

Pilares esbeltos de concreto armado

Parte 2: Verificação dos métodos simplificados da NBR-6118

Reinforced concrete slender columns

Part 2: Verification of the simplified methods of NBR-6118

José Milton de Araújo

Escola de Engenharia - FURG - Rio Grande, RS

RESUMO: Nesta segunda parte deste estudo, apresentam-se os procedimentos simplificados da NBR-6118 para o projeto dos pilares de concreto armado. A precisão desses procedimentos simplificados é verificada por comparação com o modelo não linear que foi apresentado e validado na parte 1 do estudo.

ABSTRACT: In this second part of this study, we present the simplified procedures of NBR-6118 for the design of reinforced concrete columns. The accuracy of these simplified procedures is verified by comparison with the nonlinear model that was presented and validated in Part 1 of the study.

1. INTRODUÇÃO

Este artigo faz parte de um amplo estudo sobre os procedimentos de projeto dos pilares de concreto armado.

Na primeira parte desse estudo, foi apresentado o modelo não linear para análise e dimensionamento de pilares esbeltos de concreto armado [1]. Esse modelo foi implementado no software JMPILAR [2] e teve sua precisão confirmada através da análise de 124 pilares ensaiados em flexo-compressão normal e oblíqua por diversos autores.

Devido à complexidade da análise e do dimensionamento de pilares de concreto armado, considerando as não linearidades presentes [1], as normas de projeto permitem a adoção de processos simplificados para uso em projeto. Esses processos simplificados somente são permitidos até certo limite de esbeltez, ou seja, para os denominados pilares moderadamente esbeltos.

Os índices de esbeltez limites, bem como a formulação dos processos simplificados, variam conforme a norma de projeto [3,4].

O objetivo deste trabalho é avaliar a precisão de dois processos simplificados adotados na NBR-6118[5] para a consideração dos efeitos de segunda ordem nos pilares. Na norma, esses processos são denominados de “Método do pilar-padrão com curvatura aproximada” e “Método do

pilar-padrão com rigidez aproximada”, sendo permitidos para pilares com índices de esbeltez $\lambda \leq 90$.

No método do pilar-padrão com curvatura aproximada, os efeitos de segunda ordem são considerados através da inclusão de uma excentricidade de segunda ordem e_2 . A seção crítica do pilar deve ser dimensionada à flexo-compressão com a excentricidade total $e_{tot} = e_1 + e_2$, onde e_1 é a excentricidade de primeira ordem. Os esforços para o dimensionamento são o esforço normal $N_d = F_d$ e o momento fletor $M_d = F_d(e_1 + e_2)$, onde F_d é a carga de cálculo do pilar.

Para o método do pilar-padrão com rigidez aproximada, a NBR-6118 fornece a expressão do momento total $M_d = F_d e_{tot}$, de onde se podem deduzir as expressões de e_{tot} e de $e_2 = e_{tot} - e_1$.

Além disso, para incluir os efeitos da fluência do concreto, considera-se uma excentricidade adicional e_c , a qual vem sendo sugerida desde o CEB/78[6] e também foi incorporada à NBR-6118.

Para verificar a precisão desses procedimentos simplificados de projeto, compara-se a armadura obtida no dimensionamento com aquela derivada do processo rigoroso, o qual foi apresentado na Parte 1 deste estudo [1].

2. MÉTODO DO PILAR-PADRÃO COM CURVATURA APROXIMADA

Na fig. 1, apresenta-se um pilar birrotulado, submetido a uma força normal de cálculo F_d com uma excentricidade de primeira ordem e_1 . A princípio, considera-se o caso de flexão normal.

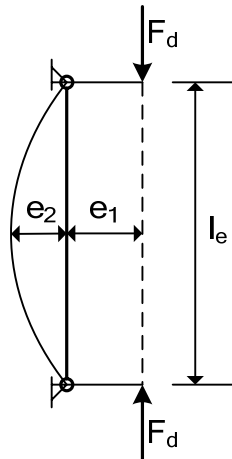


Fig. 1 – Excentricidades de primeira e de segunda ordens

A excentricidade de primeira ordem já inclui os efeitos das imperfeições geométricas do eixo do pilar e respeita a excentricidade mínima exigida na NBR-6118, como mostrado no Volume 3 da ref. [3].

Imediatamente após a aplicação do carregamento, o pilar sofre uma deflexão cujo valor máximo vale e_2 . De acordo com a NBR-6118, a excentricidade de segunda ordem pode ser avaliada como

$$e_2 = \frac{l_e^2}{10} \frac{0,005}{(v_o + 0,5)h} \quad (1)$$

onde

$$v_o = \frac{F_d}{A_c f_{cd}} \geq 0,5 \quad (2)$$

sendo l_e , h e A_c o comprimento de flambagem, a altura da seção transversal na direção considerada e a área da seção do pilar, respectivamente.

A resistência à compressão de cálculo do concreto, f_{cd} , é dada por

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (3)$$

onde f_{ck} é a resistência característica à compressão e $\gamma_c = 1,4$ é um coeficiente parcial de segurança.

Determinada a excentricidade total $e_{tot} = e_1 + e_2$, dimensiona-se a seção transversal do pilar com os esforços $N_d = F_d$ e $M_d = F_d e_{tot}$ em flexo-compressão normal.

Nos exemplos apresentados a seguir, comparam-se as áreas de aço obtidas com os processos simplificados e com o software JMPILAR[2]. Os dimensionamentos à flexo-compressão normal, necessários nos processos simplificados, são realizados com o software PACON[8]. Nesses exemplos, consideram-se pilares de seção retangular constante ao longo da altura, possuindo duas camadas de armaduras simétricas.

Nas figuras 2 a 5, apresentam-se as relações entre as áreas de aço obtidas com o método da curvatura aproximada e as áreas obtidas com o software JMPILAR. Apenas os casos que resultaram uma área de aço (obtida com o software) maior ou igual à armadura mínima exigida na NBR-6118 são plotados. Do mesmo modo, os casos que resultaram uma taxa de armadura superior a 8% não foram considerados. Por isso, algumas curvas possuem mais pontos do que outras.

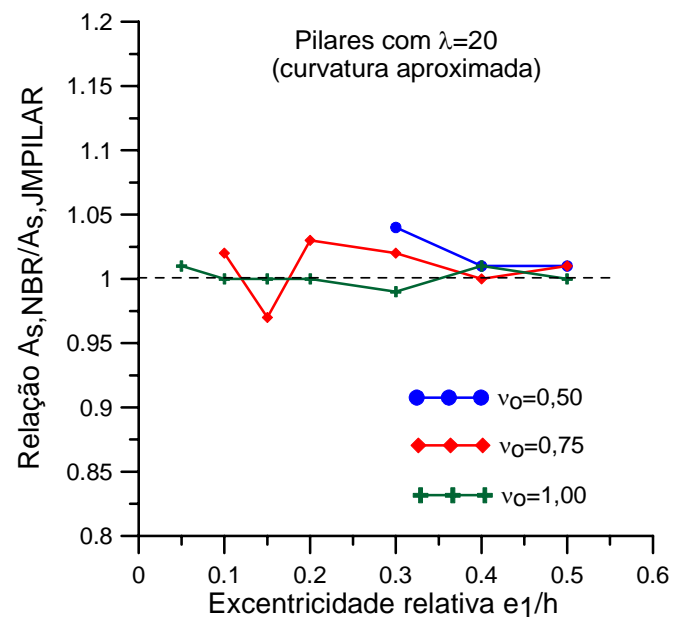
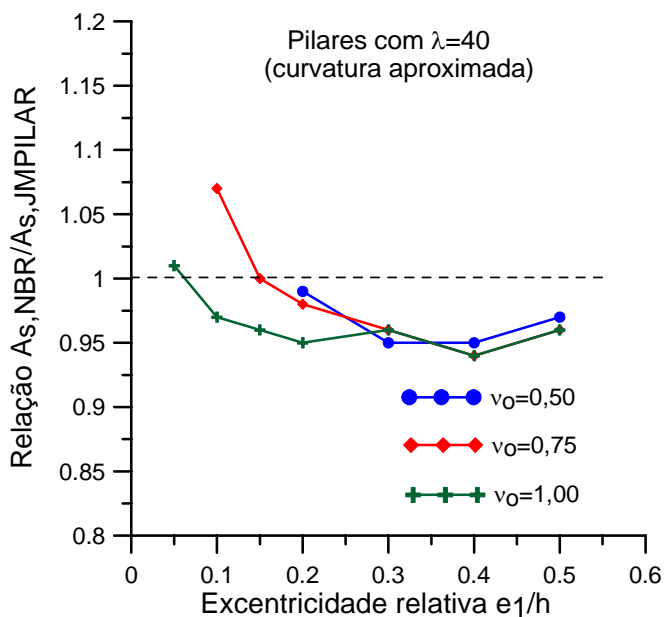
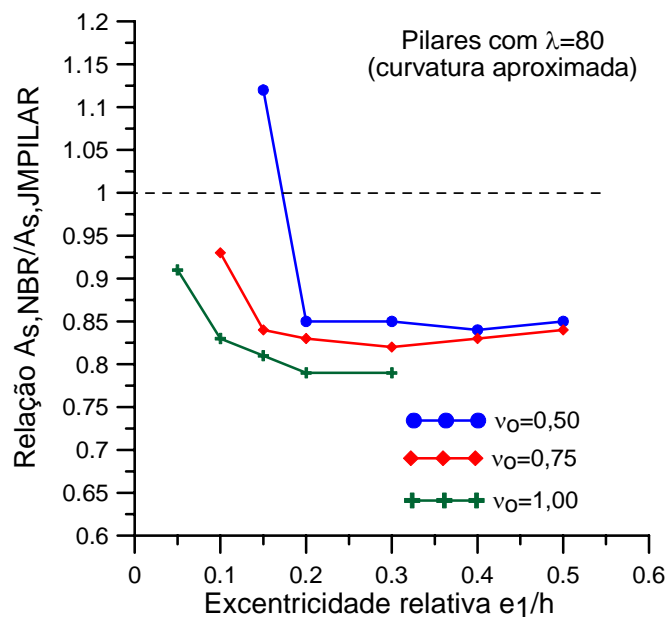
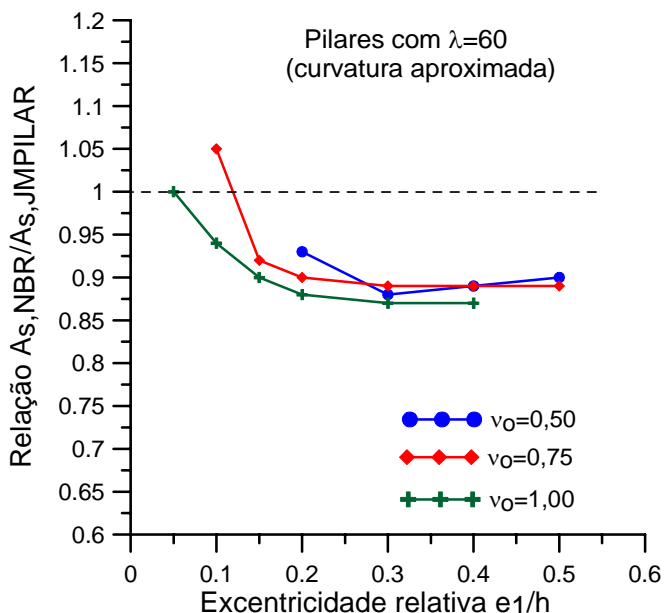


Fig. 2 – Método da curvatura aproximada - $\lambda=20$

Fig. 3 – Método da curvatura aproximada - $\lambda=40$ Fig. 5 – Método da curvatura aproximada - $\lambda=80$ Fig. 4 – Método da curvatura aproximada - $\lambda=60$

Conforme se observa, esse processo simplificado fica contrário à segurança para pilares com excentricidade relativa de primeira ordem, e_1/h , mais elevadas. Para pilares com $\lambda \leq 40$, esse erro é menor que 5%, o que é desprezível em termos práticos. Logo, pode-se afirmar que esse método é totalmente satisfatório para a maioria dos pilares dos edifícios residenciais e de escritórios.

Por outro lado, o erro aumenta com o índice de esbeltez. Para pilares com $\lambda = 60$, o erro máximo detectado (contrário à segurança) foi de 13%. Para $\lambda = 80$, foram encontrados erros de até 21% contra a segurança.

O erro, contrário à segurança, é maior para os pilares mais esbeltos e com maiores valores de e_1/h . Logo, o processo simplificado pode se tornar inseguro para pilares com $\lambda > 60$, quando submetidos a momentos iniciais grandes (devidos à ação do vento, por exemplo). A consideração dos pilares como birrotulados, desprezando-se as ligações com as vigas para efeito de cálculo do comprimento de flambagem, é uma medida prudente para minimizar esses erros contra a segurança do processo simplificado.

3. MÉTODO DO PILAR-PADRÃO COM RIGIDEZ APROXIMADA

Para esse método, a NBR-6118 fornece a expressão do momento total $M_d = F_d e_{tot}$. Conforme foi mostrado pelo Autor [4,8], a excentricidade total pode ser obtida por

$$e_{tot} = \left(B + \sqrt{B^2 + 0,2 e_1/h} \right) h \quad (4)$$

onde

$$B = \frac{\lambda^2}{38400} + 0,5 \frac{e_1}{h} - 0,1 \quad (5)$$

A excentricidade de segunda ordem é dada por

$$e_2 = e_{tot} - e_1 \quad (6)$$

com e_{tot} obtida da equação (4).

Observa-se que, neste método, a excentricidade de segunda ordem não depende do esforço normal reduzido ν_o , como no método da curvatura aproximada. Por outro lado, a excentricidade de segunda ordem depende de e_1/h , o que não ocorre no método da curvatura aproximada.

Nas figuras 6 a 9, apresentam-se as relações entre as áreas de aço obtidas com o método do pilar-padrão com rigidez aproximada e as áreas obtidas com o software JMPILAR. Os pilares possuem seção retangular constante ao longo da altura com duas camadas de armaduras simétricas.

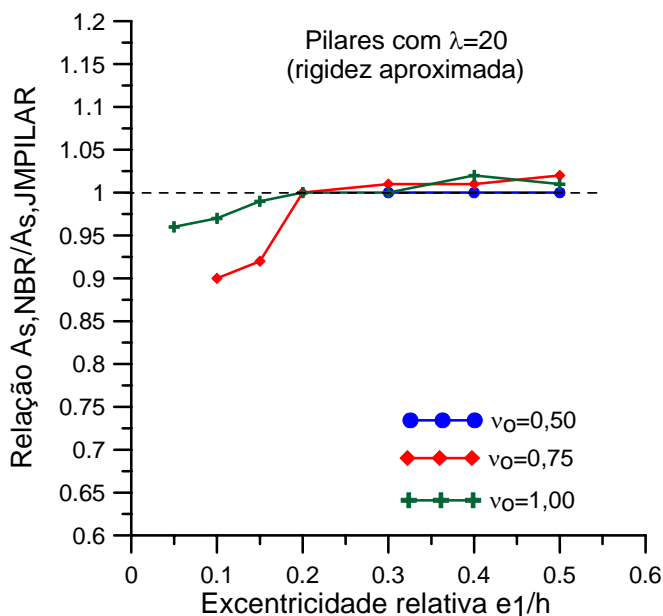


Fig. 6 – Método da rigidez aproximada - $\lambda=20$

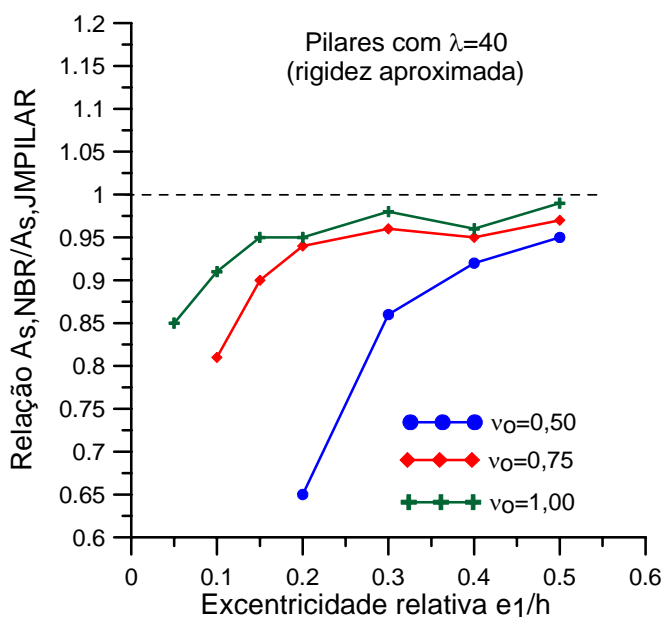


Fig. 7 – Método da rigidez aproximada - $\lambda=40$

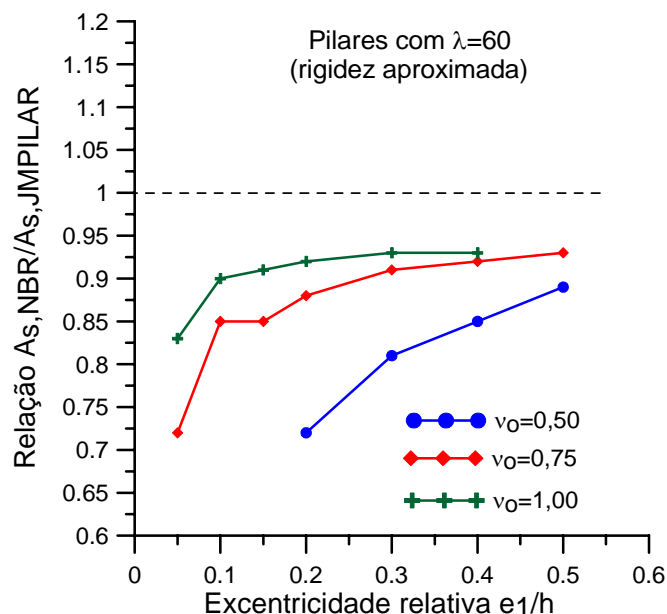


Fig. 8 – Método da rigidez aproximada - $\lambda=60$

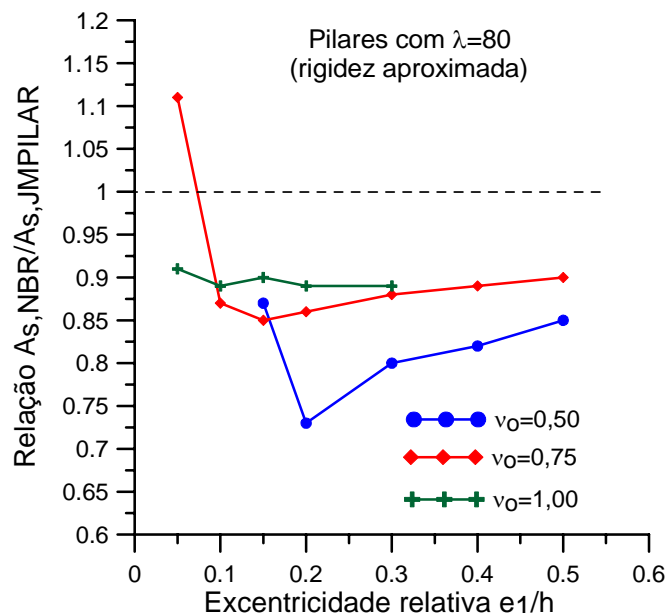


Fig. 9 – Método da rigidez aproximada - $\lambda=80$

Conforme se observa, esse método ficou contrário à segurança em quase todos os casos. Nesse método, o erro é maior para os pilares com excentricidade relativa de primeira ordem e_1/h mais baixa, como é o caso dos pilares contraventados dos edifícios. Além disso, o erro é maior do que no método da curvatura aproximada. Para $\lambda = 40$, foi detectado um erro máximo de 35% contra a segurança (para $\nu_o = 0,50$ e $e_1/h = 0,20$). Mesmo para $\nu_o = 1,00$, obteve-se um erro de 20% quando $e_1/h = 0,10$. Ou seja, em geral o erro desse método é inaceitável para boa parte dos pilares dos edifícios residenciais e de escritórios.

Nas figuras 10 e 11, comparam-se as excentricidades relativas de segunda ordem, e_2/h , obtidas com os dois métodos simplificados.

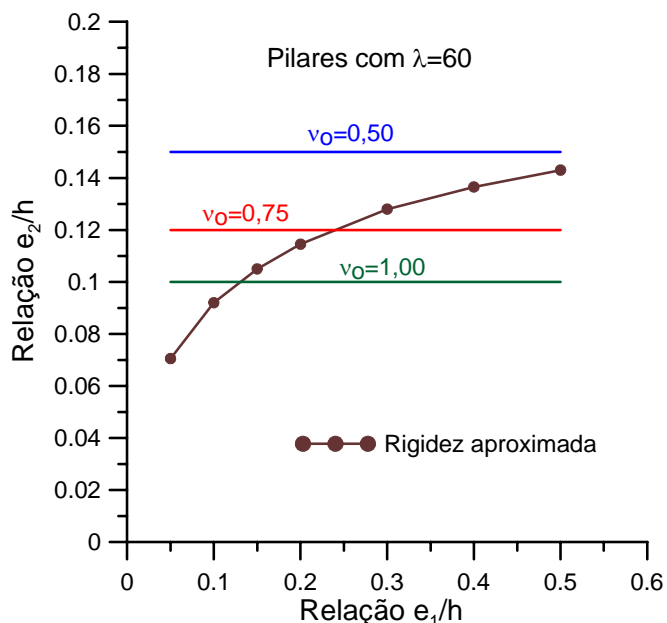


Fig. 10 – Excentricidades de segunda ordem – $\lambda=60$

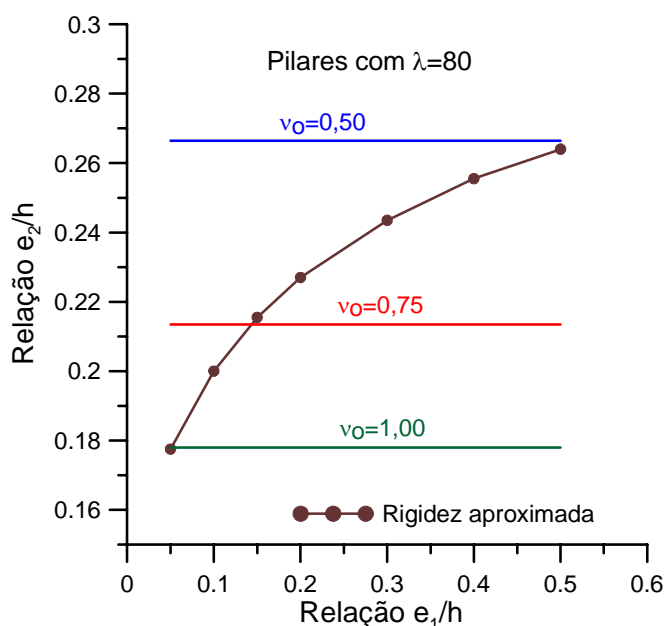


Fig. 11 – Excentricidades de segunda ordem – $\lambda=80$

Conforme se observa nas figuras 10 e 11, o método do pilar-padrão com curvatura aproximada sempre fornece uma excentricidade de segunda ordem maior que a do método com rigidez aproximada, para valores baixos de e_1/h . O método da rigidez equivalente só fornece e_2 maior do que o método da curvatura aproximada para

pilares com grandes excentricidades iniciais e altos valores do esforço normal reduzido ν_o .

Apesar de os dois métodos aproximados fornecerem soluções contrárias à segurança, os resultados tornam claro que, na falta de um método mais preciso, é preferível optar pelo método do pilar-padrão com curvatura aproximada.

Os erros detectados neste trabalho são superiores aos erros indicados na ref.[4]. No modelo não linear da ref.[4], as deformações do eixo do pilar são obtidas considerando-se o diagrama parábola-retângulo com tensão máxima de $0,85 f_{ck}$. No modelo não linear implementado no software JMPILAR, considera-se a tensão máxima de $1,10 f_{cd}$, conforme recomendações da NBR-6118. Considerando $f_{cd} = f_{ck}/1,4$, resulta a relação $\frac{1,10 f_{cd}}{0,85 f_{ck}} = 0,92$. Logo, os deslocamentos

obtidos com JMPILAR são maiores, o que resulta numa maior área de aço e, conseqüentemente, em um erro maior dos métodos simplificados.

4. CONSIDERAÇÃO DA FLUÊNCIA DO CONCRETO

Os efeitos da fluência do concreto podem ser introduzidos, acrescentando-se a excentricidade e_c , dada por

$$e_c = e_1 \left[\exp \left(\frac{\varphi F_g}{P_e - F_g} \right) - 1 \right] \quad (7)$$

onde φ é o coeficiente de fluência, F_g é a força normal de longa duração e P_e é a carga de flambagem de Euler do pilar.

Em geral, pode-se considerar que $F_g = F_k$, sendo F_k a força normal de serviço que atua no pilar.

A carga de Euler é dada por

$$P_e = \frac{\pi^2 E_{cs} I_c}{l_e^2} \quad (8)$$

onde I_c é o momento de inércia da seção de concreto simples e E_{cs} é o módulo secante do concreto.

De acordo com o CEB/90[9], tem-se

$$E_{cs} = 0,85 \times 21500 \left(\frac{f_{ck} + 8}{10} \right)^{1/3}, \text{ MPa} \quad (9)$$

com f_{ck} em MPa.

Para os pilares com $\lambda \leq 50$, pode-se desprezar a excentricidade de fluência.

Determinada a excentricidade total $e_1 = e_1 + e_2 + e_c$, dimensiona-se a seção transversal do pilar com os esforços $N_d = F_d$ e $M_d = F_d e_{tot}$ em flexo-compressão normal.

Nos exemplos a seguir, considera-se apenas o cálculo de e_2 de acordo com o método do pilar-padrão com curvatura aproximada. Em todos os exemplos, adota-se $\varphi = 2,0$ e $f_{ck} = 20$ MPa.

Nas figuras 12 e 13, apresentam-se as relações entre as áreas de aço obtidas com o processo simplificado (método do pilar-padrão com curvatura aproximada mais a inclusão da fluência através da equação (7)) e as áreas obtidas com o software JMPILAR. Os pilares possuem seção retangular constante ao longo da altura com duas camadas de armaduras simétricas.

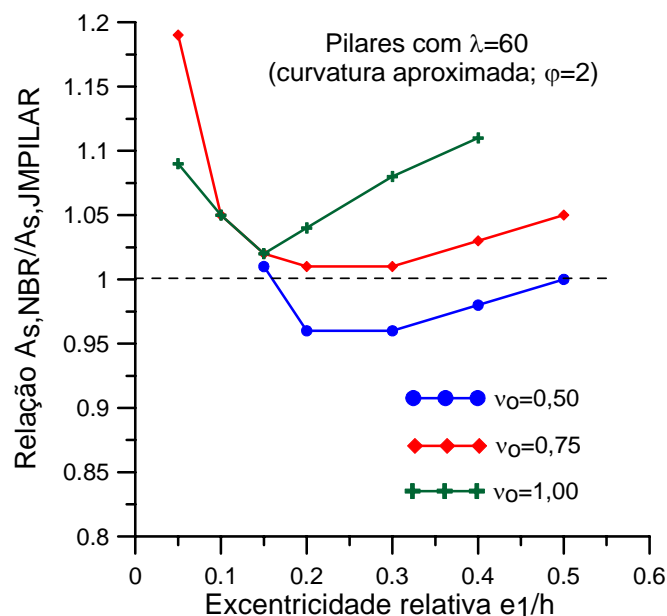


Fig. 12 – Pilares com $\lambda=60$ e $\varphi=2,0$

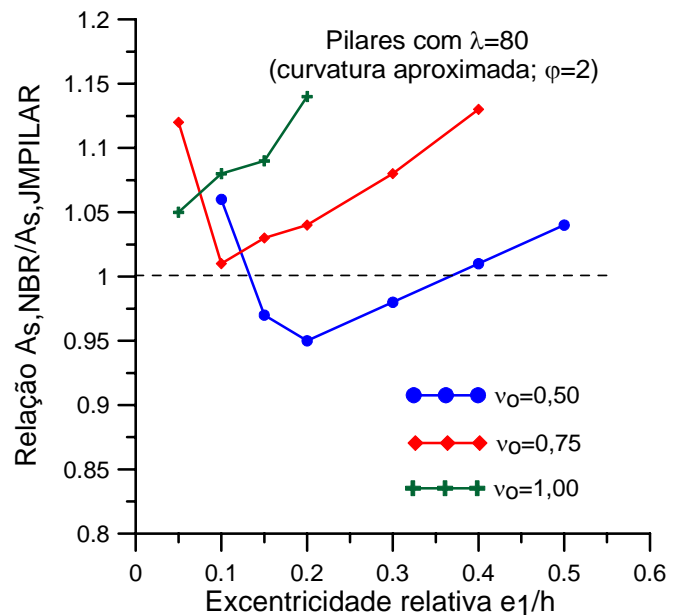
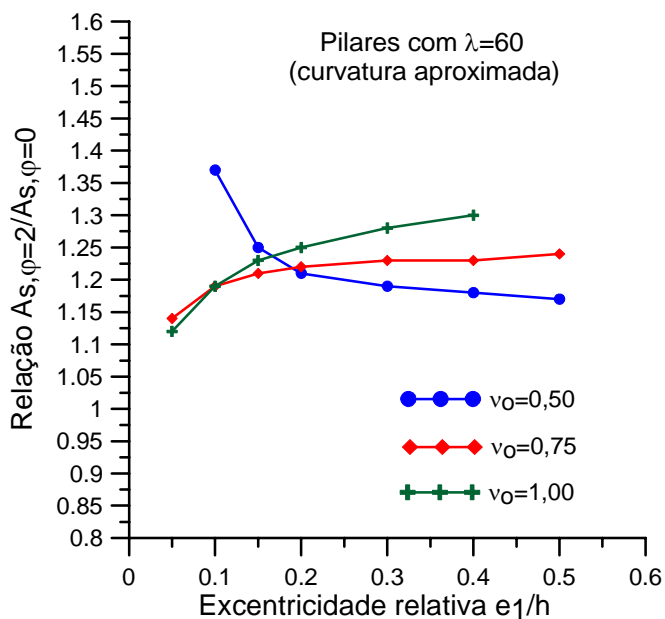
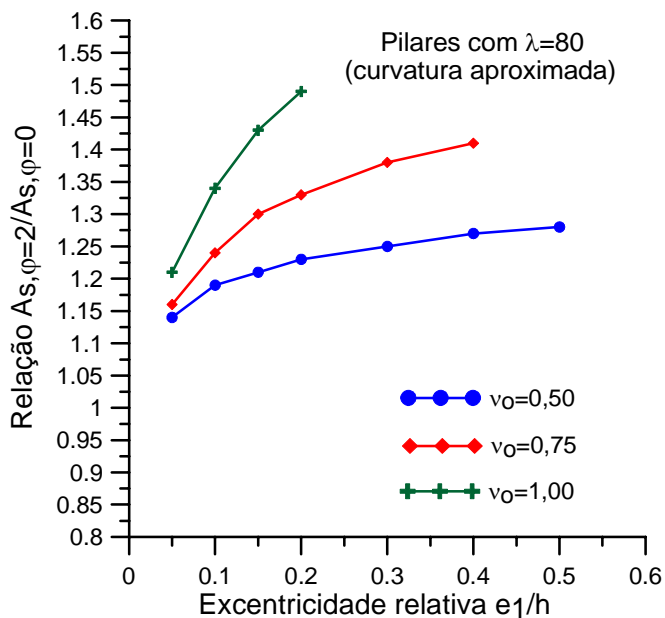


Fig. 13 – Pilares com $\lambda=80$ e $\varphi=2,0$

Conforme se observa nas figuras 12 e 13, ao incluir a fluência do concreto através da equação (7), o processo simplificado tende a ficar a favor da segurança na maioria dos casos. Isto ocorreu porque a excentricidade adicional e_c tende a superestimar os efeitos da fluência do concreto. Com isso, há uma compensação do erro do método da curvatura aproximada, melhorando os resultados.

Nos casos em que a solução ficou contra a segurança, o erro foi menor do que 5%. Além disso, quando o processo fica a favor da segurança, o erro não passa de 15%, ou seja, não há desperdício de armadura.

Nas figuras 14 e 15, apresentam-se as relações entre as áreas de aço obtidas com o processo simplificado com e sem inclusão da fluência do concreto.

Fig. 14 – Pilares com $\lambda=60$ (processo simplificado)Fig. 15 – Pilares com $\lambda=80$ (processo simplificado)

Comparando as figuras 14 e 15, verifica-se que a fluência torna-se mais importante à medida que aumenta o índice de esbeltez do pilar. Para $\lambda = 60$, o aumento médio da área de aço foi de 25%, o que não pode ser desprezado em projeto.

Conclui-se ser imprudente qualquer recomendação de se desprezar os efeitos da fluência do concreto até $\lambda = 90$, quando os efeitos de segunda ordem forem incluídos através do método da curvatura aproximada. A rigor, só se deve permitir desprezar os efeitos da fluência quando $\lambda \leq 50$, critério que tem sido adotado pelo

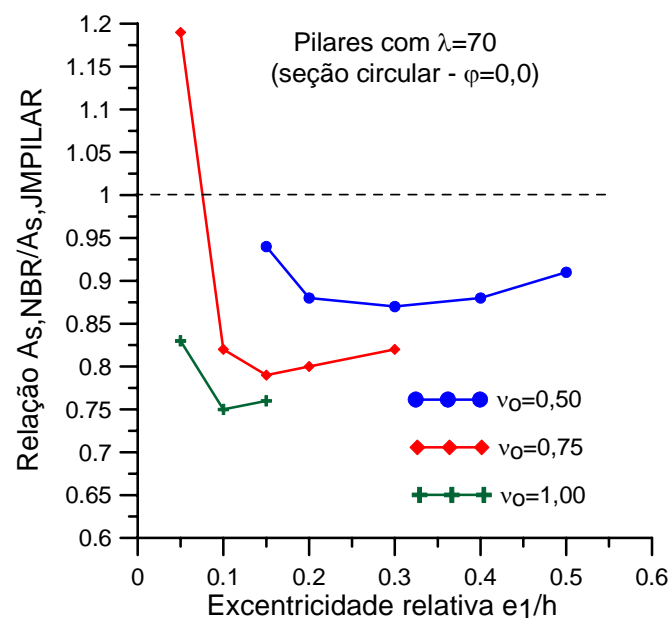
Autor [3]. Isto é particularmente importante, considerando que o método do pilar-padrão com curvatura aproximada pode ficar contrário à segurança. A consideração da fluência através da excentricidade adicional e_c tende a corrigir os erros do método.

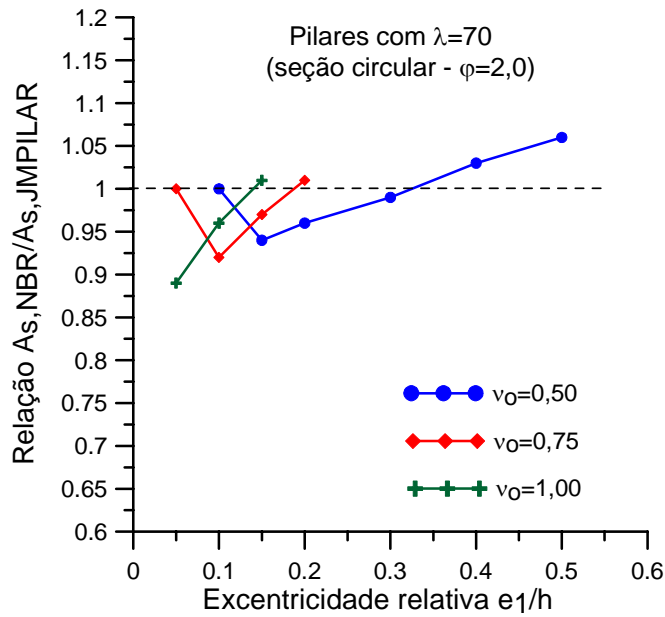
5. EMPREGO DO MÉTODO DA CURVATURA APROXIMADA PARA PILARES DE SEÇÃO CIRCULAR

O método do pilar-padrão com curvatura aproximada também foi utilizado para o dimensionamento de pilares de seção circular maciça. Os pilares possuem 8 barras e seção constante ao longo da altura.

Nas figuras 16 e 17, apresentam-se as relações entre as áreas de aço para pilares com índice de esbeltez $\lambda = 70$.

Conforme se observa na fig. 16, o comportamento é o mesmo verificado para os pilares de seção retangular. O erro máximo, contrário à segurança, foi de 25% para $\nu_o = 1,00$. Quando a excentricidade de fluência é incluída, o erro diminui, como se verifica na fig. 17.

Fig. 16 – Pilares de seção circular – com $\varphi = 0,0$

Fig. 17 – Pilares de seção circular – com $\varphi = 2,0$

6. MÉTODO DA CURVATURA APROXIMADA EM FLEXÃO OBLÍQUA

Neste exemplo considera-se o caso de pilares de seção quadrada, com flexão inicial segundo a diagonal do quadrado. Apesar de haver duas componentes das excentricidades de primeira ordem, a situação de projeto é de flexo-compressão normal, já que a diagonal é um eixo de simetria da seção transversal. Entretanto, os dimensionamentos são feitos à flexo-compressão oblíqua, empregando-se as componentes das excentricidades.

Na fig. 18, apresentam-se a seção transversal do pilar e a situação de projeto.

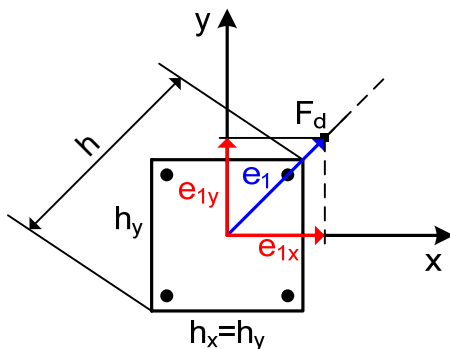


Fig. 18 – Situação de projeto – pilar de seção quadrada

A altura da seção transversal, medida segundo a diagonal do quadrado, é $h = h_x \sqrt{2}$. A excentricidade de primeira ordem e_1 é decomposta

nas componentes $e_{1x} = e_{1y} = e_1/\sqrt{2}$. Observa-se que $e_1/h = e_{1x}/h_x = e_{1y}/h_y$ nesse problema.

Para o software JMPILAR, deve-se fornecer apenas a situação de projeto, ou seja, os momentos de primeira ordem $M_{1yd} = M_{1xd} = F_d e_{1x}$, já que os efeitos de segunda ordem e da fluência são considerados no processo de análise e dimensionamento.

Na fig. 19, apresenta-se a situação de cálculo segundo a direção da diagonal do quadrado.

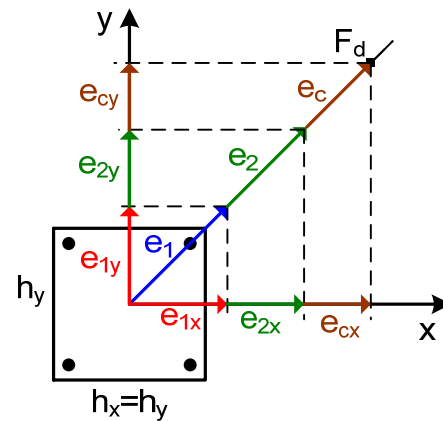


Fig. 19 – Situação de cálculo segundo a diagonal

A excentricidade de segunda ordem e_2 é obtida da equação (1), considerando a altura h segundo a diagonal da seção transversal do pilar. Essa excentricidade se decompõe nas componentes $e_{2x} = e_{2y} = e_2/\sqrt{2}$.

As componentes $e_{cx} = e_{cy}$ da excentricidade de fluência são dadas por

$$e_{cx} = e_{1x} \left[\exp \left(\frac{\varphi F_g}{P_{ex} - F_g} \right) - 1 \right] \quad (10)$$

$$P_{ex} = \frac{\pi^2 E_{cs} I_{cx}}{l_e^2} \quad (11)$$

As excentricidades totais para o dimensionamento pelo processo simplificado são $e_{xtot} = e_{ytot}$, onde

$$e_{xtot} = e_{1x} + e_{2x} + e_{cx} \quad (12)$$

O dimensionamento à flexo-compressão oblíqua é feito com os esforços $N_d = F_d$, $M_{xd} = F_d e_{xtot}$ e $M_{yd} = F_d e_{ytot}$, empregando-se o software PACON.

Nas figuras 20 e 21, apresentam-se os resultados obtidos considerando a situação de cálculo segundo a direção da diagonal do quadrado. Conforme se observa, a precisão é da mesma ordem de grandeza encontrada para os casos de flexo-compressão normal, o que indica que o método da curvatura aproximada também pode ser empregado nos casos de flexo-compressão oblíqua.

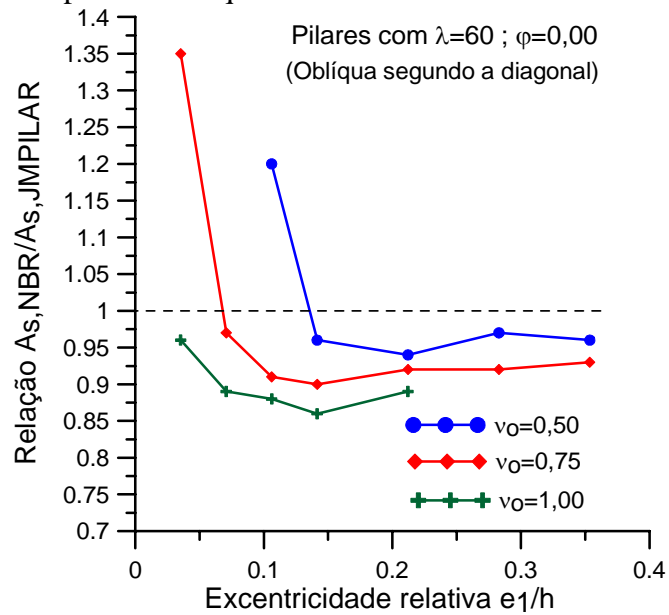


Fig. 20 – Pilares com $\lambda = 60$ e $\varphi = 0,00$
(situação de cálculo segundo a diagonal)

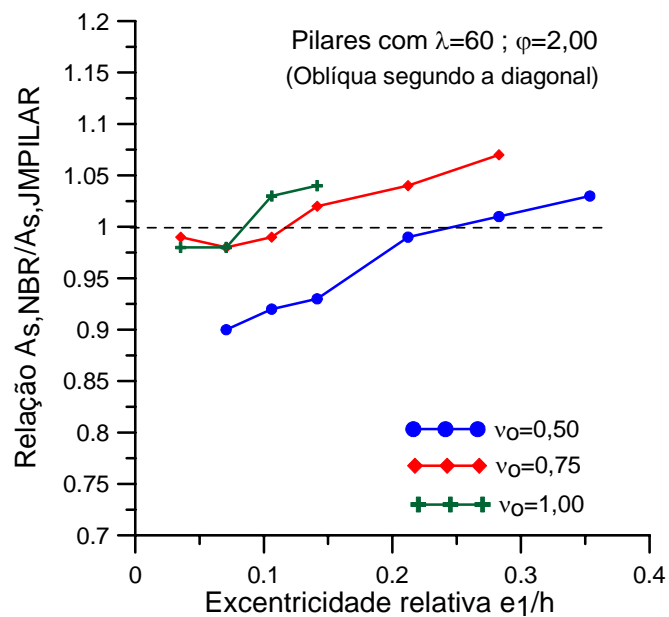


Fig. 21 – Pilares com $\lambda = 60$ e $\varphi = 2,00$
(situação de cálculo segundo a diagonal)

Em vez de considerar a situação de cálculo da fig. 19, pode-se considerar a situação de cálculo da fig. 22. Essa é a situação de cálculo usual, conforme apresentado na ref.[3].

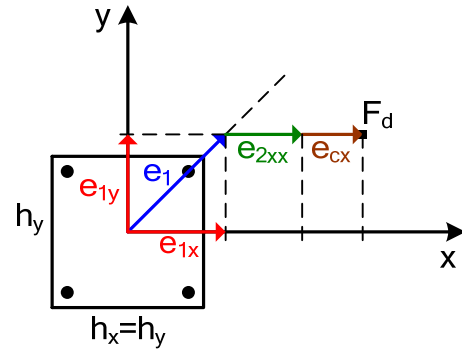


Fig. 22 – Situação de cálculo usual segundo a direção x

Para a situação de cálculo da fig. 22, a excentricidade de segunda ordem e_{2xx} é calculada com a equação (1), adotando a dimensão h_x no lugar de h . Observa-se que essa excentricidade e_{2xx} é igual ao dobro da componente e_{2x} empregada na fig. 19.

As excentricidades totais para o dimensionamento à flexo-compressão oblíqua são $e_{ytot} = e_{1y}$ e $e_{xtot} = e_{1x} + e_{2xx} + e_{cx}$. Para uma seção retangular, haveria a necessidade de considerar outra situação de cálculo, deslocando-se a força paralelamente ao eixo y, como na ref. [3].

As áreas de aço obtidas com as situações de cálculo das figuras 19 e 22 são comparadas na fig. 23. Nessa figura, A_{s1} representa a área de aço obtida na situação de cálculo da fig. 19 e A_{s2} é a área de aço obtida para a situação de cálculo da fig. 22. Neste caso, emprega-se sempre o processo da curvatura aproximada.

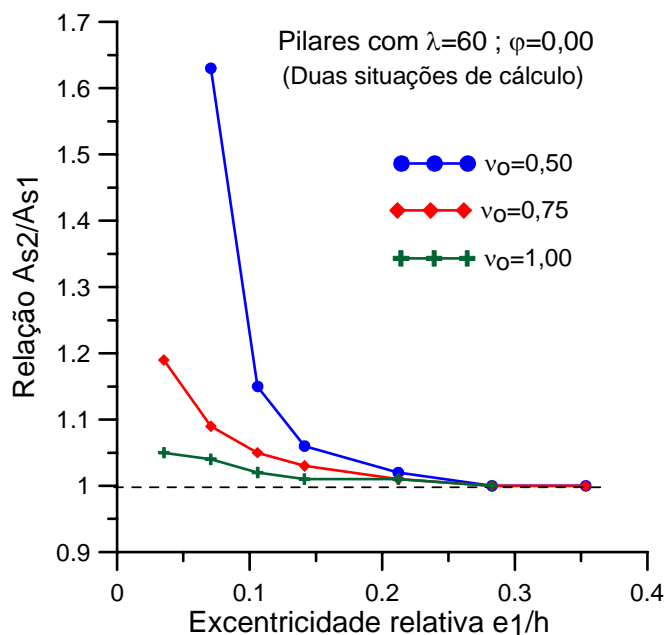


Fig. 23 – Comparação entre as duas situações de cálculo

Conforme se observa na fig. 23, a situação de cálculo da fig. 22 fica sempre a favor da segurança em relação à situação de cálculo da fig. 19. Conclui-se que não há necessidade de considerar a situação de cálculo oblíqua da fig. 19. Nesse problema, basta considerar a situação da fig. 22, como é feito na ref. [3].

7. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi verificada a precisão do método do pilar-padrão com curvatura aproximada e do método do pilar-padrão com rigidez aproximada, ambos permitidos pela NBR-6118 para a consideração dos efeitos de segunda ordem nos pilares moderadamente esbeltos. Os resultados obtidos com esses dois métodos simplificados foram comparados com aqueles obtidos através do modelo não linear, descrito na primeira parte deste estudo.

Em função dos resultados obtidos, conclui-se que ambos os métodos podem fornecer soluções contrárias à segurança. Entretanto, na falta de um método mais preciso, é preferível optar pelo método do pilar-padrão com curvatura aproximada. Este método, apesar de ficar contra a segurança em algumas situações, é o que possui o menor erro.

A consideração dos pilares como birrotulados, desprezando-se as ligações com as vigas para efeito de cálculo do comprimento de flambagem, é

uma medida prudente para minimizar esses erros contra a segurança do processo simplificado.

A inclusão dos efeitos da fluência do concreto através da excentricidade adicional e_c fornece bons resultados, inclusive melhorando o desempenho do método da curvatura aproximada.

Os efeitos da fluência do concreto podem ser importantes para pilares com $\lambda > 50$, não fazendo sentido desprezá-los para pilares com índice de esbeltez até 90, quando os efeitos de segunda ordem forem considerados através do método da curvatura aproximada. O limite recomendável para que se possa desprezar a fluência do concreto, para simplificar os cálculos manuais, deve ser $\lambda = 50$.

O método do pilar-padrão com curvatura aproximada também pode ser utilizado para o caso de flexo-compressão oblíqua, com boa aproximação.

REFERÊNCIAS

1. Araújo, J. M. *Pilares esbeltos de concreto armado. Parte 1: Um modelo não linear para análise e dimensionamento*. Revista Teoria e Prática na Engenharia Civil, n. 18, p.81-93, nov. 2011.
2. Araújo, J. M. *JMPILAR – Software para análise e dimensionamento de pilares esbeltos de concreto armado*. 2009. Informações disponíveis em www.editoradunas.com.br.
3. Araújo, J. M. *Curso de Concreto Armado*. 4 vol. Rio Grande: Editora Dunas, 3. ed., 2010.
4. Araújo, J. M. *Métodos simplificados para consideração dos efeitos de segunda ordem no projeto de pilares de concreto armado*. Revista do IBRACON, n.27, p.3-12, São Paulo, nov./dez. 2001. (disponível em www.editoradunas.com.br/publicacoes.html).
5. Associação Brasileira de Normas Técnicas: *NBR-6118: Projeto de Estruturas de Concreto*. Rio de Janeiro, 2003.
6. Comité Euro-International du Béton. *Code-modèle CEB/FIP pour les Structures en Béton*. Bulletin d'Information 124/125, Paris, 1978.
7. Araújo, J. M. *PACON 2010: Programa auxiliar para projeto de estruturas de concreto*. Site: www.editoradunas.com.br.
8. Araújo, J.M. *Projeto Estrutural de Edifícios de Concreto Armado*. Rio Grande. Editora Dunas, 2. ed. 2009.

9. Comité Euro-International du Béton. *CEB-FIP Model Code 1990*. Published by Thomas Telford, London, 1993