

# **Materiais compósitos e o reforço estrutural: uma análise numérica**

## **Composite materials and structural reinforcement: a numerical analysis**

**Charlei Marcelo Paliga**

*Universidade Federal de Pelotas – UFPel, Pelotas, RS*

*e-mail:charlei.paliga@ufpel.edu.br*

**Américo Campos Filho**

*Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS, Porto Alegre, RS*

*e-mail:americo@ufrgs.br*

**Mauro de Vasconcellos Real**

*Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Rio Grande, RS*

*e-mail:mauroreal@furg.br*

**RESUMO:** A aplicação de materiais compósitos à base de resinas poliméricas e fibras no reforço de estruturas de concreto armado se tornou uma técnica bastante difundida nos últimos tempos. Este tipo material, na forma de lâminas ou laminados, é colado no substrato de concreto através de adesivos à base de epóxi. Apesar do uso do epóxi apresentar excelentes resultados em termos de colagem e resistência, algumas desvantagens estão relacionadas ao seu uso. Para evitar alguns desses problemas, um sistema compósito à base de tecidos ou malhas de fibras sintéticas coladas na superfície de concreto com argamassa de cimento pode ser usado. O objetivo deste trabalho é fazer uma análise numérica do comportamento estrutural de vigas de concreto armado reforçadas à flexão através deste novo material. Os resultados numéricos são comparados aos resultados experimentais publicados em artigos técnicos internacionais, que demonstram a eficiência da técnica de reforço e a capacidade do modelo numérico.

**ABSTRACT:** The application of composite materials based on polymeric resins and fiber reinforcement in concrete structures has become a widespread technique in recent times. This material in the form of sheets or laminates is bonded to the concrete substrate with epoxy-based adhesive. Although the use of epoxy has proven to give excellent performances both in terms of bonding and resistance, some disadvantages are related to its use. To avoid some of these problems, cement based composite systems consisting of FRPs and a cementitious bonding agent can be used. The objective of this work is to make a numerical analysis of the structural behavior of reinforced concrete beams strengthened for flexure through this brand new material. The numerical results are compared to experimental results published in international technical articles that demonstrate the efficiency of the reinforcement and the ability of the numerical model.

### **1. INTRODUÇÃO**

O uso dos materiais compósitos à base de fibras sintéticas de alta resistência tornou-se uma técnica de reforço/recuperação de estruturas de concreto armado muito difundida nos últimos anos. Tudo isso devido às suas excelentes propriedades, tais como baixo peso, elevada resistência mecânica, elevada resistência à corrosão, etc. Geralmente, os polímeros reforçados com fibras (PRF) estão presentes na forma de lâminas ou laminados

colados nas superfícies das estruturas de concreto armado através de adesivos à base de epóxi, melhorando seu desempenho estrutural tanto em condições de serviço quanto sob cargas últimas.

Embora o uso dos adesivos à base de epóxi possa apresentar excelente comportamento em termos de aderência ao concreto e resistência mecânica, alguns problemas podem ser relacionados ao seu uso. As resinas epóxi possuem baixa permeabilidade, baixa compatibilidade térmica em relação ao concreto, baixa resistência

ao fogo e susceptibilidade à radiação ultravioleta. Para evitar alguns desses problemas, um sistema compósito à base de tecidos ou malhas de fibras sintéticas coladas na superfície de concreto com argamassa de cimento pode ser usado [9]. Diferentes soluções para este sistema podem ser citadas, tais como: concreto reforçado com material têxtil (TRC), argamassa reforçada com material têxtil (TRM), concreto reforçado com fibras (FRC) e tecido de fibras sintéticas em matriz cimentícia (FRCM).

Di Tommaso et al. [5] e Aiello et al. [2] analisaram o comportamento de vigas de concreto armado reforçadas com FRCM composto por tecidos de fibras de carbono em matriz cimentícia. Os resultados da investigação mostraram a eficiência do sistema compósito tanto em termos de resistência, rigidez quanto em ductilidade. O sistema FRCM foi, recentemente, melhorado através do uso de malhas de fibras de Polyparaphenylene-benzo-bisthiazole (PBO). As propriedades mecânicas das fibras PBO são, de fato, bastante superiores às propriedades mecânicas dos tipos mais resistentes de fibras de carbono [9]. Adicionalmente, elas têm grande tolerância ao impacto, capacidade de absorção de energia superior aos outros tipos de fibras, resistência ao fogo e compatibilidade química com argamassas de cimento [12].

O uso dos tecidos de fibras PBO (ver fig. 1) na confecção do sistema FRCM ainda está em investigação. Ensaio de vigas de concreto armado, reforçadas com tecidos de PBO, colados ao concreto com argamassa de cimento (PBO-FRCM), foram realizados recentemente. Análises experimentais com CFRP (polímeros reforçados com fibras de carbono), colados com adesivo epóxi e PBO-FRCM no reforço de vigas de concreto armado, foram feitas por Di Tommaso et al. [6]. Os resultados obtidos foram: (i) a falha à flexão das vigas reforçadas com PBO-FRCM foi mais dúctil em relação às vigas reforçadas com CFRP, devido à perda gradual da ação do compósito, relacionada ao grande deslizamento fibras/matriz cimentícia. (ii) nas vigas reforçadas com PBO-FRCM os mecanismos de falha, relacionados à perda da ação do reforço (descolamento), são governados pela interface concreto/matriz cimentícia, enquanto que para as vigas reforçadas com CFRP, a falha por descolamento é governada pelo cisalhamento da camada de cobertura de concreto, e (iii) PBO-FRCM provou ser eficaz se

utilizado como reforço ao cisalhamento de vigas de concreto armado.



Fig. 1 – Tecido em malha de PBO

O objetivo deste trabalho é fazer uma análise numérica de vigas de concreto armado usando este novo tipo de material (PBO-FRCM) no reforço à flexão. O modelo numérico é baseado no método dos elementos finitos, sendo capaz de acompanhar a resposta estrutural desde o início do carregamento até a carga de ruptura. O modelo numérico também é capaz de prever modos de falha, sejam eles dúcteis, por alongamento excessivo da armadura de tração ou por rompimento do reforço, ou frágeis, por esmagamento do concreto ou por descolamento do reforço. Os resultados numéricos são comparados aos resultados experimentais apresentados em Ombres [9], que comprovam tanto a eficácia do material de reforço quanto às potencialidades do modelo numérico.

## 2. CARACTERIZAÇÃO DAS VIGAS

Os testes consistiram em ensaios de flexão de vigas simplesmente apoiadas, com duas cargas concentradas a 90cm dos apoios de extremidade. As vigas possuem 270cm entre apoios, com seção transversal retangular de 15x25cm (fig. 2). A armadura tracionada,  $A_s$ , é composta por duas barras de 10mm ( $2\phi 10$ mm), com taxa de armadura de 0,419%, enquanto que na armadura de compressão,  $A'_s$ , usou-se duas barras de 8mm ( $2\phi 8$ mm), resultando em uma taxa de 0,268%. Para evitar a falha das vigas por cisalhamento, estribos de 8mm espaçados a cada 17cm foram usados ( $\phi 8c.17$ ). As taxas de reforço das vigas foram de 0,018% (uma camada de PBO-FRCM com  $6,75\text{mm}^2$ ), 0,036% (duas camadas de PBO-FRCM

com  $13,5\text{mm}^2$ ) e  $0,054\%$  (três camadas de PBO-FRCM com  $20,25\text{mm}^2$ ). A largura resultante do sistema de reforço foi de 15cm.

As propriedades mecânicas do sistema de reforço estão apresentadas na tabela 1.

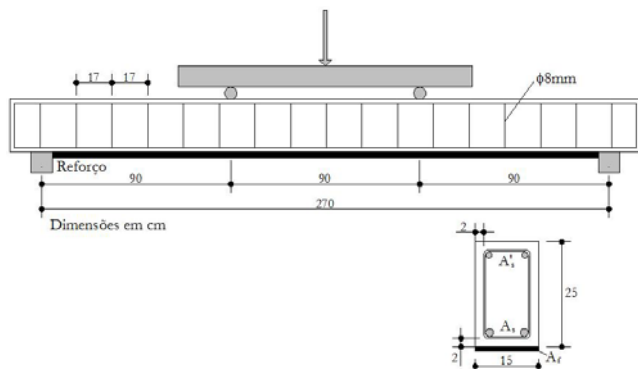


Fig. 2 - Esquema das vigas ensaiadas por Ombres[9]

Tabela 1 – Propriedades mecânicas do tecido de PBO e da argamassa de cimento

	Módulo de elasticidade	Resist. à tração	Def. máxima de tração	Resist. à compressão
	(GPa)	(MPa)	(‰)	(MPa)
Tecido de PBO	270	5.800	21,5	-
Argamassa	6	3,5	-	29

Durante o processo de fabricação das vigas, a cura se deu em temperatura ambiente, sendo que os protótipos foram reforçados após 30 dias da sua concretagem. Para garantir boas condições de aderência substrato de concreto/argamassa, o mesmo foi preparado com jatos de areia para remoção de pó de cimento, lavado com água e deixado em temperatura ambiente por alguns dias para sua secagem. Após a aplicação da primeira camada de argamassa no substrato de concreto, a primeira camada de tecido PBO foi aplicada e pressionada levemente dentro da argamassa. Foi aplicada, então, uma nova camada de argamassa cobrindo completamente o tecido PBO e a operação foi repetida até que todas as camadas de reforço fossem aplicadas e cobertas pela argamassa [9].

As propriedades mecânicas do concreto, segundo Ombres [9], foram determinadas quando transcorridos pelo menos 28 dias da concretagem, através de corpos de prova cúbicos ou cilíndricos. Os valores médios da resistência à compressão, à

tração e módulo de elasticidade foram de 23,02 MPa, 2,12 MPa e 28.160 MPa respectivamente. Os valores médios da resistência ao escoamento da armadura interna, determinados através de ensaios de corpos de prova padronizados (pelo menos três por diâmetro) foram de 525,90 MPa ( $\phi 10\text{mm}$ ) e 535,60 MPa ( $\phi 8\text{mm}$ ).

### 3. MODELO NUMÉRICO DE ELEMENTOS FINITOS

O concreto é representado através de elementos finitos isoparamétricos bidimensionais, de oito nós, para estado plano de tensão. O modelo constitutivo bidimensional para o concreto é baseado no modelo proposto por Darwin e Pecknold [4], empregando-se o conceito de deformação uniaxial equivalente e o critério de ruptura bidimensional de Kupfer e Gerstle [8]. Para o concreto tracionado, após a fissuração, adota-se uma curva com amolecimento, para levar em conta a colaboração do concreto entre fissuras na resistência à tração (tension-stiffening).

A armadura é representada através do modelo incorporado, com base no trabalho de Elwi e Hrudey [7]. Cada barra de armadura é considerada como uma linha mais rígida dentro do elemento de concreto, que resiste apenas a esforços axiais. Admite-se aderência perfeita entre a armadura e o concreto que a envolve. Assim, a matriz de rigidez da armadura possui as mesmas dimensões que a do elemento de concreto. A equação constitutiva adotada para o aço é bilinear tanto em tração quanto em compressão.

O material do reforço é modelado através de elementos discretos de barra de treliça plana, quadráticos, com três pontos nodais. O elemento é fixado ao restante da malha de elementos finitos através de um elemento de interface. Estes materiais são modelados como um material de comportamento elástico linear até ser atingida a tensão de ruptura, e são capazes de absorver somente esforços de tração na direção do seu eixo longitudinal.

A transferência de esforços entre o sistema de reforço e o concreto gera tensões de cisalhamento na interface entre os dois materiais. Estas tensões podem levar ao descolamento prematuro do reforço e a consequente ruptura da estrutura com uma pequena mobilização de sua capacidade resistente, indicando o subaproveitamento do material. Para o cálculo do deslizamento entre o

reforço e o concreto é usado um elemento de interface unidimensional, de seis nós, com funções quadráticas de interpolação conforme Adhikary e Mutsuyoshi [1]. O modelo constitutivo é o indicado pelo Código Modelo CEB-FIP 1990 [3], com os parâmetros da relação tensão de aderência( $\tau$ ) - deslizamento(s) obtidos por Silva [11] e mostrados na fig. 3.

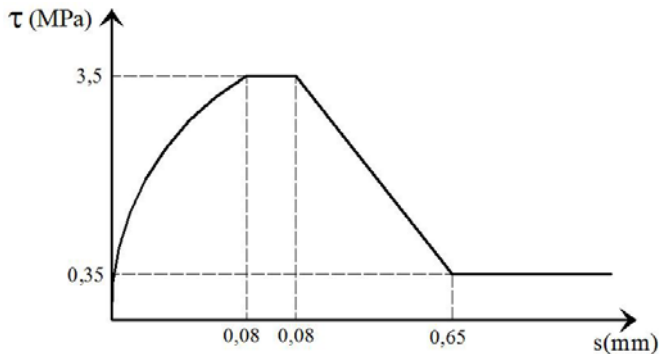


Fig. 3 - Modelo constitutivo para a interface concreto/reforço

Devido à simetria do carregamento, das propriedades mecânicas e da geometria das vigas, apenas a sua metade foi usada nas simulações numéricas. A malha de elementos finitos usada nas simulações numéricas está apresentada na fig. 4. O concreto foi discretizado através de dezoito elementos planos bidimensionais, enquanto que o reforço e a interface concreto/reforço foram discretizados através de oito elementos unidimensionais.

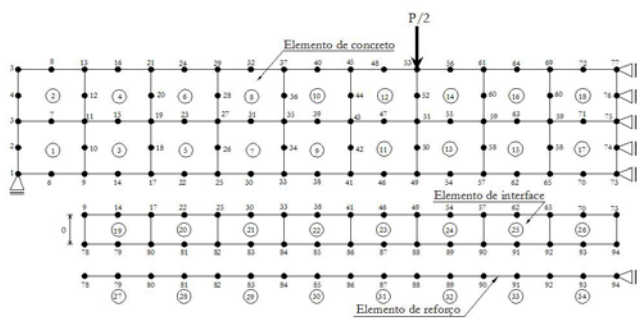


Fig. 4 - Discretização das vigas em elementos finitos

Um maior detalhamento do modelo de elementos finitos usado nas simulações numéricas pode ser encontrado em Paliga et al. [10].

#### 4. RESULTADOS OBTIDOS

Os resultados obtidos através das simulações numéricas são, neste item, apresentados, discutidos

e comparados aos resultados obtidos no programa experimental [9]. Cabe-se ressaltar que o modelo de elementos finitos é capaz de acompanhar o desempenho das vigas desde o início do carregamento até a carga de ruptura. Da mesma maneira, o modelo numérico é capaz de detectar o modo de falha das vigas, seja ele dúctil, por alongamento excessivo da armadura tracionada ou por ruptura por tração do material de reforço, ou frágil, causado pelo esmagamento do concreto comprimido ou por descolamento do reforço.

#### 4.1 Viga reforçada com uma camada de PBO-FRCM

Segundo Ombres [9], a da ruptura da viga reforçada com uma camada de PBO-FRCM ocorreu para uma carga de 54,24kN e foi causada pelo esmagamento do concreto. A carga de ruptura, obtida numericamente através do modelo de elementos finitos, foi de 52,25kN, estabelecendo uma diferença de -3,7% em relação ao valor experimental.

Na fig. 5 são apresentadas as curvas *carga x deslocamento* obtidas experimentalmente e numericamente.

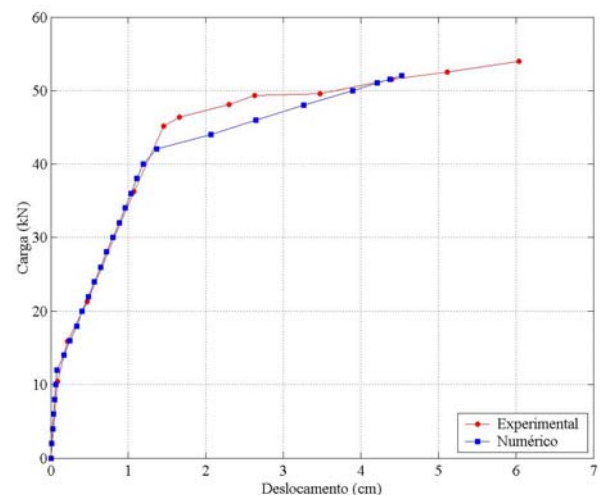


Fig. 5 - Curvas *carga x deslocamento* (nó 73 – fig. 4) – uma camada de PBO-FRCM

Na fig. 6 estão comparados os valores obtidos experimentalmente e numericamente para a deformação de compressão no concreto (ponto de integração próximo ao nó 77) e para a máxima deformação de tração no reforço (ponto de integração próximo ao nó 94).

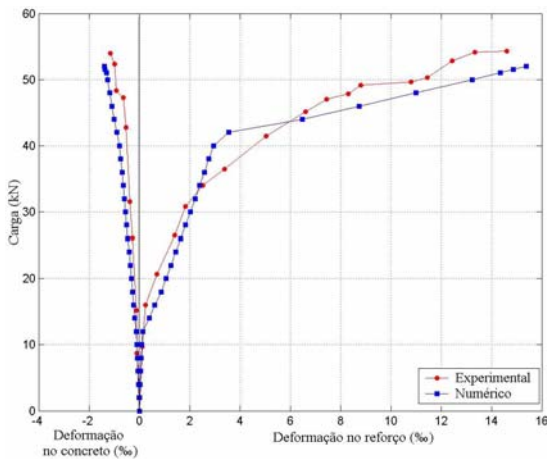


Fig. 6 - Curvas *carga x deformação* no centro do vão - uma camada de PBO-FRCM

#### 4.2 Viga reforçada com duas camadas de PBO-FRCM

Segundo Ombres [9], a carga de ruptura da viga reforçada com duas camadas de PBO-FRCM foi de 66,00kN, com ruptura causada pelo descolamento do sistema de reforço em relação ao substrato de concreto. A carga de ruptura obtida numericamente através do modelo de elementos finitos foi de 68,75kN, estabelecendo uma diferença de +4,2% em relação ao valor experimental.

Na fig. 7 são apresentadas as curvas *carga x deslocamento* obtidas experimentalmente e numericamente.

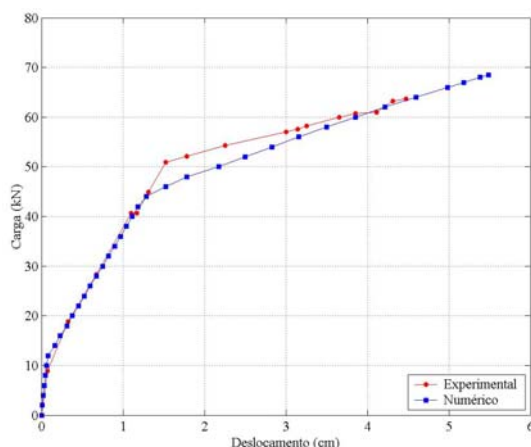


Fig. 7 - Curvas *carga x deslocamento* (nó 73 - fig. 4) - duas camadas de PBO-FRCM

Através da fig. 8 podem ser comparados os valores obtidos experimentalmente e numericamente para a deformação de compressão no concreto (ponto de integração próximo ao nó 77) e para a máxima deformação de tração no reforço (ponto de integração próximo ao nó 94).

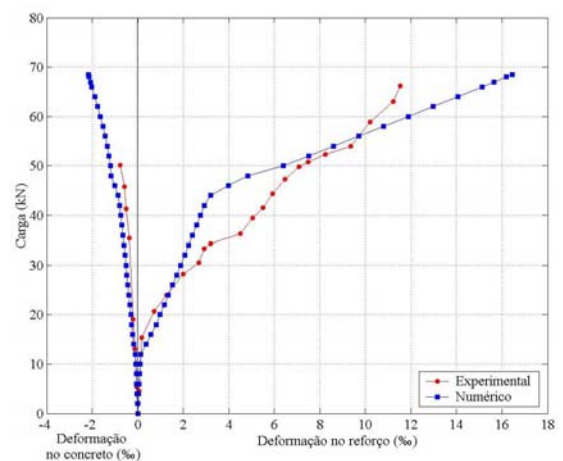


Fig. 8 - Curvas *carga x deformação* no centro do vão - duas camadas de PBO-FRCM

#### 4.3 Viga reforçada com três camadas de PBO-FRCM

Segundo Ombres [9], a carga de ruptura da viga reforçada com três camadas de PBO-FRCM foi de 71,39kN, com ruptura causada pelo descolamento do sistema de reforço em relação ao substrato de concreto. A carga de ruptura obtida numericamente através do modelo de elementos finitos foi de 72,75kN, estabelecendo uma diferença de +1,90% em relação ao valor experimental.

Na fig. 9 são apresentadas as curvas *carga x deslocamento* obtidas experimentalmente e numericamente. Através da fig. 10 podem ser comparados os valores obtidos experimentalmente e numericamente para a variação da deformação de compressão no concreto (ponto de integração próximo ao nó 77) e para a máxima deformação de tração no reforço (ponto de integração próximo ao nó 94) conforme o aumento da carga aplicada.

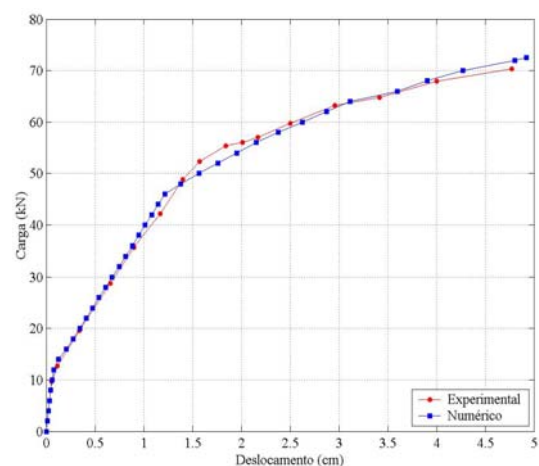


Fig. 9 - Curvas *carga x deslocamento* (nó 73 - fig. 4) - três camadas de PBO-FRCM

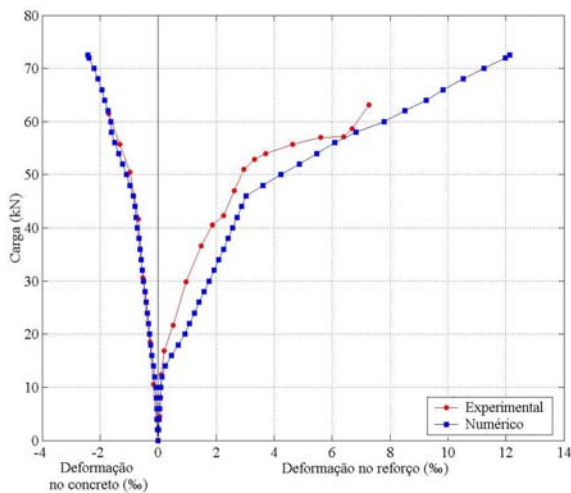


Fig. 10 - Curvas carga  $x$  deformação no centro do vão - três camadas de PBO-FRCM

#### 4.4 Discussão dos resultados obtidos

Na fig. 11 podem ser observados os comportamentos das três vigas analisadas numericamente, em termos de deslocamentos máximos, conforme o aumento das cargas aplicadas.

Verifica-se a eficácia do sistema de reforço, devido ao aumento nas cargas de ruptura, conforme o aumento no número de camadas de reforço. Também, que as vigas apresentam níveis de ductilidade satisfatórios. Na viga que a ruptura se deu por esmagamento do concreto (uma camada), o mesmo se deu após o escoamento da armadura tracionada.

Fazendo-se uma análise do comportamento das vigas reforçadas, nota-se que a maior influência da taxa de reforço se dá após o escoamento da armadura interna tracionada, quando realmente se mobiliza a capacidade resistente do reforço.

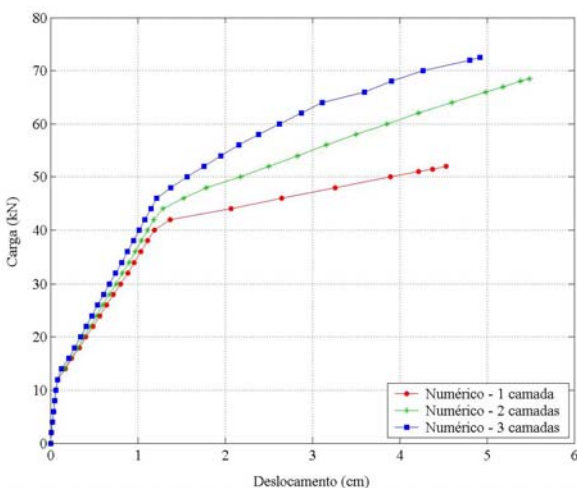


Fig. 11 - Curvas carga  $x$  deslocamento (nó 73 - fig. 4)

É importante observar que houve um aumento de resistência de aproximadamente 32% da viga reforçada com duas camadas de PRO-FRCM em relação à viga reforçada com uma camada de PBO-FRCM. Comparando-se o aumento de resistência da viga reforçada com três camadas em relação à reforçada com duas camadas o acréscimo foi de aproximadamente 6%. Percebe-se, desta forma, que o aumento de 50% da área de reforço ( $13,5\text{mm}^2$  para  $20,25\text{mm}^2$ ) contribuiu muito pouco para o aumento de resistência da viga. Isso é facilmente explicado pelo fato do modo de ruptura destas vigas ser o descolamento do sistema de reforço, chegando-se a conclusão que o aumento de camadas de reforço pode levar a ruptura prematura das vigas por descolamento do reforço, com subaproveitamento da capacidade resistente do material.

Na fig. 12 são apresentadas as variações das tensões de aderência ao longo da interface concreto/reforço, obtidas numericamente, para a última etapa de carga antes da ruptura das vigas.

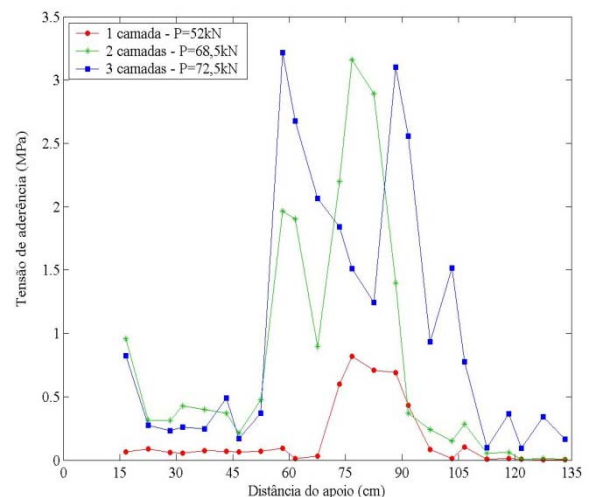


Fig. 12 - Tensões de aderência concreto/reforço

Observa-se um baixo nível de tensões de aderência concreto/reforço para a viga reforçada com uma camada de PBO-FRCM antes da sua ruptura, indicando que o modo de falha não possui natureza frágil causada pelo descolando do reforço em relação ao substrato de concreto. Para as vigas reforçadas com duas e três camadas de PBO-FRCM, observou-se elevados níveis de tensões de aderência antes que as mesmas atingissem o colapso. Estes picos de tensão, localizados em uma faixa entre 58cm e 90cm de distância do apoio, ficaram muito próximos da resistência da ligação entre o concreto e o material de reforço, indicando rupturas causadas pelo descolamento do reforço.

Desta forma, os modos de ruptura encontrados numericamente vão ao encontro dos modos de ruptura obtidos nos ensaios experimentais.

A apresentação das figs. 13 e 14 permite a avaliação, em um mesmo diagrama, da evolução e da interação existente entre as tensões normais no reforço e na armadura tracionada, e as tensões de aderência na interface entre o reforço e o concreto. As tensões estão normalizadas pelo seu máximo valor, e foram obtidas numericamente para a última etapa de carga antes da ruptura das vigas reforçadas com uma camada de PBO-FRCM (fig. 13) e duas camadas de PBO-FRCM (fig. 14).

A avaliação dos diagramas das fig. 13 e 14 permite identificar, facilmente, que o nível de tensão normal no reforço, e na armadura, cresce, a partir da extremidade, em direção ao meio do vão.

Outro importante aspecto está associado aos picos na curva da tensão de aderência. Como se sabe, as tensões de aderência estão ligadas às variações de tensão no reforço. Quando se entra no trecho em que a armadura tracionada encontra-se escoada (limite de resistência), o reforço passa a contribuir com uma parcela maior na absorção de tensões de tração. Desta maneira, observa-se um aumento brusco nas tensões de tração no reforço entre 75cm e 90cm para a viga reforçada com uma camada (fig. 13) e entre 60cm e 90cm para a viga reforçada com duas camadas (fig. 14). Devido a este elevado gradiente de tensões é que surgem os picos de tensão de aderência. Observa-se, também, que as tensões de aderência tornam-se praticamente nulas no trecho entre 90cm e o meio do vão. Isto pode ser explicado pelo fato de ser este o trecho onde o momento fletor não sofre variações, resultando em tensões constantes no reforço.

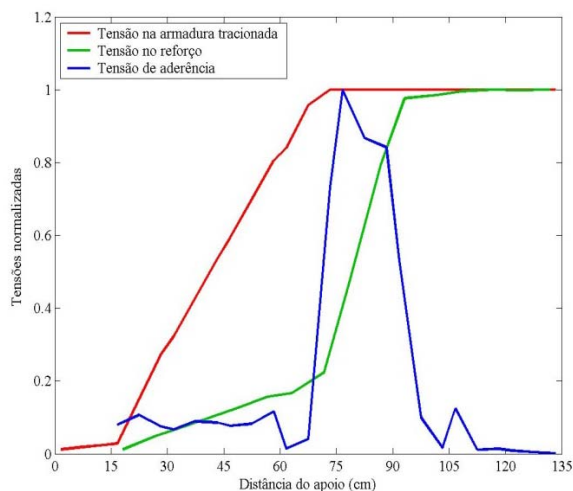


Fig. 13 – Perfil de tensões normalizadas – uma camada de PBO-FRCM ( $P=52\text{kN}$ )

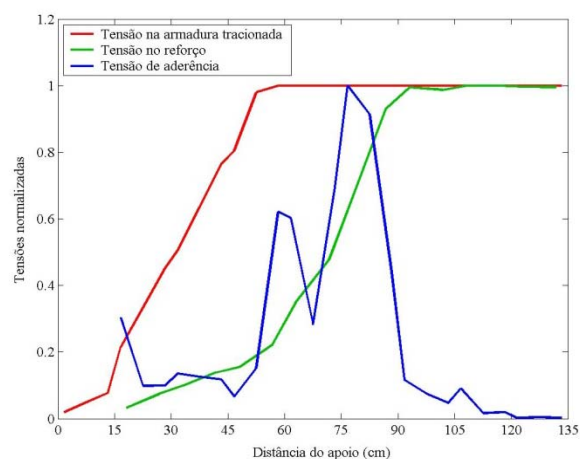


Fig. 14 – Perfil de tensões normalizadas – duas camadas de PBO-FRCM ( $P=68,5\text{kN}$ )

## 5. CONCLUSÕES

O desempenho estrutural de vigas de concreto armado reforçadas com um sistema de alta performance composto por fibras de altíssima resistência em matriz cimentícia (PBO-FRCM) foi analisado numericamente neste trabalho. Obtidos os resultados mostrados acima, podem-se estabelecer as conclusões apresentadas abaixo.

O modelo de elementos finitos usado nas simulações numéricas se mostrou uma ferramenta valiosa para análise deste tipo de problema. A comprovação da eficiência se deu pela comparação aos valores experimentais apresentados em Ombres [9]. Mesmo com diferentes modos de falha, o modelo computacional chegou a uma aproximação média de 3,3% para as cargas de ruptura em relação aos valores obtidos no programa experimental.

O uso do sistema PBO-FRCM apresentou sensível melhora na capacidade resistente à flexão de vigas de concreto armado. Os resultados mostraram um aumento de aproximadamente 39% na capacidade de carga com o acréscimo de material de reforço ( $52,25\text{kN}$  para  $72,75\text{kN}$ ). Entretanto, o aumento na taxa de reforço pode conduzir a ruptura da viga por descolamento do reforço. Este tipo de ruptura pode levar a um subaproveitamento do material de reforço, pois se impede que o mesmo seja submetido às deformações máximas. Tal fato é comprovado pelo aumento de aproximadamente 6% na carga de ruptura da viga reforçada com três camadas ( $A_f=20,25\text{mm}^2$  –  $P_u=72,75\text{kN}$ ) em relação à reforçada com duas camadas ( $A_f=13,50\text{mm}^2$  –  $P_u=68,75\text{kN}$ ). Segundo Ombres [9], o modo de ruptura destas duas vigas foi o descolamento do

material de reforço em relação ao substrato de concreto.

A ductilidade das vigas se mostrou satisfatória. Mesmo os casos de ruptura por esmagamento do concreto, o mesmo se deu após o escoamento da armadura interna tracionada.

A maior influência da taxa de reforço na rigidez das vigas se dá após o escoamento da armadura interna de tração (fig. 11). Antes da fissuração do concreto, não há nenhuma influência da taxa de reforço no comportamento das vigas, pois este depende quase que totalmente da rigidez da seção de concreto armado ainda intacta. Após a carga de fissuração há um mínimo aumento de rigidez com o aumento do número de camadas, onde existe uma maior dependência da armadura tracionada. Após o escoamento da armadura de tração, passa-se a depender quase que exclusivamente do material de reforço. Desta forma, observa-se um significativo aumento de rigidez com o aumento da área de reforço.

Os picos de tensão de aderência, que podem conduzir ao descolamento do reforço, tem como causa o aumento brusco na parcela de colaboração do reforço na absorção de tensões de tração, devido ao escoamento da armadura interna. No trecho onde o momento fletor é constante, as tensões de aderência são praticamente nulas.

Quando os modos prematuros de ruptura são evitados, modelos simples usualmente adotados na previsão de resistência são capazes de aproximações bastante precisas. Entretanto, quando existe a possibilidade de descolamento do reforço, modelos mais sofisticados devem ser usados para previsões realistas da capacidade resistente de vigas reforçadas. Desta forma, modelos numéricos baseados no método dos elementos finitos são ferramentas bastante valiosas na análise deste tipo de problema.

## REFERÊNCIAS

1. Adhikary, B.B.; Mutsuyoshi, H. *Numerical simulation of steel-plate strengthened concrete beam by a non-linear finite element method model*. Construction and Building Materials, v.16, p.291-301, 2002.
2. Aiello, M.A.; Leone, M.; Ombres, L. *Structural analysis of reinforced concrete beams strengthened with externally bonded FRP (fiber reinforced polymers) sheets*. In: Proceedings of the third international conference on “composites in constructions”, Lyon, France, p.11-8, 2005.
3. Comité Euro-International du Béton. *CEB-FIP Model Code 1990*. Lausanne, 1993.
4. Darwin, D.; Pecknold, D.A. *Nonlinear biaxial stress-strain law for concrete*. Journal of Engineering Mechanics Division, v.103, p.229-241, 1977.
5. Di Tommaso, A.; Focacci, F.; Mantegazza, G. *Rinforzo a flessione di travi in calcestruzzo armato con reti di carbonio e matrice cementizia*. In: Proceedings of the national AICAP conference. Italy, 2004.
6. Di Tommaso, A.; Focacci, F.; Mantegazza, G.; Gatti, A. *FRCM versus FRP composites to strengthen RC beams: a comparative analysis*. In: Proceedings of the international symposium on fibre reinforced polymers for reinforced concrete structures (FRPRCS8). Patras, Greece, 2007.
7. Elwi, A.E.; Hrudey, T. M. *Finite element model for curved embedded reinforcement*. Journal of Engineering Mechanics Division, v.115, p.740-745, 1989.
8. Kupfer, H.B.; Gerstle, K.H. *Behavior of concrete under biaxial stresses*. Journal of Engineering Mechanics, v.99, p.853-866, 1973.
9. Ombres, L. *Flexural analysis of reinforced concrete beams strengthened with a cement based high strength composite material*. Composite Structures, v.94, p.143-155, Dec, 2011.
10. Paliga, C.M.; Campos Filho, A.; Real, M.V. *Finite element model for numerical analysis of strengthened reinforced concrete structures*. IBRACON Structural Journal. v.3, p.177-200, 2007.
11. Silva, P.A.S.C.M. *Modelação e análise de estruturas de betão reforçadas com FRP*. Dissertação (mestrado) - Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 254 p, 1999.
12. Wu, Z.S.; Iwashita, K.; Higuchi, T.; Murakami, S.; Koseki, Y. *Strengthening PC structures with externally prestressed PBO fiber sheets*. In: Proceeding of the international conference on FRP composites in civil engineering, p.1085-92, Honk Hong, 2001.