

Pilares esbeltos de concreto armado

Parte 3: Um método simplificado proposto

Reinforced concrete slender columns

Part 3: A proposed simplified method

José Milton de Araújo

Escola de Engenharia - FURG - Rio Grande, RS

RESUMO: Neste trabalho são analisados o método do momento majorado e o método do pilar padrão com rigidez aproximada, apresentado na NBR-6118. A principal desvantagem desses métodos consiste na necessidade de uma correta definição para a rigidez do pilar. Como uma contribuição adicional, propõe-se um método simplificado que fornece excelentes resultados, quando comparado com o modelo não linear.

ABSTRACT: In this work, we analyzed the magnified moment method and the model-column method with approximated rigidity, as presented in the NBR-6118. The main disadvantage of these methods is the need of a correct definition of the rigidity of the column. As an additional contribution, it is proposed a simplified method that gave excellent results when it was compared to the non-linear model.

1. INTRODUÇÃO

Este artigo faz parte de um amplo estudo sobre os procedimentos de projeto dos pilares de concreto armado.

Na primeira parte desse estudo, foi apresentado o modelo não linear para análise e dimensionamento de pilares esbeltos de concreto armado [1]. Esse modelo foi implementado no software JMPILAR [2] e teve sua precisão confirmada através da análise de 124 pilares ensaiados em flexo-compressão normal e oblíqua por diversos autores.

Devido à complexidade do dimensionamento de pilares de concreto armado, considerando as não linearidades presentes, as normas de projeto permitem a adoção de processos simplificados para uso em projeto. Esses processos simplificados somente são permitidos até certo limite de esbeltez, ou seja, para os denominados pilares moderadamente esbeltos.

Na segunda parte desse estudo [3], foram analisados dois métodos simplificados constantes na NBR-6118[4]: o método do pilar-padrão com curvatura aproximada e o método do pilar-padrão com rigidez aproximada. Nesse artigo foi mostrado que ambos os métodos podem fornecer soluções contrárias à segurança. Entretanto, o erro do

método da rigidez aproximada é maior, podendo resultar em erros inadmissíveis contra a segurança.

No presente artigo, apresenta-se o desenvolvimento matemático do método do pilar-padrão com rigidez aproximada e as justificativas para os erros previamente detectados. Como uma contribuição adicional, propõe-se um método simplificado cuja segurança é demonstrada através de inúmeros exemplos.

2. O MÉTODO DO MOMENTO MAJORADO

O método do momento majorado é adotado por diversas normas de projeto [5,6,7]. Trata-se de um método clássico, utilizado para a consideração dos efeitos de segunda ordem no projeto dos pilares de concreto armado, desde longa data. Eventuais diferenças nas diversas apresentações do método residem na expressão para a rigidez equivalente do pilar.

Na fig. 1, apresenta-se um pilar birrotulado, submetido a uma força normal de cálculo F_d com uma excentricidade de primeira ordem e_1 . A princípio, considera-se o caso de flexão normal.

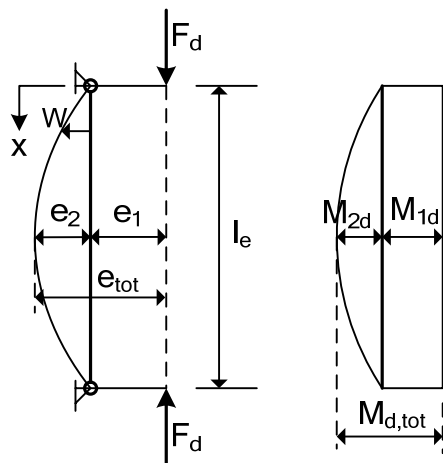


Fig. 1 – Excentricidades de primeira e de segunda ordens

Imediatamente após a aplicação do carregamento, o pilar sofre uma deflexão cujo valor máximo é igual a e_2 . A excentricidade máxima, na seção central do pilar, vale $e_{tot} = e_1 + e_2$.

O momento fletor de primeira ordem é $M_{1d} = F_d e_1$ e o momento de segunda ordem é $M_{2d} = F_d e_2$. O momento solicitante máximo, na seção central do pilar, vale $M_{d,tot} = M_{1d} + M_{2d}$, ou seja, $M_{d,tot} = F_d e_{tot}$.

Para um pilar constituído por material elástico linear, com rigidez à flexão EI constante ao longo do eixo, o equilíbrio é garantido através da equação diferencial

$$EI \frac{d^4 W}{dx^4} + F_d \frac{d^2 W}{dx^2} = q \quad (1)$$

onde W é a deflexão do eixo em uma posição genérica x e q representa o carregamento transversal ao eixo do pilar ($q = 0$ para o carregamento da fig. 1).

Essa equação diferencial pode ser resolvida, introduzindo-se as condições de contorno nas duas extremidades do pilar, conforme mostrado na ref. [8]. Encontrada a função $W(x)$, obtém-se o momento máximo $M_{d,tot}$ no pilar.

O momento máximo é dado por

$$M_{d,tot} = \beta M_{1d} \quad (2)$$

onde β é o chamado fator de amplificação de momentos, cuja expressão exata é

$$\beta = \frac{1}{\cos \psi} \quad (3)$$

sendo

$$\psi = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{F_d}{P_e}} \quad (4)$$

A carga de Euler P_e é dada por

$$P_e = \frac{\pi^2 EI}{l_e^2} \quad (5)$$

O fator de amplificação β pode ser aproximado, com bastante precisão, por

$$\beta = \frac{1}{1 - \frac{F_d}{P_e}} \quad (6)$$

As equações (2) e (6) dão origem ao método do momento majorado.

Para os casos em que o momento de primeira ordem é variável ao longo da altura do pilar, trabalha-se com um momento de primeira ordem equivalente [4,5,6]. Se M_{1a} e M_{1b} são os momentos de primeira ordem nas extremidades do pilar, com $|M_{1a}| \geq |M_{1b}|$, considera-se o momento de primeira ordem equivalente

$$M_{1d} = 0,6M_{1a} + 0,4M_{1b} \geq 0,4M_{1a} \quad (7)$$

Alternativamente, pode-se trabalhar em termos de excentricidades, definindo-se uma excentricidade de primeira ordem equivalente

$$e_1 = 0,6e_{1a} + 0,4e_{1b} \geq 0,4e_{1a} \quad (8)$$

como na ref. [8].

A excentricidade total e_{tot} é dada por

$$e_{tot} = \beta e_1 \quad (9)$$

A grande dificuldade do método do momento majorado consiste na adequada avaliação da rigidez equivalente EI para o cálculo da carga de Euler.

O ACI[5] sugere as expressões

$$EI = \frac{0,2E_{cs}I_c + E_sI_s}{1+C} \quad (10)$$

ou

$$EI = \frac{0,4E_{cs}I_c}{1+C} \quad (11)$$

onde C é a razão entre a força normal de longa duração e a força normal total de cálculo.

O coeficiente C é introduzido para levar em conta os efeitos da fluência do concreto e pode ser considerado como $C = 0,6$ [5]. Se a fluência não for considerada, deve-se adotar $C = 0$.

A rigor, o parâmetro C deveria ser substituído pelo coeficiente de fluência efetivo, φ_{ef} , como sugerido no EC2[6].

Nas equações (10) e (11), E_{cs} é o módulo de deformação longitudinal do concreto, E_s é o módulo de elasticidade do aço, I_c é o momento de inércia centroidal da seção de concreto simples e I_s é o momento de inércia das armaduras em torno do eixo centroidal da seção de concreto.

De acordo com o ACI, o módulo secante do concreto é dado por

$$E_{cs} = 4730\sqrt{f_{ck}}, \text{ MPa} \quad (12)$$

onde f_{ck} é a resistência característica à compressão em MPa.

Observa-se que a equação (10) depende da área de aço, o que exige um processo iterativo. Por outro lado, a equação (11) pode ser usada de maneira direta para o cálculo da carga de Euler.

Ainda no ACI, a carga Euler é multiplicada por um fator de redução igual a 0,75, resultando

$$\beta_{ACI} = \frac{1}{1 - \frac{F_d}{0,75P_e}} \quad (13)$$

3. O MÉTODO DO PILAR-PADRÃO COM RIGIDEZ APROXIMADA

O método do pilar-padrão com rigidez aproximada, apresentado na NBR-6118, nada mais é do que o método do momento majorado,

particularizado para pilares de seção retangular. Portanto, não se trata de um método novo, exceto pela definição da rigidez equivalente, como se demonstra a seguir.

A rigidez à flexão equivalente de um pilar de seção retangular pode ser escrita na forma

$$EI = \kappa bh^3 f_{cd} \quad (14)$$

onde b e h representam a largura e a altura da seção transversal, respectivamente, e $f_{cd} = f_{ck}/1,4$ é a resistência à compressão de cálculo do concreto.

Segundo a NBR-6118, a constante κ é dada por

$$\kappa = 32 \left(1 + 5 \frac{M_{d,tot}}{hF_d} \right) v_o \quad (15)$$

onde

$$v_o = \frac{F_d}{bhf_{cd}} \quad (16)$$

Em termos das excentricidades, também se pode escrever

$$\kappa = 32 \left(1 + 5 \frac{e_{tot}}{h} \right) v_o \quad (17)$$

já que $M_{d,tot} = F_d e_{tot}$.

O índice de esbeltez λ para um pilar de seção retangular é dado por

$$\lambda = \frac{l_e \sqrt{12}}{h} \quad (18)$$

Substituindo as equações (14) e (18) na equação (5) e considerando $\pi^2 \cong 10$, resulta

$$P_e = \frac{120\kappa bhf_{cd}}{\lambda^2} \quad (19)$$

Substituindo as equações (16) e (19) na equação (6), resulta

$$\beta = \frac{1}{1 - \frac{\lambda^2 v_o}{120\kappa}} \quad (20)$$

que é a expressão do fator de amplificação de momentos da NBR-6118.

Encontrado β , utiliza-se a equação (2), para a determinação do momento total de cálculo, ou a equação (9), para a determinação da excentricidade total.

Considerando as equações (9), (17) e (20), pode-se obter uma expressão analítica para a excentricidade total, sem a necessidade de iterações.

Conforme já foi mostrado pelo Autor [9,10], a excentricidade total é dada por

$$e_{tot} = \left(B + \sqrt{B^2 + 0,2e_1/h} \right) h \quad (21)$$

onde

$$B = \frac{\lambda^2}{38400} + 0,5 \frac{e_1}{h} - 0,1 \quad (22)$$

4. MÉTODO PARA DETERMINAÇÃO DA RIGIDEZ EQUIVALENTE

Conforme foi discutido, a grande dificuldade do método do momento majorado consiste na definição correta da rigidez equivalente EI . Se for adotada a expressão (14), chega-se no fator de amplificação de momentos dado na equação (20).

Introduzindo (20) em (9), tem-se

$$e_{tot} = \frac{e_1}{1 - \frac{\lambda^2 \nu_o}{120\kappa}} \quad (23)$$

Desta equação pode-se obter a constante κ

$$\kappa = \frac{\lambda^2 \nu_o e_{tot}}{120(e_{tot} - e_1)} \quad (24)$$

A expressão (24) pode ser utilizada para determinar os valores de κ que levam à solução “exata”, ou seja, à mesma área de aço obtida com o modelo não linear. Para isto, utiliza-se o seguinte procedimento iterativo:

- dado um pilar com λ , ν_o e e_1 conhecidos, utiliza-se o software JMPILAR para a obtenção da área de aço A_{se} (processo “exato”);

- empregando-se o software PACON [11], realiza-se o dimensionamento à flexo-compressão normal da seção do pilar com os esforços $N_d = F_d$ e $M_d = F_d e_{tot}$, para obter a área de aço A_{sa} (processo aproximado);

- partindo de $e_{tot} = e_1$, incrementa-se a excentricidade e_{tot} e repete-se o dimensionamento à flexo-compressão normal, até que A_{sa} supere ligeiramente o valor A_{se} (convergência do processo iterativo);

- encontrada a excentricidade total e_{tot} que leva à solução exata, calcula-se a constante κ com o emprego da equação (24).

5. RESULTADOS OBTIDOS PARA A RIGIDEZ EQUIVALENTE

A seguir apresentam-se os resultados obtidos para a constante κ através do procedimento descrito anteriormente (equação 24). Esses resultados são comparados com a expressão (17) da NBR-6118. As seções transversais consideradas neste trabalho são indicadas na fig. 2.

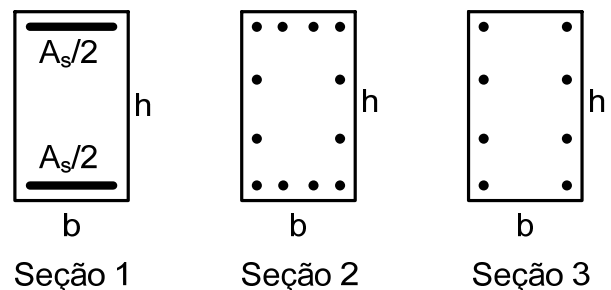
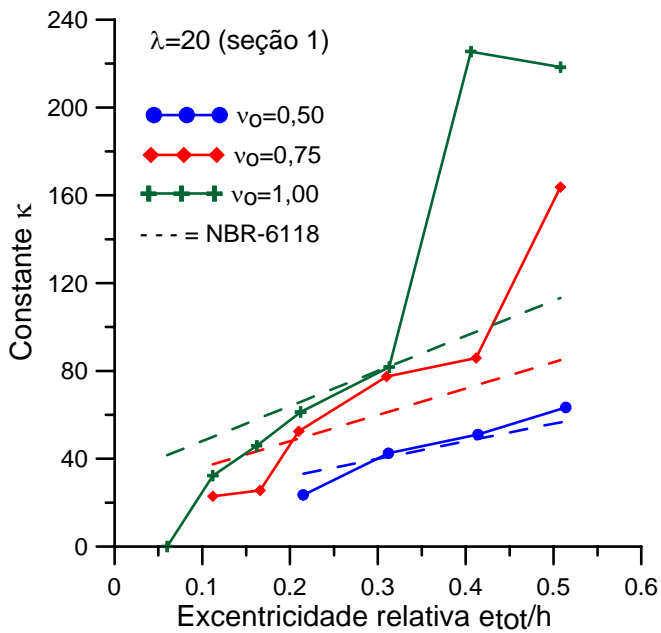
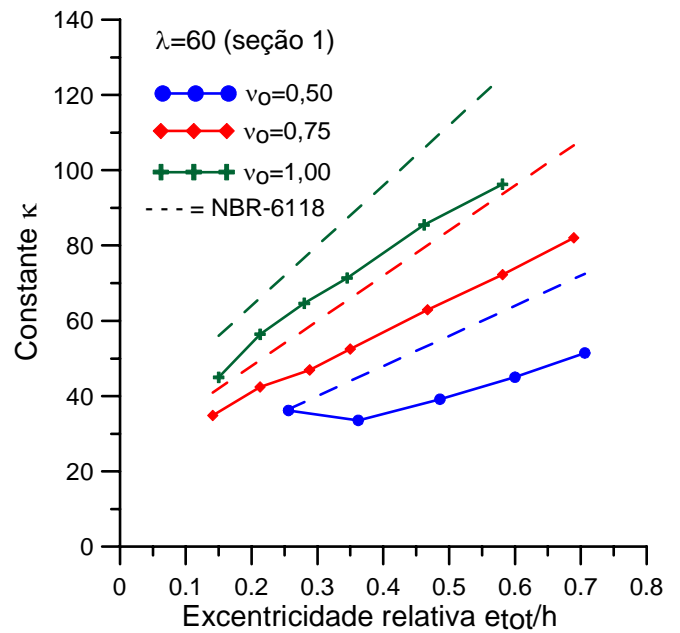
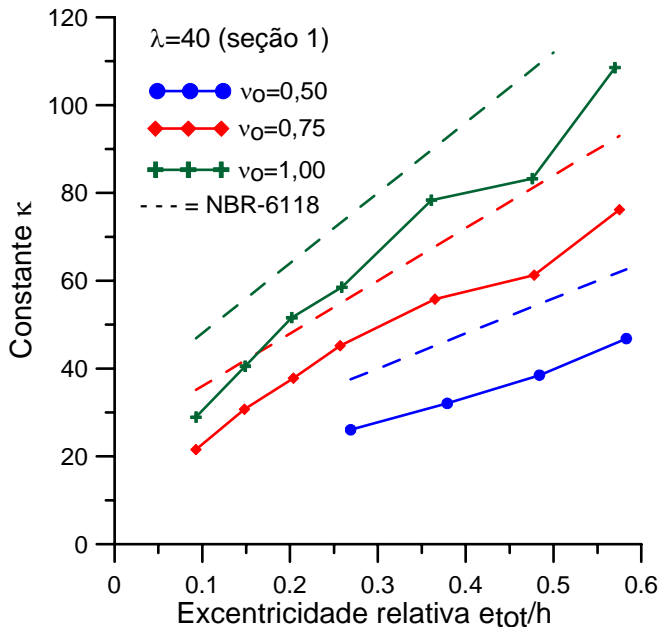
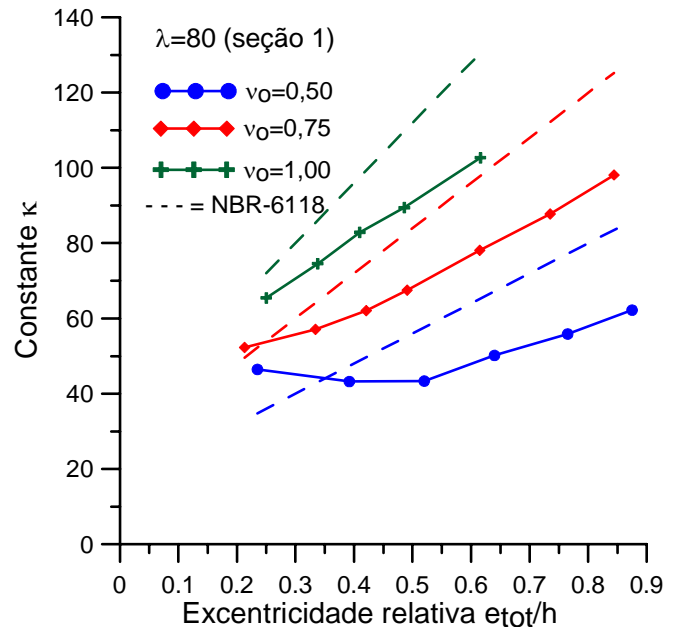


Fig. 2 – Seções transversais dos pilares

Nas figuras 3, 4, 5 e 6 apresentam-se as relações entre a constante κ e a excentricidade relativa e_{tot}/h para quatro valores do índice de esbeltez. As linhas tracejadas correspondem à equação (17).

Fig. 3 – Relações $\kappa - e_{tot}/h$ para $\lambda = 20$ (seção 1)Fig. 5 – Relações $\kappa - e_{tot}/h$ para $\lambda = 60$ (seção 1)Fig. 4 – Relações $\kappa - e_{tot}/h$ para $\lambda = 40$ (seção 1)Fig. 6 – Relações $\kappa - e_{tot}/h$ para $\lambda = 80$ (seção 1)

Conforme se observa pelas figuras 3 a 6, a equação (17), proposta na NBR-6118, não representa adequadamente o parâmetro de rigidez κ , necessário para que a armadura obtida com o processo simplificado se iguale àquela obtida com o método “exato”. Em geral, a expressão (17) superestima o parâmetro κ e, conseqüentemente, a rigidez equivalente do pilar. Com isso, o processo aproximado do pilar-padrão tenderá a fornecer uma solução contrária à segurança, como já foi mostrado na parte 2 [3].

Neste estudo, a tentativa de correlacionar κ com outros parâmetros foi fracassada, pois a

variabilidade de κ é muito acentuada, sem que se possa definir uma tendência e algum tipo de correlação satisfatória. As variações de κ com e_{tot}/h (figuras 3 a 6) mostram a dificuldade de correlação. Funções simples como a da NBR-6118 (equação (17)) falham; funções mais complexas perdem o sentido, já que elas devem ser introduzidas em um método simplificado.

6. PROPOSTA DE UM MÉTODO SIMPLIFICADO

De acordo com a equação (9), o fator de amplificação de momentos pode ser obtido da relação $\beta = e_{tot}/e_1$. Uma vez determinada a excentricidade total e_{tot} que leva à solução exata, conforme o processo iterativo descrito anteriormente, pode-se calcular o fator de amplificação β e correlacioná-lo com os demais parâmetros envolvidos na análise.

Através de regressão não linear, chegou-se à seguinte expressão aproximada para o fator de amplificação de momentos

$$\beta = 1 + 0,85\lambda_o^{2,45} \left(\frac{e_1}{h} \right)^\alpha \quad (25)$$

$$\alpha = -1,10 + 1,25\lambda_o - 0,90\lambda_o^2 \quad (26)$$

$$\lambda_o = \frac{\lambda}{100} \quad (27)$$

Essas expressões foram determinadas para pilares de seção retangular com duas camadas de armadura (seção 1 da fig. 2).

Nas figuras 7, 8, 9 e 10 apresentam-se as variações de β em função da excentricidade relativa de primeira ordem e_1/h , juntamente com a equação proposta.

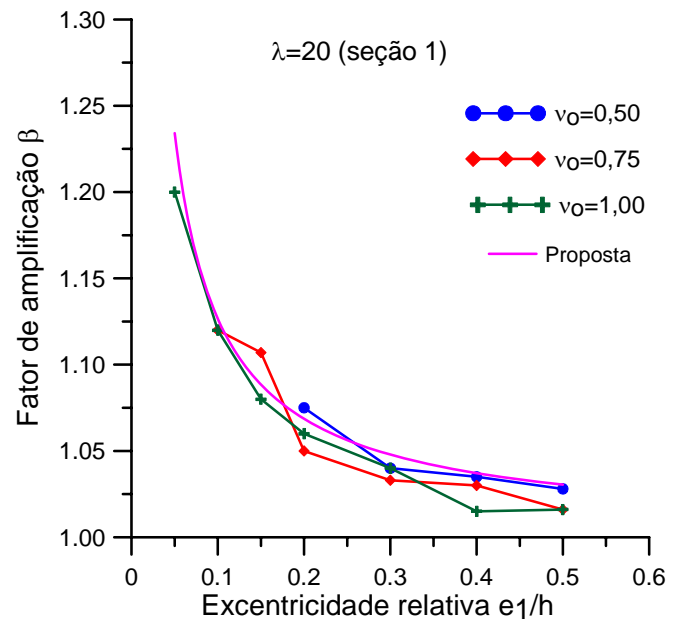


Fig. 7 – Relações $\beta - e_1/h$ para $\lambda = 20$ (seção 1)

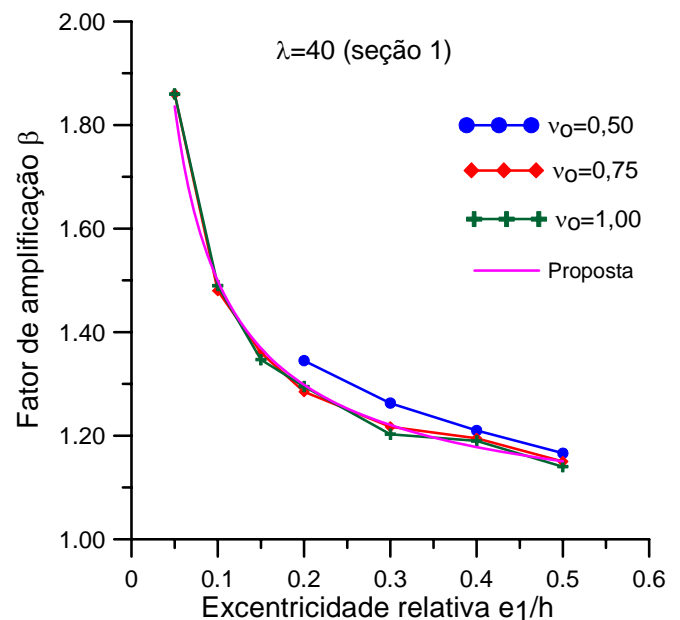
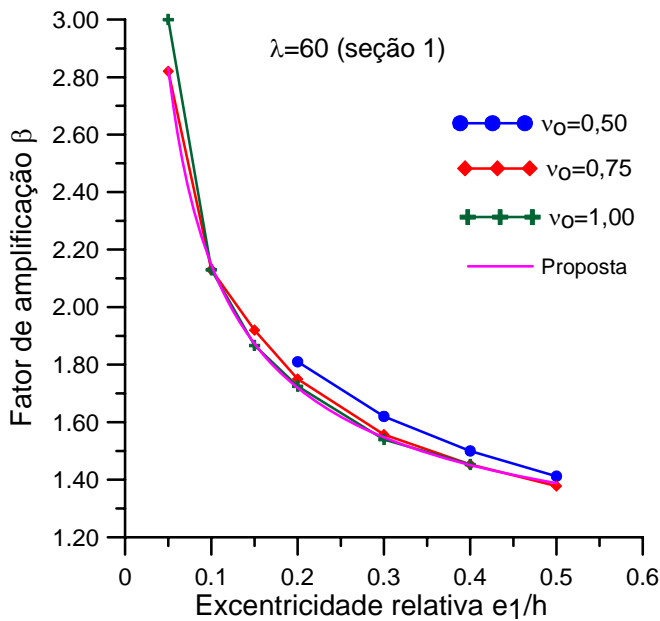
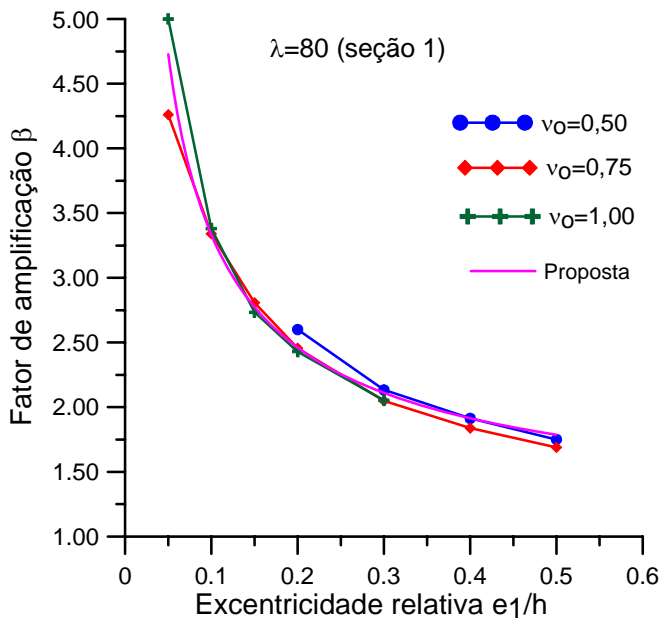


Fig. 8 – Relações $\beta - e_1/h$ para $\lambda = 40$ (seção 1)

Fig. 9 – Relações $\beta - e_1/h$ para $\lambda = 60$ (seção 1)Fig. 10 – Relações $\beta - e_1/h$ para $\lambda = 80$ (seção 1)

Observando as figuras 7 a 10, verifica-se uma nítida correlação entre o fator de amplificação β e a excentricidade relativa de primeira ordem e_1/h . De acordo com a solução elástica, o fator de amplificação é independente da excentricidade de primeira ordem, como se observa na equação (6) e nas equações derivadas da mesma: equações (13) e (20). Logo, o método do momento majorado, assim como o método do pilar-padrão com rigidez aproximada, não são capazes de representar essa

dependência de e_1/h que se verifica no modelo não linear.

Ainda observando as figuras 7 a 10, constata-se que o fator de amplificação varia muito pouco com o esforço normal reduzido v_o . Em geral, as variações de β com v_o não ultrapassam 5%. Desse modo, pode-se considerar que o fator de amplificação é independente de v_o , como na equação proposta.

Para seções retangulares com armaduras distribuídas como as seções 2 e 3 da fig. 2, o fator de amplificação β , dado na equação (25), deve ser multiplicado pelo coeficiente C_s

$$C_s = 1 + \frac{\lambda_o}{5} \quad (28)$$

7. APLICAÇÕES DO MÉTODO PROPOSTO

De acordo com o método proposto, o fator de amplificação de momentos, β , é obtido com o emprego das equações (25) a (27). Para seções com armaduras distribuídas, ainda deve-se considerar a equação (28). Em seguida, calcula-se a excentricidade total $e_{tot} = \beta e_1$ e dimensiona-se a seção transversal do pilar à flexo-compressão normal com os esforços $N_d = F_d$ e $M_d = F_d e_{tot}$.

A seguir, comparam-se as áreas de aço obtidas com o método proposto com aquelas obtidas com o software JMPILAR. Os pilares possuem seções retangulares com as disposições de armadura indicadas na fig. 2.

Em todas as tabelas, $\rho = A_{s,JMPILAR}/A_c$ é a taxa geométrica de armadura obtida com o software JMPILAR. Os resultados somente são apresentados para os casos em que $\rho > 0$, mesmo que tenha resultado uma área de aço menor do que a área mínima. O parâmetro $R = A_{s,MÉTODO}/A_{s,JMPILAR}$ é a razão entre a área de aço obtida com o método simplificado proposto e a área de aço obtida com o software.

7.1 – Pilares com a seção 1 da figura 2

Tabela 1 – Pilares com $\lambda = 20$ (seção 1)

$\frac{e_1}{h}$	$\nu_o = 0,50$		$\nu_o = 0,75$		$\nu_o = 1,00$	
	$\rho\%$	R	$\rho\%$	R	$\rho\%$	R
0,05	0		0		1,02	1,02
0,10	0		0,41	1,01	1,53	1,01
0,15	0		0,90	0,97	2,10	1,01
0,20	0,07	0,86	1,32	1,03	2,71	1,01
0,30	0,77	1,02	2,29	1,02	3,95	1,01
0,40	1,42	1,01	3,24	1,01	5,07	1,02
0,50	2,02	1,00	4,09	1,02	6,26	1,01

Tabela 4 – Pilares com $\lambda = 80$ (seção 1)

$\frac{e_1}{h}$	$\nu_o = 0,50$		$\nu_o = 0,75$		$\nu_o = 1,00$	
	$\rho\%$	R	$\rho\%$	R	$\rho\%$	R
0,05	0		1,36	1,17	3,19	0,95
0,10	0,22	4,09	2,52	1,00	4,25	0,99
0,15	1,28	1,12	3,32	0,99	5,11	1,01
0,20	2,06	0,92	3,94	1,00	6,00	1,01
0,30	2,76	0,98	5,02	1,03	7,50	1,03
0,40	3,47	1,00	6,05	1,04	>8	
0,50	4,09	1,02	6,97	1,06	>8	

7.2 – Pilares com a seção 2 da figura 2

Tabela 2 – Pilares com $\lambda = 40$ (seção 1)

$\frac{e_1}{h}$	$\nu_o = 0,50$		$\nu_o = 0,75$		$\nu_o = 1,00$	
	$\rho\%$	R	$\rho\%$	R	$\rho\%$	R
0,05	0		0,25	0,96	1,33	0,99
0,10	0		0,73	1,02	1,95	1,01
0,15	0		1,27	1,01	2,60	1,02
0,20	0,47	0,86	1,78	1,02	3,30	1,00
0,30	1,20	0,94	2,81	1,00	4,54	1,01
0,40	1,84	0,96	3,83	0,98	5,89	0,99
0,50	2,43	0,98	4,68	1,00	6,97	1,01

Tabela 5 – Pilares com $\lambda = 20$ (seção 2)

$\frac{e_1}{h}$	$\nu_o = 0,50$		$\nu_o = 0,75$		$\nu_o = 1,00$	
	$\rho\%$	R	$\rho\%$	R	$\rho\%$	R
0,05	0		0		1,07	1,02
0,10	0		0,44	1,10	1,66	1,02
0,15	0		1,01	1,06	2,37	1,05
0,20	0,13	1,31	1,63	1,08	3,18	1,06
0,30	1,06	1,10	2,96	1,05	4,84	1,06
0,40	1,92	1,08	4,25	1,04	6,59	1,04
0,50	2,77	1,06	5,47	1,05	>8	

Tabela 3 – Pilares com $\lambda = 60$ (seção 1)

$\frac{e_1}{h}$	$\nu_o = 0,50$		$\nu_o = 0,75$		$\nu_o = 1,00$	
	$\rho\%$	R	$\rho\%$	R	$\rho\%$	R
0,05	0		0,66	1,00	1,97	0,95
0,10	0		1,35	1,01	2,73	1,01
0,15	0,38	1,47	2,08	0,97	3,55	1,00
0,20	1,09	0,90	2,67	0,98	4,34	1,00
0,30	1,86	0,93	3,73	0,99	5,73	1,00
0,40	2,53	0,96	4,73	1,00	7,10	1,00
0,50	3,13	0,98	5,66	1,01	>8	

Tabela 6 – Pilares com $\lambda = 40$ (seção 2)

$\frac{e_1}{h}$	$\nu_o = 0,50$		$\nu_o = 0,75$		$\nu_o = 1,00$	
	$\rho\%$	R	$\rho\%$	R	$\rho\%$	R
0,05	0		0,28	1,13	1,49	0,98
0,10	0		0,84	1,16	2,25	1,05
0,15	0		1,65	1,05	3,22	1,04
0,20	0,65	1,13	2,41	1,04	4,07	1,07
0,30	1,64	1,08	3,79	1,05	5,93	1,06
0,40	2,54	1,07	5,10	1,06	7,67	1,06
0,50	3,41	1,06	6,37	1,06	>8	

Tabela 7 – Pilares com $\lambda = 60$ (seção 2)

$\frac{e_1}{h}$	$\nu_o = 0,50$		$\nu_o = 0,75$		$\nu_o = 1,00$	
	$\rho\%$	R	$\rho\%$	R	$\rho\%$	R
0,05	0		0,72	1,31	2,37	0,97
0,10	0		1,84	1,08	3,60	1,02
0,15	0,50	2,13	2,84	1,04	4,66	1,06
0,20	1,60	1,05	3,66	1,05	5,86	1,04
0,30	2,57	1,09	5,12	1,08	7,64	1,04
0,40	3,55	1,09	6,47	1,10	>8	
0,50	4,42	1,11	7,68	1,10		

Tabela 10 – Pilares com $\lambda = 40$ (seção 3)

$\frac{e_1}{h}$	$\nu_o = 0,50$		$\nu_o = 0,75$		$\nu_o = 1,00$	
	$\rho\%$	R	$\rho\%$	R	$\rho\%$	R
0,05	0		0,31	1,06	1,62	0,93
0,10	0		0,95	1,12	2,54	1,02
0,15	0		1,94	1,04	3,77	1,02
0,20	0,77	1,18	2,84	1,05	4,87	1,04
0,30	2,09	1,04	4,59	1,05	7,24	1,03
0,40	3,21	1,05	6,16	1,06	>8	
0,50	4,22	1,07	7,84	1,06		

Tabela 8 – Pilares com $\lambda = 80$ (seção 2)

$\frac{e_1}{h}$	$\nu_o = 0,50$		$\nu_o = 0,75$		$\nu_o = 1,00$	
	$\rho\%$	R	$\rho\%$	R	$\rho\%$	R
0,05	0		1,65	1,47	3,99	1,06
0,10	0,21	7,96	3,46	1,12	5,98	1,02
0,15	1,91	1,31	4,71	1,08	7,09	1,08
0,20	2,91	1,11	5,45	1,13	>8	
0,30	3,89	1,17	7,01			
0,40	4,87	1,18	>8			
0,50	5,75	1,19				

Tabela 11 – Pilares com $\lambda = 60$ (seção 3)

$\frac{e_1}{h}$	$\nu_o = 0,50$		$\nu_o = 0,75$		$\nu_o = 1,00$	
	$\rho\%$	R	$\rho\%$	R	$\rho\%$	R
0,05	0		0,85	1,20	2,65	0,95
0,10	0		2,11	1,10	4,24	1,00
0,15	0,62	2,10	3,54	1,00	5,73	1,01
0,20	1,97	1,05	4,49	1,03	7,11	1,02
0,30	3,28	1,06	6,34	1,06	>8	
0,40	4,44	1,09	>8			
0,50	5,55	1,10				

7.3 – Pilares com a seção 3 da figura 2

Tabela 9 – Pilares com $\lambda = 20$ (seção 3)

$\frac{e_1}{h}$	$\nu_o = 0,50$		$\nu_o = 0,75$		$\nu_o = 1,00$	
	$\rho\%$	R	$\rho\%$	R	$\rho\%$	R
0,05	0		0		1,11	1,00
0,10	0		0,47	1,07	1,77	1,00
0,15	0		1,13	1,04	2,63	1,05
0,20	0,15	1,38	1,95	1,04	3,72	1,03
0,30	1,30	1,11	3,56	1,04	5,75	1,05
0,40	2,38	1,07	5,08	1,06	7,82	1,05
0,50	3,44	1,06	6,73	1,04	>8	

Tabela 12 – Pilares com $\lambda = 80$ (seção 3)

$\frac{e_1}{h}$	$\nu_o = 0,50$		$\nu_o = 0,75$		$\nu_o = 1,00$	
	$\rho\%$	R	$\rho\%$	R	$\rho\%$	R
0,05	0		1,91	1,50	4,80	1,03
0,10	0,29	7,32	4,36	1,07	7,43	0,98
0,15	2,45	1,26	5,93	1,04	>8	
0,20	3,68	1,09	6,92	1,08		
0,30	4,96	1,14	>8			
0,40	6,13	1,18				
0,50	7,25	1,18				

Conforme se observa nas tabelas, o método proposto fornece bons resultados, quando comparado com o software JMPILAR.

Para valores muito baixos de e_1/h , o método simplificado pode superestimar as áreas de aço, principalmente se o esforço normal reduzido ν_o for pequeno. Isto ocorre porque essas situações são muito próximas da zona onde a armadura é teoricamente desnecessária. O modelo não linear

consegue detectar essa proximidade, o que não é possível com o método simplificado. Em alguns casos, ocorrem picos no valor de R (áreas sombreadas das tabelas). Esse tipo de problema também ocorre com outros métodos simplificados, como o método do pilar-padrão com curvatura aproximada.

Nas figuras 11, 12 e 13 apresentam-se os histogramas de $R = A_{s,MÉTODO} / A_{s,MPILAR}$, com a exclusão dos valores de pico (nas proximidades da zona onde a armadura é teoricamente desnecessária). Conforme se observa, os erros médios R_m são muito próximos da unidade e os coeficientes de variação V são pequenos, o que indica um excelente ajuste do método simplificado proposto.

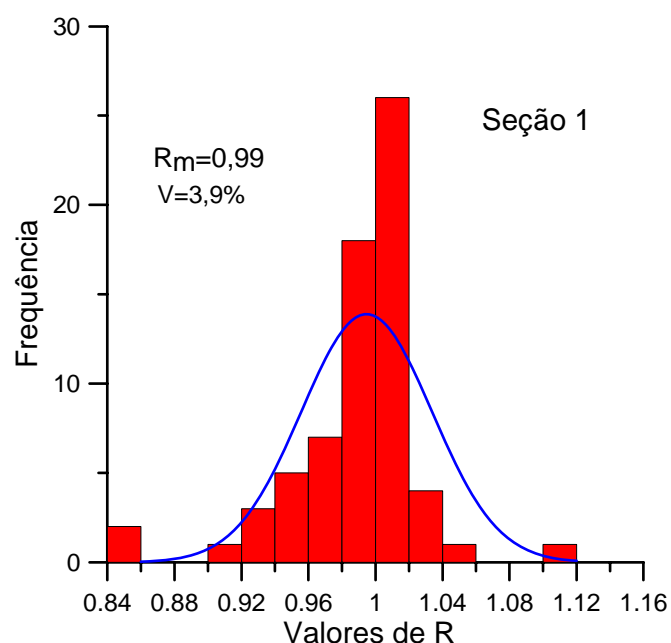


Fig. 11 – Histograma de R para a seção 1

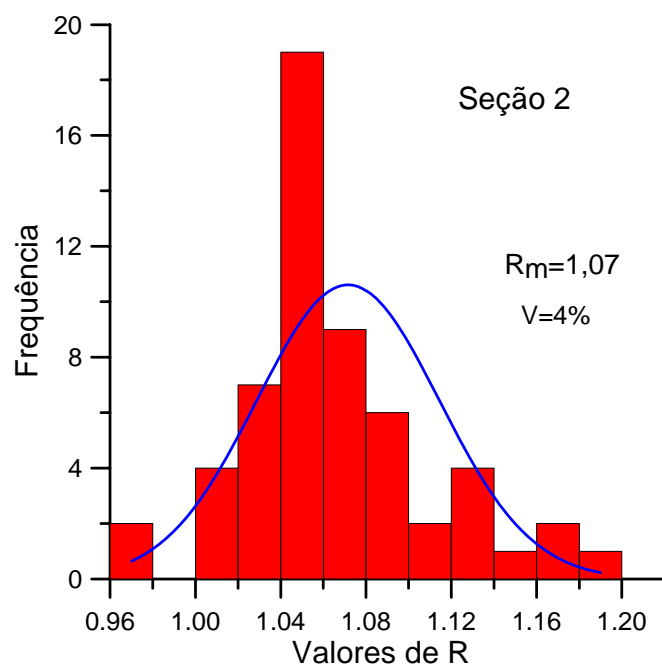


Fig. 12 – Histograma de R para a seção 2

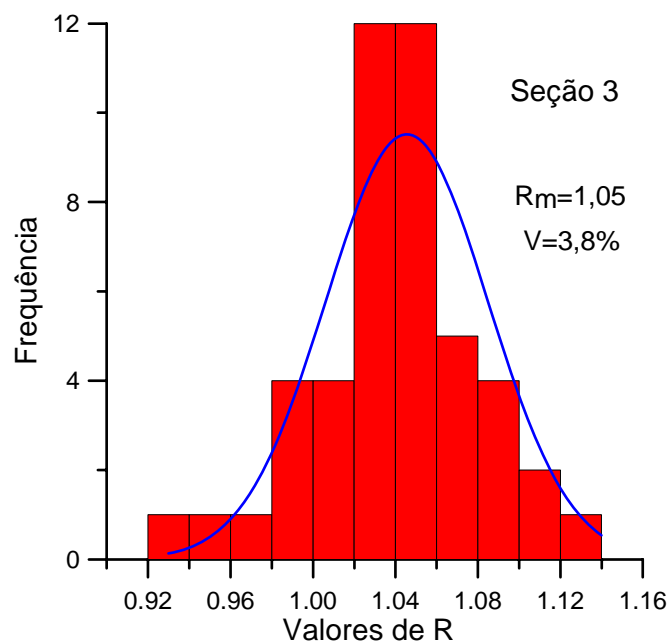


Fig. 13 – Histograma de R para a seção 2

8. CONCLUSÕES

Neste trabalho apresentou-se a formulação do método do momento majorado para a consideração dos efeitos de segunda ordem no dimensionamento dos pilares de concreto armado. A partir dessa formulação, foram demonstradas as expressões do denominado método do pilar padrão com rigidez aproximada, constante na NBR-6118.

A grande dificuldade de utilização desses métodos, reside na necessidade de definição da rigidez equivalente das seções do pilar. A

expressão proposta na NBR-6118 não representa adequadamente essa rigidez. Na maioria dos casos, essa expressão fornece uma rigidez excessiva para o pilar, o que explica o fato de esse método da norma fornecer soluções contrárias à segurança, como foi mostrado na parte 2 [3].

Como uma contribuição adicional, foi proposta uma fórmula simples para o cálculo do fator de amplificação de momentos. Os resultados obtidos com essa fórmula foram comparados com os resultados “exatos”, ficando demonstrada a precisão do método proposto.

REFERÊNCIAS

1. Araújo, J. M. *Pilares esbeltos de concreto armado. Parte 1: Um modelo para análise e dimensionamento*. Revista Teoria e Prática na Engenharia Civil, n.18, p.81-93, nov., 2011.
2. Araújo, J. M. *JMPILAR – Software para análise e dimensionamento de pilares esbeltos de concreto armado*. 2009. Informações disponíveis em www.editoradunas.com.br.
3. Araújo, J. M. *Pilares esbeltos de concreto armado. Parte 2: Verificação dos métodos simplificados da NBR-6118*. Revista Teoria e Prática na Engenharia Civil, n.19, p.25-35, maio, 2012.
4. Associação Brasileira de Normas Técnicas: *NBR-6118: Projeto de Estruturas de Concreto*. Rio de Janeiro, 2003.
5. American Concrete Institute. *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-95) and Commentary (ACI 318R-95)*. Detroit, 1995.
6. European Committee for Standardization. *Eurocode 2: Design of Concrete Structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings*. Final draft., dec., 2003.
7. Comisión Permanente del Hormigón. *Instrucción de Hormigón Estructural, EHE*. Madrid, 2007.
8. Araújo, J. M. *Curso de Concreto Armado*. 4 vol. Rio Grande: Editora Dunas, 3. ed., 2010.
9. Araújo, J. M. *Métodos simplificados para consideração dos efeitos de segunda ordem no projeto de pilares de concreto armado*. Revista do IBRACON, n.27, p.3-12, São Paulo, nov./dez. 2001. (disponível em www.editoradunas.com.br/publicacoes.html).
10. Araújo, J.M. *Projeto Estrutural de Edifícios de Concreto Armado*. Rio Grande. Editora Dunas, 2. ed. 2009.
11. Araújo, J. M. *PACON 2010: Programa auxiliar para projeto de estruturas de concreto*. Site: www.editoradunas.com.br.