto; todo o esforço de tração, no estado limite último, deve ser resistido unicamente pelas armaduras.

Além dessas hipóteses fundamentais, devem ser escolhidos os diagramas tensão-deformação para o concreto comprimido e para o aço, bem como o critério de ruptura.

Para o concreto em compressão, pode-se empregar o diagrama parábola-retângulo representado na fig. 1, como sugerido na NBR-6118[2] e demais normas de projeto.

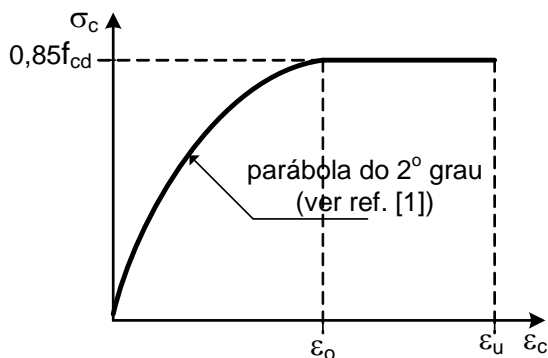


Fig. 1 – Diagrama parábola-retângulo para o concreto em compressão

Na fig. 1, ϵ_c e σ_c representam a deformação e a tensão de compressão, respectivamente, e f_{cd} é a resistência à compressão de cálculo do concreto, dada por

$$f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c \quad (1)$$

onde f_{ck} é a resistência característica à compressão e γ_c é um coeficiente parcial de segurança.

Esse coeficiente pode variar conforme a norma de projeto, bem como com as condições de concretagem. De acordo com a NBR-6118, em condições normais de concretagem e para as combinações normais das ações no estado limite último, deve-se adotar $\gamma_c = 1,4$.

As deformações ϵ_o e ϵ_u indicadas na fig. 1 são variáveis, conforme o valor de f_{ck} . Entretanto, no projeto estrutural, é usual adotar os valores médios $\epsilon_o = 0,002$ e $\epsilon_u = 0,0035$.

Para os aços, adota-se o diagrama tensão-deformação indicado na fig. 2. Esse diagrama é usado para tração e para compressão.

Na fig. 2, ϵ_s e σ_s representam a deformação e a tensão nas barras de aço, respectivamente. A tensão de escoamento de cálculo f_{yd} é dada por

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s \quad (2)$$

onde f_{yk} é a tensão de escoamento característica do aço e $\gamma_s = 1,15$ é o coeficiente parcial de segurança, adotado para as combinações normais de ações no estado limite último [2].

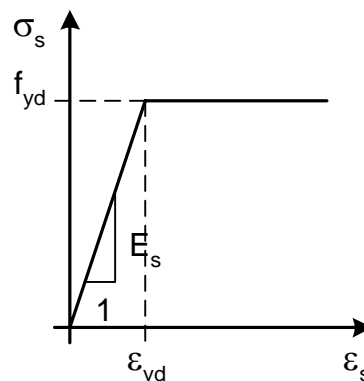


Fig. 2 – Diagrama tensão-deformação dos aços para concreto armado para projeto

A deformação de escoamento de cálculo, ϵ_{yd} , é dada por

$$\epsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (3)$$

onde E_s é o módulo de elasticidade longitudinal do aço.

O diagrama da fig. 2 é sugerido nas principais normas internacionais, não se fazendo distinção entre os aços laminados a quente e os aços encruados a frio.

Entretanto, em relação ao valor do módulo de elasticidade do aço, a NBR-6118 difere de todas as principais normas internacionais, como se observa na tabela 1.

Tabela 1 – Valor do módulo de elasticidade do aço segundo diversas normas de projeto

Norma	Ano	Ref.	E_s (GPa)
NBR-6118	2003	2	210
CEB/78	1978	3	200
CEB/90	1990	4	200
DIN-1045*	2001	5	200
EC2	2004	6	200
ACI	1995	7	200
EHE	2007	8	200
AS 3600	2005	9	200
BS 8110**	1997	10	200
Normas que passaram a adotar o EC2: * substituída por DIN EN 1992-1-1:2004 ** substituído por BS EN 1992-1-1:2004			

Conforme se observa, todas as normas adotam $E_s = 200$ GPa como valor do módulo de elasticidade dos aços para concreto armado, exceto

a NBR-6118. Esse fato foi alertado pelo Autor em artigo com comentários sobre a NBR-6118, quando a mesma ainda se encontrava na fase de projeto [11].

Não é de conhecimento do Autor que esse valor $E_s = 210 \text{ GPa}$ tenha embasamento experimental que justifique a divergência da NBR-6118 em relação a todas as normas internacionais relevantes. Ao contrário, acredita-se que esse valor tenha sido deixado na versão de 2003 da NBR-6118 por puro esquecimento, ou sua alteração foi considerada de menor importância, sendo mantido no texto como um valor convencional que vinha sendo adotado desde a NBR-6118 de 1978.

Sendo assim, o Autor tem sugerido, em diversas publicações, que a NBR-6118 seja alterada, passando a adotar $E_s = 200 \text{ GPa}$, como fazem as demais normas. Aliás, deve-se observar que os conteúdos presentes na NBR-6118 foram extraídos dessas normas internacionais, em particular, do CEB/90[4]. Desse modo, não há justificativa para se adotar um valor diferente para o módulo de elasticidade dos aços. Por isso, adota-se neste trabalho o valor $E_s = 200 \text{ GPa}$.

Além das hipóteses admitidas anteriormente, é necessário estabelecer o critério de ruptura das seções de concreto armado sob flexão simples e composta. Esse critério corresponde aos conhecidos domínios de dimensionamento, adotados na NBR-6118[2], com origem no CEB/78[3].

No caso específico da flexão simples, o equilíbrio só pode ser garantido nos domínios 2, 3 e 4, representados na fig. 3 (ver ref.[1]).

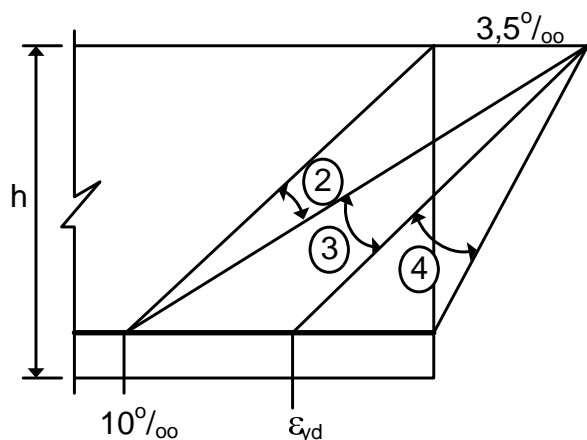


Fig. 3 – Domínios em flexão simples

Em função do tipo de ruptura em flexão simples, as peças de concreto armado são

classificadas como subarmadas, normalmente armadas e superarmadas, como na ref. [1].

As peças superarmadas são aquelas que rompem no domínio 4. Em virtude do excesso de armação, o aço não chega a escoar e a ruptura ocorre por esmagamento do concreto. A ruptura é frágil, brusca ou sem aviso prévio. Essas peças devem ser evitadas, pois, além de não darem aviso prévio da ruptura, o aço não é integralmente aproveitado. No projeto de vigas, consegue-se evitar esse tipo de situação com o emprego de armadura dupla (uma armadura tracionada e outra comprimida).

2. DIMENSIONAMENTO DE SEÇÕES RETANGULARES COM ARMADURA SIMPLES

Na fig. 4, representa-se uma seção retangular de concreto armado com armadura simples, submetida ao momento fletor de cálculo M_d .

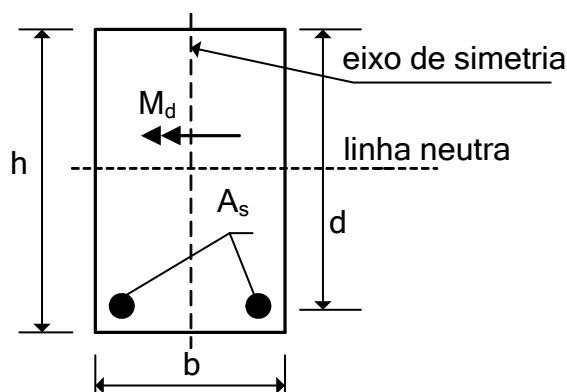


Fig. 4 – Seção retangular com armadura simples

Para caracterizar a seção transversal, é introduzida a seguinte notação:

b = largura da seção; h = altura da seção;
 d = altura útil (é a distância do centroide da armadura até a borda comprimida);
 A_s = área da seção da armadura tracionada.

Como uma alternativa ao diagrama parábola-retângulo descrito anteriormente, pode-se empregar o diagrama retangular da fig. 5 para a realização do dimensionamento. O emprego desse diagrama retangular simplifica bastante as equações de dimensionamento e fornece resultados compatíveis com o diagrama parábola-retângulo.

Na fig. 5, x representa a profundidade da linha neutra, medida a partir da borda comprimida da seção. Empregando o diagrama retangular,

considera-se que a seção é comprimida com a tensão constante $\sigma_{cd} = 0,85 f_{cd}$ até uma profundidade $0,8x$.

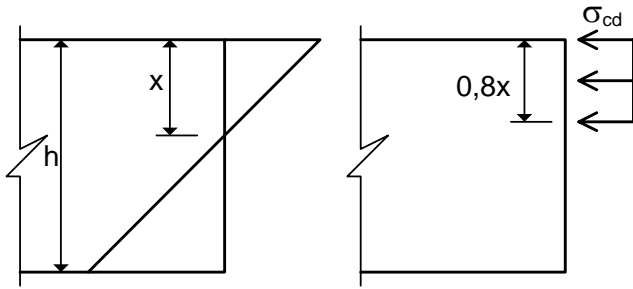


Fig. 5 – Diagrama retangular para o concreto

Conforme já foi salientado, no domínio 4 ocorre uma ruptura frágil que deve ser evitada. A ruptura nos domínios 2 e 3 é do tipo dúctil, ou com aviso prévio, o que é sempre desejável. Portanto, o dimensionamento com armadura simples pressupõe que a ruptura ocorre no domínio 2 ou no domínio 3.

Para realizar o dimensionamento com armadura simples, basta empregar as duas equações de equilíbrio, como é detalhado na ref. [1]. As seguintes equações finais são obtidas:

$$\xi = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu}) \quad (4)$$

$$A_s = 0,8\xi bd \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}} \quad (5)$$

onde o momento reduzido μ é dado por

$$\mu = \frac{M_d}{bd^2 \sigma_{cd}} \quad (6)$$

A equação (4) permite obter a profundidade relativa da linha neutra, $\xi = x/d$. Substituindo esse valor na equação (5), obtêm-se a área de aço A_s .

Essas equações devem ser utilizadas enquanto $\xi \leq \xi_{lim}$, onde ξ_{lim} é um valor limite para a profundidade da linha neutra capaz de assegurar uma ruptura dúctil.

Durante muito tempo, o dimensionamento com armadura simples foi feito considerando todo o domínio 3, ou seja, admitindo-se a restrição $x \leq x_b$, onde x_b representa a profundidade da linha neutra no limite entre os domínios 3 e 4,

como indicado na fig. 6. Esse procedimento, inclusive, foi conservado na ref. [1].

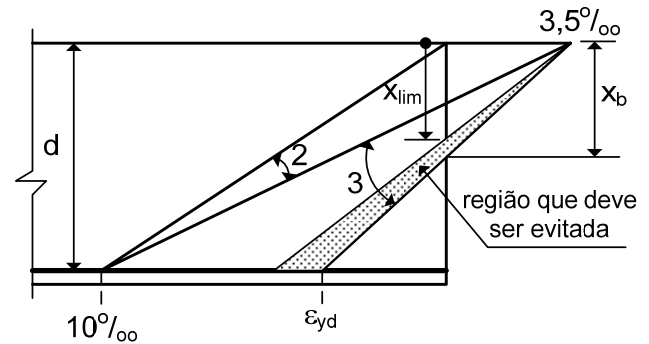


Fig. 6 – Profundidade limite da linha neutra para garantir ductilidade adequada

A condição de deformação no limite entre os domínios 3 e 4 é usualmente denominada de “deformação balanceada”[7]. A profundidade da linha neutra nessa condição balanceada é dada por

$$x_b = \left(\frac{3,5\text{‰}}{3,5\text{‰} + \epsilon_{yd}} \right) d \quad (7)$$

Neste caso, a profundidade relativa da linha neutra é

$$\xi_b = \frac{3,5\text{‰}}{3,5\text{‰} + \epsilon_{yd}} \quad (8)$$

e só depende do aço empregado, sendo independente da resistência à compressão do concreto.

Considerando os aços CA-50 e CA-60, $f_{yd} = f_{yk}/1,15$ e $E_s = 200 \text{ GPa}$, obtêm-se os seguintes valores:

$$\xi_b = 0,617 \text{ para o aço CA-50;}$$

$$\xi_b = 0,573 \text{ para o aço CA-60.}$$

Assim, nesse procedimento tradicional, realiza-se o dimensionamento com armadura simples sempre que $\xi \leq \xi_b$.

É importante ressaltar que as vigas projetadas considerando $\xi_{lim} = \xi_b$ possuem alguma ductilidade, já que os estribos, sempre existentes, conferem certo grau de confinamento ao concreto,

umentando a ductilidade da estrutura. Além disso, sempre existem armaduras de compressão, mesmo que elas sejam armaduras construtivas, o que faz com que a linha neutra suba, afastando-se um pouco do domínio 4.

Entretanto, com o uso atual de concretos cada vez mais resistentes, torna-se necessário um maior cuidado com o tipo de ruptura das vigas, devendo-se impor restrições mais severas para a profundidade da linha neutra. A condição balanceada, que funcionava bem como um limite entre ruptura dúctil e ruptura frágil para concretos de baixa resistência, deve ser evitada para os concretos de elevada resistência utilizados atualmente.

3. DIMENSIONAMENTO COM ÊNFASE NA DUCTILIDADE ESTRUTURAL

Conforme será demonstrado ao longo deste trabalho, para se obter uma ruptura dúctil das peças fletidas, como as vigas e as lajes, é necessário que a profundidade da linha neutra ξ seja bem menor que a profundidade balanceada ξ_b , dada na equação (8). Desse modo, o valor de x_{lim} (e de ξ_{lim}) deve ser reduzido, para que se tenha uma ruptura distante do domínio 4, como é indicado na fig. 6. Assim, a parte final do domínio 3 deve ser evitada, para garantir que o aço tenha uma deformação significativamente maior que a deformação de escoamento de cálculo ε_{yd} .

A profundidade limite da linha neutra, ξ_{lim} , varia conforme a norma de projeto, mas há unanimidade em que ξ_{lim} deve ser bem menor que ξ_b . Em geral, os valores atuais de ξ_{lim} dependem da resistência à compressão característica do concreto, f_{ck} , e do coeficiente de redistribuição de momentos, β , adotado na análise estrutural.

O coeficiente β é definido como a razão entre o momento reduzido, utilizado para o dimensionamento da seção onde se forma a rótula plástica, e o momento obtido na análise elástica linear (ver volume 2 de [1]). Quando se realiza a análise elástica linear sem redistribuição de momentos, $\beta = 1$.

Adotando-se, por exemplo, um valor de $\beta = 0,90$ para as seções dos apoios internos de uma viga contínua, significa que os momentos elásticos nessas seções serão reduzidos em 10%.

Evidentemente, nessa análise linear com redistribuição de esforços, é necessário fazer as devidas correções nos momentos positivos das seções dos vãos da viga.

A seguir, apresentam-se os valores de ξ_{lim} adotados atualmente por algumas normas de projeto.

3.1. Critério do CEB

Segundo o CEB/90[4], se for utilizado o recurso da redistribuição dos esforços, é necessário que as seções onde se formam as rótulas plásticas (normalmente as seções dos apoios internos das vigas contínuas) apresentem maior ductilidade. Para essas seções, devem-se adotar

$$\xi_{lim} = 0,8\beta - 0,35, \text{ se } f_{ck} \leq 35 \text{ MPa} \quad (9)$$

$$\xi_{lim} = 0,8\beta - 0,45, \text{ se } f_{ck} > 35 \text{ MPa} \quad (10)$$

onde $\beta \leq 1$ é o coeficiente de redistribuição, como definido anteriormente.

A equação (10) é recomendada até um valor de f_{ck} igual a 60 MPa.

O CEB/90 impõe a restrição $\beta \geq 0,75$ para vigas contínuas e pórticos indeslocáveis, ou seja, só é permitida uma redistribuição máxima de 25% dos momentos negativos sobre os apoios internos das vigas. Nos pórticos deslocáveis, limita-se $\beta \geq 0,90$.

Se for feita análise linear sem redistribuição, $\beta = 1$. Neste caso, as equações (9) e (10) fornecem os seguintes valores de ξ_{lim} :

$$\xi_{lim} = 0,45, \text{ se } f_{ck} \leq 35 \text{ MPa} \quad (11)$$

$$\xi_{lim} = 0,35, \text{ se } f_{ck} > 35 \text{ MPa} \quad (12)$$

Observa-se que esses valores de ξ_{lim} são bem menores que os valores de ξ_b adotados anteriormente.

Esses mesmos valores de ξ_{lim} vêm sendo sugeridos pelo CEB, desde sua edição de 1978 [3].

Quando é feita a redistribuição de esforços, reduzindo-se os momentos negativos sobre os apoios das vigas contínuas e aumentando-se os momentos positivos nos vãos, empregam-se as

equações (11) e (12) para as seções com momentos positivos.

3.2. Critério da NBR-6118

A NBR-6118[2] adotou integralmente a formulação do CEB, dada nas equações (9) e (10), quando for feita redistribuição de esforços.

Além disso, segundo a NBR-6118, nas regiões de apoio das vigas ou de ligações com outros elementos estruturais, quando não forem feitas redistribuições de esforços, devem-se adotar os limites

$$\xi_{\text{lim}} = 0,50, \text{ se } f_{ck} \leq 35 \text{ MPa} \quad (13)$$

$$\xi_{\text{lim}} = 0,40, \text{ se } f_{ck} > 35 \text{ MPa} \quad (14)$$

Observa-se que a NBR-6118 é mais tolerante que o CEB, nos casos em que não são feitas redistribuições de esforços. Por outro lado, ao proceder dessa forma, cria-se uma descontinuidade na formulação, já que as equações (9) e (10) não coincidem com as equações (13) e (14), quando $\beta = 1$.

Além disso, o texto da NBR-6118 não é claro quanto ao procedimento a ser adotado para as seções de momentos positivos, situadas nos vãos das vigas. Com isso, pode-se subentender que a norma está permitindo adotar $\xi_{\text{lim}} = \xi_b$ nesses casos.

3.3. Critério do EC2

O EC2[6] apresenta os seguintes valores para a profundidade limite da linha neutra:

$$\xi_{\text{lim}} = 0,8\beta - 0,35, \text{ se } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (15)$$

$$\xi_{\text{lim}} = \frac{1}{k}(0,8\beta - 0,432), \text{ se } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \quad (16)$$

onde $k = 0,6 + 0,0014/\varepsilon_u$ é um coeficiente que depende da deformação de ruptura ε_u do concreto.

Considerando $\beta = 1$ e o valor $\varepsilon_u = 0,0030$, válido para um concreto com $f_{ck} = 50 \text{ MPa}$, obtêm-se

$$\xi_{\text{lim}} = 0,45, \text{ se } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (17)$$

$$\xi_{\text{lim}} = 0,35, \text{ se } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \quad (18)$$

Comparando as equações (17) e (18) com as equações (11) e (12), constata-se que o critério do EC2 é análogo ao critério do CEB/90, exceto em relação aos limites de resistência do concreto. Neste caso, o EC2 tolera um valor maior de ξ_{lim} para concretos das classes C40 a C50.

3.4. Critérios de outras normas

A norma australiana AS 3600[9] adota a expressão

$$\beta = 0,70 + 0,75\xi_{\text{lim}} \geq 0,85 \quad (19)$$

independentemente do valor de f_{ck} .

Adotando $\beta = 1$, resulta $\xi_{\text{lim}} = 0,40$.

A norma alemã DIN 1045 de 2001[5] adotava as mesmas expressões (17) e (18) para o caso de análise linear sem redistribuição de esforços.

Atualmente, a DIN 1045 e o código britânico BS 8110[10] passaram a adotar o EC2 como a norma europeia oficial.

O ACI[7] limita a taxa de armadura em 0,75 e 0,50 da taxa obtida na condição balanceada, para os casos usuais (sem redistribuição de esforços) e para os casos de redistribuição de esforços, respectivamente. Uma vez que a área de aço é diretamente proporcional à profundidade da linha neutra (ver equação (5)), esse critério é equivalente aos seguintes limites para a profundidade da linha neutra:

$$\xi_{\text{lim}} = 0,75\xi_b, \text{ sem redistribuição de esforços;}$$

$$\xi_{\text{lim}} = 0,50\xi_b, \text{ com redistribuição de esforços.}$$

Adotando o valor $\xi_b = 0,617$, correspondente ao aço CA-50, resultam os valores limites:

$$\xi_{\text{lim}} = 0,46, \text{ sem redistribuição de esforços;}$$

$$\xi_{\text{lim}} = 0,30, \text{ com redistribuição de esforços.}$$

Da análise de todas essas normas de projeto, constata-se que não se permite mais a realização do dimensionamento com armadura simples até a fronteira entre os domínios 3 e 4 (condição balanceada). Para garantir adequada ductilidade

estrutural, especialmente nas vigas, é necessário adotar um valor reduzido para ξ_{lim} . Essa profundidade limite da linha neutra varia conforme a norma de projeto, mas oscila entre 0,35 e 0,45, dependendo da resistência à compressão do concreto.

4. ANÁLISE NÃO LINEAR DE SEÇÕES DE CONCRETO ARMADO SOB FLEXÃO SIMPLES

Para fazer uma avaliação da ductilidade de vigas e lajes, é necessário determinar as relações momento fletor-curvatura das seções de concreto armado. Essas relações devem ser determinadas, considerando-se a não linearidade física, decorrente do comportamento mecânico dos materiais e da fissuração do concreto. Uma vez que o interesse é quanto ao comportamento da estrutura no estado limite último, despreza-se a resistência à tração do concreto.

Para o aço, adota-se o diagrama tensão-deformação representado na fig. 2. Para o concreto em compressão, adota-se o diagrama parábola-retângulo, representado na fig. 1, considerando-se o valor constante $\varepsilon_o = 0,002$. Entretanto, para a deformação final de ruptura ε_u , adotam-se os valores da tabela 2, extraídos do CEB/90.

Tabela 2 – Deformação de ruptura do concreto em compressão $\varepsilon_u (10^{-3})$

f_{ck} (MPa)	20	30	40	50	60	70	80
ε_u ‰	4,2	3,7	3,3	3,0	2,8	2,6	2,4

Para valores de f_{ck} intermediários, faz-se uma interpolação linear entre os valores da tabela 2. O valor convencional $\varepsilon_u = 0,0035$, adotado no dimensionamento, corresponde a um concreto com $f_{ck} = 35$ MPa.

Uma vez que se considera a deformação de ruptura ε_u variável, devem-se adotar os domínios modificados representados na fig. 7.

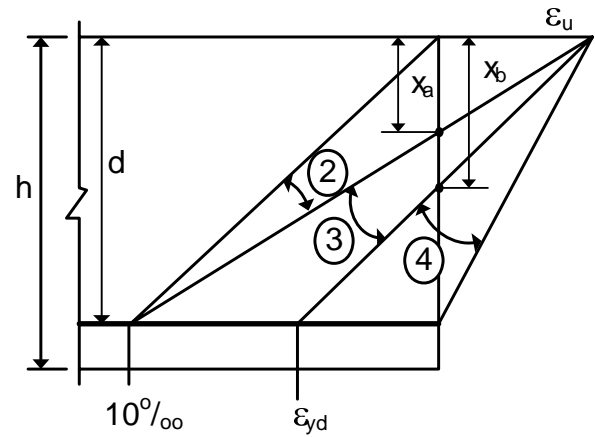


Fig. 7 – Domínios modificados para análise não linear em flexão simples

As profundidades relativas da linha neutra $\xi_a = x_a/d$ e $\xi_b = x_b/d$, que delimitam os domínios 2 e 3, são dadas por

$$\xi_a = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + 0,010} ; \quad \xi_b = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + \varepsilon_{yd}} \quad (20)$$

como se deduz da fig. 7.

Então, dada uma profundidade da linha neutra $\xi > 0$, se $\xi \leq \xi_a$, a ruptura ocorre no domínio 2; se $\xi_a < \xi \leq \xi_b$, a ruptura ocorre no domínio 3. A possibilidade $\xi > \xi_b$ não é analisada, pois se trata de seção superarmada.

Na fig. 8, indicam-se as distribuições de deformações nos domínios 2 e 3.

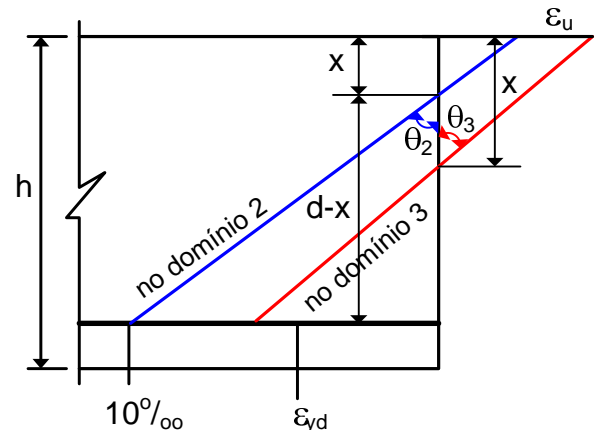


Fig. 8 – Deformações nos domínios 2 e 3

As curvaturas últimas ou de ruptura, χ_u , são iguais às tangentes dos ângulos θ_2 e θ_3 ,

representados na fig. 8. As expressões das curvaturas são as seguintes:

- Domínio 2: $\xi \leq \xi_a$

$$\chi_u = \frac{0,010}{d-x} = \frac{0,010}{d(1-\xi)} \quad (21)$$

Definindo a curvatura adimensional $\kappa_u = 1000\chi_u d$, obtém-se

$$\kappa_u = \frac{10}{1-\xi} \quad (22)$$

- Domínio 3: $\xi_a < \xi \leq \xi_b$

$$\chi_u = \frac{\varepsilon_u}{x} = \frac{\varepsilon_u}{\xi d} \quad (23)$$

$$\kappa_u = \frac{1000\varepsilon_u}{\xi} \quad (24)$$

Logo, pode-se adotar o seguinte procedimento para a obtenção das relações momento fletor-curvatura, considerando-se diferentes valores de ξ para o dimensionamento:

- ⇒ escolhido um valor para ξ , com $\xi \leq \xi_b$, emprega-se a equação (5) para o cálculo da área de aço A_s da seção (dimensionamento);
- ⇒ calcula-se a curvatura última χ_u com o emprego das equações (21) ou (23), conforme o caso;
- ⇒ varia-se a curvatura χ desde zero até o valor último χ_u para a obtenção do momento fletor de cálculo M_d .

A obtenção do momento fletor M_d , correspondente à curvatura χ , requer o emprego de um processo iterativo para a determinação da profundidade x da linha neutra.

A equação de equilíbrio de forças da seção transversal com armadura simples é dada por

$$f(x) = \int_{A_c} \sigma_c dA - A_s f_{yd} = 0 \quad (25)$$

onde a tensão σ_c no concreto é obtida com o diagrama parábola-retângulo, considerando os valores de ε_u da tabela 2.

A integral dada na equação (25) é efetuada numericamente, discretizando-se a seção transversal de concreto em faixas horizontais, como no capítulo 6 do Volume 2 da ref. [1].

A raiz da função $f(x)$ é obtida com o processo iterativo da bissecante, como apresentado na ref.[1]. Durante esse processo, para cada valor de x (ou de $\xi = x/d$) e da curvatura χ , calculam-se as deformações no centro das diversas faixas de concreto. A deformação em uma fibra situada a uma distância y da borda comprimida da seção é dada por $\varepsilon_c = \chi(x-y)$. Com esse valor de ε_c , determina-se a tensão de compressão σ_c no centro da faixa de concreto. Desse modo, a integral é repassada por uma série finita.

O processo da bissecante é empregado para variar a profundidade da linha neutra até que a equação (25) seja atendida, a menos de uma tolerância.

Obtida a profundidade da linha neutra, calcula-se o momento fletor solicitante

$$M_d = \int_{A_c} \sigma_c (d-y) dA \quad (26)$$

onde a integração numérica é feita com o mesmo algoritmo.

Esse procedimento é empregado até a ocorrência da ruptura da seção, quando a curvatura é $\chi = \chi_u$.

Em vez de plotar os diagramas $M_d - \chi$, podem-se plotar os diagramas adimensionais $\mu - \kappa$, onde μ é calculado com o emprego da equação (6), após a obtenção de M_d através da equação (26). A curvatura adimensional é $\kappa = 1000\chi d$.

Na fig. 9, apresentam-se as relações $\mu - \kappa$ obtidas para um concreto com $f_{ck} = 35$ MPa e aço CA-50. Cada curva corresponde a uma seção retangular com área de aço calculada a partir de ξ , com o emprego da equação (5).

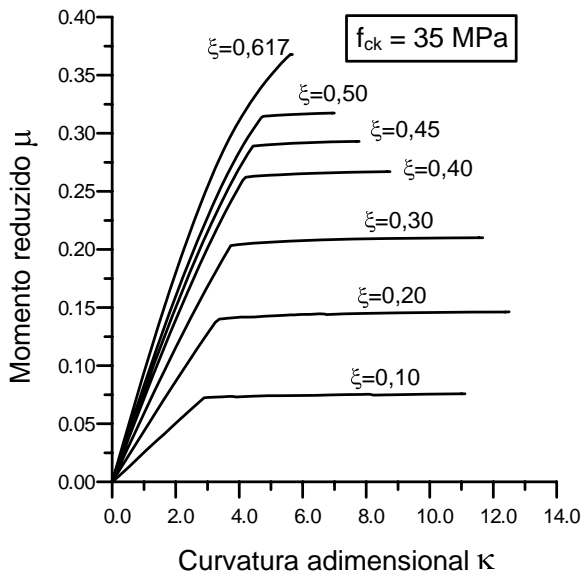


Fig. 9 – Relações momento-curvatura para concreto com $f_{ck}=35$ MPa

Da fig. 9 observa-se que a condição balanceada, $\xi = 0,617$, leva a uma ruptura frágil. O dimensionamento realizado com $\xi = 0,45$ leva a um comportamento dúctil, já que o diagrama momento fletor-curvatura exibe um razoável patamar após o escoamento da armadura.

Na fig. 10 apresentam-se as relações $\mu - \kappa$ obtidas para um concreto com $f_{ck} = 60$ MPa e aço CA-50.

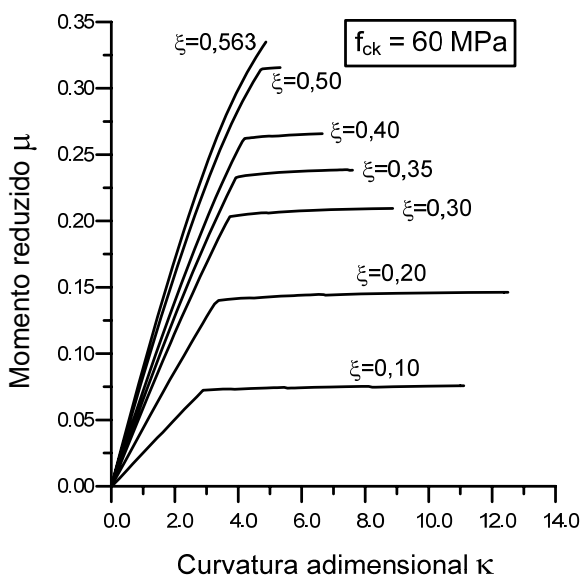


Fig. 10 – Relações momento-curvatura para concreto com $f_{ck}=60$ MPa

Da fig. 10 observa-se que a condição balanceada, neste caso $\xi = 0,563$, leva a uma ruptura frágil. O dimensionamento realizado com

$\xi = 0,35$ leva a um comportamento dúctil, pois o diagrama momento fletor-curvatura exibe um razoável patamar após o escoamento da armadura.

5. A CAPACIDADE DE ROTAÇÃO PLÁSTICA

Na fig. 11, apresenta-se um gráfico momento fletor-curvatura, onde se identificam o ponto de escoamento da armadura tracionada e o ponto de ruptura da seção transversal.

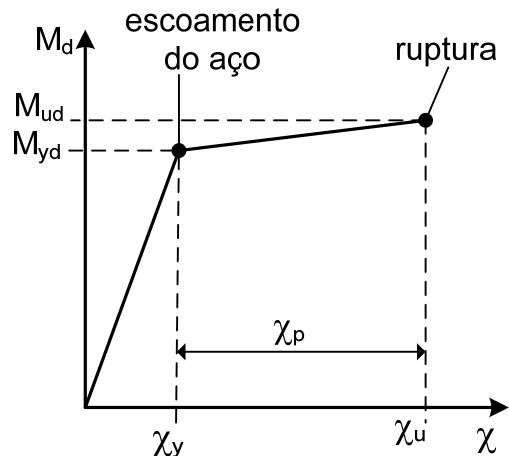


Fig. 11 – Relação momento fletor-curvatura em flexão simples

O momento de escoamento de cálculo da seção transversal é M_{yd} e a curvatura correspondente é χ_y . O momento de ruptura de cálculo é M_{ud} e a curvatura de ruptura é χ_u . Conforme se observa nas figuras 9 e 10, os diagramas momento-curvatura são aproximadamente horizontais após o escoamento da armadura. Em geral, M_{ud} é inferior a $1,05M_{yd}$, aproximadamente.

A curvatura plástica χ_p é definida como $\chi_p = \chi_u - \chi_y$. Essa curvatura é determinada com a análise não linear descrita anteriormente, bastando identificar os pontos de escoamento e de ruptura da seção transversal.

A curvatura χ_p é uma medida indireta da capacidade de rotação plástica da seção transversal. Quanto maior for o valor de χ_p , maior será a capacidade de redistribuição de esforços após o escoamento da armadura.

Na fig. 12, apresentam-se os diagramas de momentos fletores para uma viga biengastada,

submetida a uma carga concentrada no meio do vão.

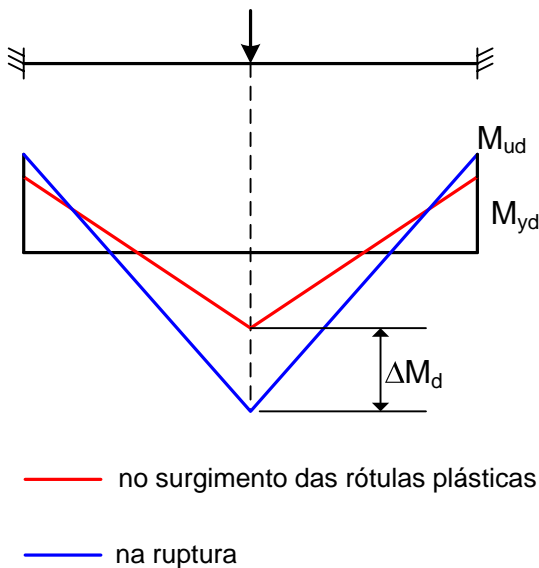


Fig. 12 – Redistribuição de momentos em vigas

Ao crescer a carga aplicada sobre a viga, há um aumento dos momentos fletores em todas as seções transversais. Inicialmente, o diagrama de momentos fletores acompanha o diagrama elástico, obtido a partir de uma análise elástica linear da viga.

Supondo que o escoamento da armadura ocorra primeiramente nas seções dos engastes, chega-se ao diagrama de momentos representado em vermelho na fig. 12. O momento fletor nas seções dos engastes é M_{yd} . Se essas seções possuem um comportamento dúctil, elas são capazes de sofrer grandes deformações, mesmo que o momento fletor solicitante nas mesmas sofra acréscimos muito pequenos. Se o momento de ruína de cálculo M_{ud} for igual ao momento de escoamento da armadura M_{yd} , os momentos nas seções dos engastes permanecem constantes, mesmo que elas continuem se deformando. Por isso, se diz que surgiram rótulas plásticas nas seções dos engastes.

Após o surgimento das rótulas plásticas nas seções dos engastes, ocorre uma redistribuição dos momentos fletores para a seção central da viga. Evidentemente, é necessário que a seção central seja capaz de resistir a esses acréscimos de momento.

Continuando a crescer a carga, a ruína será alcançada quando o diagrama de momentos fletores for aquele representado em azul na fig. 12.

Toda essa redistribuição de esforços depende da capacidade de acomodação plástica das seções onde se formam as rótulas plásticas. Essa capacidade será tanto maior, quanto maior for a curvatura plástica χ_p . Se $\chi_p = 0$, como ocorre quando o dimensionamento é feito para a condição balanceada, não haverá redistribuição de esforços, pois as seções dos engastes sofrem ruptura brusca. Neste caso, a estrutura não possuirá reservas de segurança, mesmo que se aumente a armadura positiva do vão. Evidentemente, essa é uma situação indesejada, já que uma das grandes vantagens do concreto armado é a facilidade de construção de estruturas hiperestáticas que possuam reservas de segurança.

Na fig. 13, apresentam-se as variações da curvatura plástica adimensional $\kappa_p = 1000\chi_p d$ em função da profundidade da linha neutra ξ adotada no dimensionamento.

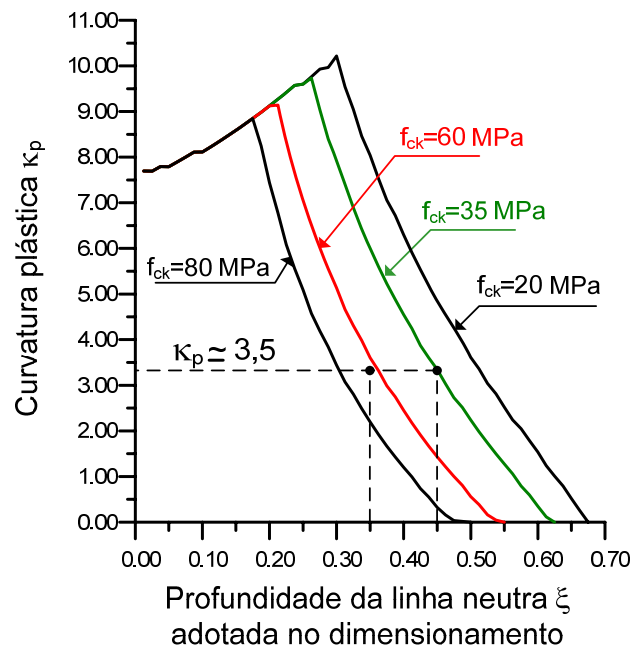


Fig. 13 – Curvatura plástica em função da profundidade da linha neutra

Observa-se que os valores $\xi = 0,45$ e $\xi = 0,35$ fornecem, aproximadamente, o mesmo valor de κ_p para concretos com $f_{ck} = 35$ MPa e $f_{ck} = 60$ MPa. Logo, as seções dimensionadas com esses valores limites de profundidade da linha neutra apresentarão a mesma capacidade de acomodação plástica.

Conclui-se que os valores $\xi_{lim} = 0,45$, para $f_{ck} \leq 35$ MPa, e $\xi_{lim} = 0,35$, para $f_{ck} > 35$ MPa,

adotados pelo CEB/90, são suficientes para garantir uma ruptura dúctil em todas as faixas de resistência consideradas.

6. O AVISO PRÉVIO DA RUPTURA

Em geral, uma estrutura de concreto armado emite um aviso prévio da ruptura através de uma fissuração acentuada. Ao se constatar o surgimento de fissuras com aberturas visíveis a olho nu, com aberturas crescentes, devem-se providenciar o escoramento e o reparo da estrutura. Esse é o tipo ideal de ruptura que se procura obter para as peças fletidas, como as lajes e as vigas.

Na fig. 14, apresenta-se o panorama de fissuração de uma viga sob flexão pura, após o surgimento da rótula plástica na seção crítica. Observa-se que as fissuras são, aproximadamente, perpendiculares ao eixo da viga, devido à ausência de esforço cortante.

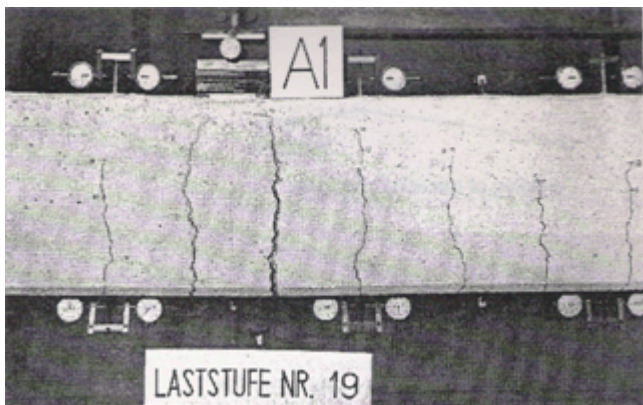


Fig. 14 – Fissuras de flexão (extraído de [12])

Na fig. 15, apresenta-se o panorama de fissuração de uma viga em uma região com esforço cortante não nulo. Observa-se que, neste caso, as fissuras são inclinadas.

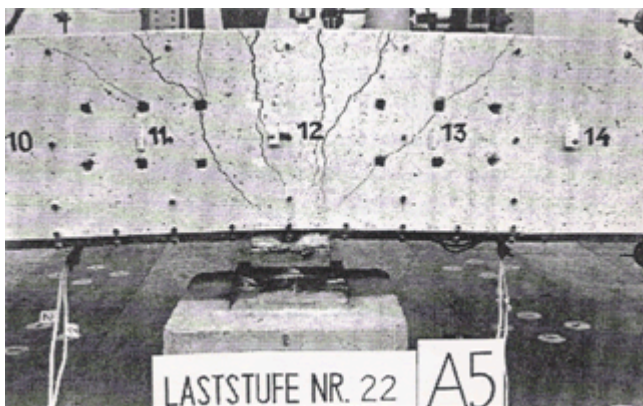


Fig. 15 – Fissuras de cisalhamento (extraído de [12])

Neste trabalho, emprega-se o modelo do CEB/90[4] para estimar a abertura das fissuras em flexão simples, no instante da ruptura da peça. Para isto, é necessário determinar a deformação ε_s e a tensão σ_s na armadura tracionada, correspondentes à curvatura de ruína χ_u . Isto é feito através da análise não linear apresentada na seção 4.

Conforme se observa pela fig. 8, a deformação na armadura no momento da ruína é dada por

$$\varepsilon_s = \chi_u(d - x) \quad (27)$$

onde x é a profundidade da linha neutra obtida iterativamente com o processo da bissecante.

A partir de ε_s , determina-se a tensão σ_s na armadura tracionada.

Assim, escolhendo um valor para ξ , calcula-se a área de aço A_s com o emprego da equação (5), realiza-se a análise não linear apresentada na seção 4 e, ao final dessa análise, tem-se determinados ε_s e σ_s .

O CEB/90 apresenta duas expressões para a abertura das fissuras w_k , dependendo da relação entre a tensão σ_s e uma tensão de referência σ_{so} . Os detalhes da formulação pode ser obtidos no Volume 2 da ref. [1].

A tensão σ_{so} é dada por

$$\sigma_{so} = \left(\frac{1 + n\rho_{se}}{\rho_{se}} \right) f_{ct} \quad (28)$$

onde n é a relação entre o módulo de elasticidade do aço e o módulo secante do concreto, f_{ct} é a resistência média à tração do concreto e ρ_{se} é a taxa efetiva da armadura tracionada.

A taxa efetiva ρ_{se} é dada por $\rho_{se} = A_s/A_{ce}$, sendo A_{ce} uma área efetiva que depende da profundidade x da linha neutra. Nessa determinação, considera-se o valor de x obtido na análise não linear, no instante da ruptura da seção transversal.

Se $\sigma_s < \sigma_{so}$, tem-se

$$\frac{w_k}{\phi} = \frac{\sigma_s}{2\tau_{bm}} \left(\frac{1}{1+n\rho_{se}} \right) (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (29)$$

onde foi desconsiderada a influência da retração do concreto.

Se $\sigma_s \geq \sigma_{so}$, a abertura das fissuras é dada por

$$\frac{w_k}{\phi} = \frac{1}{3,6\rho_{se}} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (30)$$

Nas expressões (29) e (30), ϕ representa o diâmetro das barras da armadura. Os demais termos podem ser obtidos em [1,4].

O termo $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$ é dado por

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \varepsilon_s - \beta \frac{f_{ct}}{\rho_{se} E_s} (1+n\rho_{se}) \quad (31)$$

Observa-se que, na equação (31), não foi empregada a relação linear $\varepsilon_s = \sigma_s/E_s$ como no Volume 2 da ref. [1], pois essa relação não é válida na ruptura. Logo, o termo $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$ deve ser calculado considerando-se a deformação ε_s na armadura, obtida através da análise não linear.

Na fig. 16, apresentam-se as variações de w_k/ϕ em função de f_{ck} , para três valores de ξ adotados no dimensionamento da seção transversal.

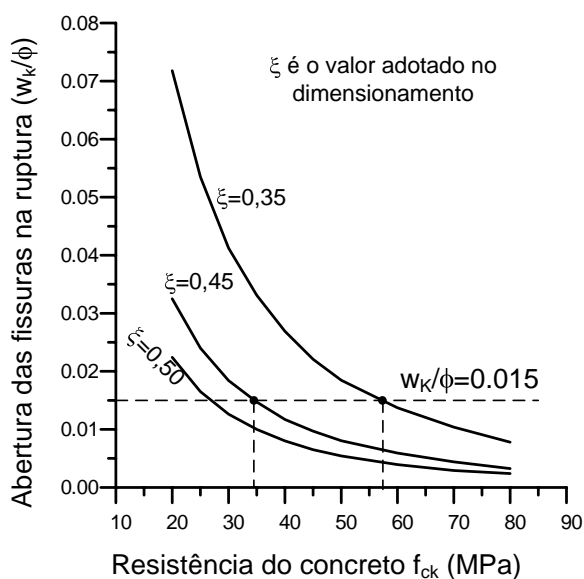


Fig. 16 – Abertura das fissuras na ruptura em função de f_{ck} e de ξ

Como se observa na fig. 16, a abertura das fissuras, no momento da ruptura, diminui com o aumento da resistência à compressão do concreto, bem como com o aumento do valor de ξ adotado no dimensionamento. Assim, para que se tenham fissuras com aberturas visíveis, instantes antes da ruptura, é necessário reduzir o valor de ξ adotado no dimensionamento. Esse valor limite da profundidade da linha neutra deve ser função de f_{ck} .

Considerando uma abertura de fissura $w_k = 0,015\phi$, obtém-se $f_{ck} \cong 35$ MPa, para $\xi = 0,45$. Esse mesmo valor de w_k é obtido para um concreto com $f_{ck} \cong 60$ MPa, quando é adotado $\xi = 0,35$ no dimensionamento das armaduras.

Admitindo que as barras de aço tenham um diâmetro $\phi = 20$ mm, a abertura de fissuras $w_k = 0,015\phi$ corresponde a $w_k = 0,3$ mm. Essa abertura de fissura é perfeitamente visível a olho nu, o que permite que se tenha um aviso prévio da ruptura.

Na fig. 17, apresenta-se uma imagem de uma fissura com abertura de 0,2 mm, extraída de [13]. Observa-se que a fissura pode ser vista com nitidez.



Fig. 17 – Abertura de fissura de 0,2 mm em peça de concreto

Como se observa, os valores de ξ_{lim} recomendados pelo CEB garantem que as fissuras apresentem aberturas bem visíveis nas proximidades da ruptura. Esse comportamento é sempre desejável, pois ele indica o aviso prévio da ruína.

7. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi feita uma análise da ductilidade estrutural obtida no projeto de peças de concreto armado sob flexão simples, como as lajes e as vigas. A ductilidade foi relacionada com a capacidade de acomodação plástica da estrutura e com o aviso prévio da ruptura, caracterizado por uma fissuração excessiva.

Os resultados obtidos mostraram que a ductilidade diminui com o aumento da resistência característica à compressão do concreto. Ela também diminui com o aumento da profundidade da linha neutra adotada no dimensionamento à flexão simples.

Em relação a esse último aspecto, fica claro que, para se obter um comportamento dúctil em flexão simples, não se pode dimensionar as seções considerando todo o domínio 3. A condição balanceada, no limite entre os domínios 2 e 3, fornece uma ruptura frágil e deve ser evitada.

Desse modo, recomenda-se que o dimensionamento seja feito empregando-se o critério do CEB. Para isto, adotam-se os valores de ξ_{lim} dados nas equações (9) a (12). Com o valor de ξ_{lim} , calcula-se o momento limite μ_{lim} , como na ref. [1], para saber se o dimensionamento será feito com armadura simples ou com armadura dupla.

Essas alterações já foram introduzidas na segunda edição do livro Projeto Estrutural de Edifícios de Concreto Armado[14], lançada recentemente. Elas também serão introduzidas na próxima edição de Curso de Concreto Armado [1].

REFERÊNCIAS

1. ARAÚJO, J. M. *Curso de Concreto Armado*. v.1. Rio Grande: Editora Dunas, 2. ed., 2003 (obra completa em 4 volumes).
2. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR-6118: Projeto de Estruturas de Concreto*. Rio de Janeiro, 2003.
3. COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. *Code-modèle CEB/FIP pour les Structures en Béton*. Bulletin d'Information 124/125, Paris, 1978.
4. COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. *CEB-FIP Model Code 1990*. Published by Thomas Telford, London, 1993.
5. DIN Deutsches Institut für Normung e. V. *DIN 1045-1: Plain, reinforced and prestressed concrete structures. Part 1: Design and construction*. Berlin, Germany, July, 2001.
6. EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. *Eurocode 2: Design of Concrete Structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings*. Dec., 2004.
7. AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-95) and Commentary (ACI 318R-95)*. Detroit, 1995.
8. COMISIÓN PERMANENTE DEL HORMIGÓN. *Instrucción de Hormigón Estructural, EHE*. Madrid, 2007.
9. STANDARDS AUSTRALIA COMMITTEE BD-002. *AS 3600: Australian Standard Concrete Structures*. Draft version. 2005.
10. BRITISH STANDARDS INSTITUTION. *BS 8110-1: Structural use of concrete. Code of practice for design and construction*. 1997.
11. ARAÚJO, J. M. *Algumas considerações sobre o projeto da nova NBR-6118*. Revista Engenharia, Ciência e Tecnologia, Vitória: UFES, v.5, n.1, p.3-10, 2002.
Disponível em:
<www.editoradunas.com.br/publicacoes.html>.
12. COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. *Selected Justification Notes*. Bulletin d'Information n.217, Lausanne, 1993.
13. UDESC JOINVILLE. Departamento de Engenharia Civil, Laboratório de Estruturas. *Experiências*. Disponível em:
<<http://www.joinville.udesc.br/portal/departamentos/dec/labest/experiencias.php>>. Acesso em 06/07/09.
14. ARAÚJO, J. M. *Projeto Estrutural de Edifícios de Concreto Armado*. Rio Grande: Editora Dunas, 2. ed., Julho, 2009.