

# **Avaliação do parâmetro de instabilidade para os edifícios altos**

## **Evaluation of the instability parameter for tall buildings**

**José Milton de Araújo**

*Escola de Engenharia - FURG - Rio Grande, RS*

**RESUMO:** O objetivo deste trabalho é determinar os valores nominais para a rigidez de vigas, pilares e paredes estruturais, necessários para a análise estrutural com vista à obtenção do parâmetro de instabilidade  $\alpha$  e do coeficiente  $\gamma_z$ . Demonstra-se a correlação direta que existe entre esses dois coeficientes, bem como a origem dos valores limites de  $\alpha$  constantes na NBR-6118. Finalmente, são propostas novas expressões para esses valores limites, levando-se em conta o número de andares do edifício.

**ABSTRACT:** In this work we determine the nominal values for the rigidity of beams, columns and shear walls, which must be used in the structural analysis to obtain the instability parameter  $\alpha$  and the coefficient  $\gamma_z$ . It is demonstrated that exists a direct correlation between those two coefficients, as well as the origin of the limit values of  $\alpha$  presented in the NBR-6118. Finally, new expressions are proposed for those limit values, being taken into account the number of floors in the building.

### **1. INTRODUÇÃO**

Usualmente, as estruturas dos edifícios de concreto armado são classificadas como estruturas deslocáveis (ou de nós móveis) e estruturas indeslocáveis (ou de nós fixos).

Para as estruturas deslocáveis, é necessário realizar a análise estrutural considerando a não linearidade física, decorrente do comportamento mecânico dos materiais, bem como da fissuração do concreto, e a não linearidade geométrica. A não linearidade física pode ser considerada, de forma aproximada, especificando-se valores nominais para a rigidez dos elementos componentes da estrutura. A consideração da não linearidade geométrica exige que seja feita uma análise de segunda ordem global da estrutura.

Essa análise de estruturas deslocáveis é bastante complexa para o dia-a-dia de projeto, além de ter seus resultados muito afetados pelos valores de rigidez fornecidos como dados de entrada. O ideal é sempre projetar uma subestrutura de contraventamento, com rigidez suficiente para que o edifício como um todo possa ser considerado indeslocável.

Se a estrutura é indeslocável, é possível desprezar os efeitos de segunda ordem globais. Desse modo, a análise estrutural pode ser feita

através da teoria de primeira ordem (linearidade geométrica) com base em valores nominais de rigidez dos elementos componentes da estrutura. Os efeitos de segunda ordem ficam restritos a cada lance de pilares, sendo, portanto, efeitos de segunda ordem locais [1].

A NBR-6118 [2] apresenta dois critérios para a comprovação da indeslocabilidade horizontal dos edifícios: um critério baseado no parâmetro de instabilidade  $\alpha$ , o qual é originário do CEB/78 [3], e um critério relacionado com o coeficiente  $\gamma_z$ .

A utilização de qualquer um desses critérios para estruturas aporticadas requer que se faça uma análise do pórtico espacial representativo de todo o edifício. Alternativamente, podem-se considerar os diversos pórticos planos da subestrutura de contraventamento, em cada direção na planta do edifício, simplificando a solução do problema [4]. Em todo caso, é necessário especificar a rigidez das vigas e dos pilares dos pórticos. Havendo associação de pórtico com parede estrutural ou pilar-parede, também é necessário fornecer a rigidez nominal desses elementos.

O objetivo deste trabalho é determinar os valores nominais para a rigidez de vigas, pilares e paredes estruturais (ou pilares-parede), necessários

para a análise estrutural com vista à obtenção do parâmetro de instabilidade  $\alpha$  e do coeficiente  $\gamma_z$ . Em seguida, demonstra-se a correlação direta que existe entre esses dois coeficientes, bem como a origem dos valores limites de  $\alpha$  constantes na NBR-6118. Finalmente, são propostas novas expressões para esses valores limites, levando-se em conta o número de andares do edifício.

## 2. MODELO NÃO LINEAR PARA DETERMINAÇÃO DA RIGIDEZ SECANTE

Na determinação da rigidez secante  $EI$ , a ser considerada na análise de estabilidade global das estruturas de concreto armado, deve-se levar em conta que as ações horizontais atuantes (vento ou sismo) são ações de curta duração. Logo, não devem ser incluídos os efeitos da fluência do concreto. Além disso, como se trata de um carregamento rápido (rajada de vento ou excitação sísmica), não é necessário fazer a redução da resistência à compressão do concreto devida ao efeito Rüsck [5].

Uma vez que os deslocamentos horizontais do edifício dependem das propriedades do concreto de toda a estrutura, deve-se trabalhar com as propriedades médias do concreto: resistência média à compressão  $f_{cm}$ ; resistência média à tração  $f_{ctm}$ ; módulo de deformação longitudinal tangente  $E_{cm}$ . Para os aços, deve-se considerar a tensão de escoamento média  $f_{ym}$ .

Por outro lado, a rigidez secante  $EI$  diminui com a redução do valor dessas propriedades. Assim, a favor da segurança, é conveniente substituir as propriedades médias por seus valores característicos. No caso da resistência à tração do concreto, adota-se o valor característico inferior.

Logo, no modelo não linear, adotam-se os seguintes valores para as propriedades dos materiais:

- $f_{cm} = f_{ck}$ , onde  $f_{ck}$  é a resistência característica à compressão do concreto aos 28 dias de idade;

- $f_{ctm} = 0,7 \times 1,40 \left( \frac{f_{ck}}{10} \right)^{2/3}$ , MPa;

- $E_{cm} = 21500 \left( \frac{f_{ck}}{10} \right)^{1/3}$ , MPa;
- $f_{ym} = f_{yk}$ , onde  $f_{yk}$  é a tensão de escoamento característica do aço.

Nas relações anteriores,  $f_{ck}$  é dada em MPa.

Os diagramas tensão-deformação adotados para o concreto são indicados na fig. 1.

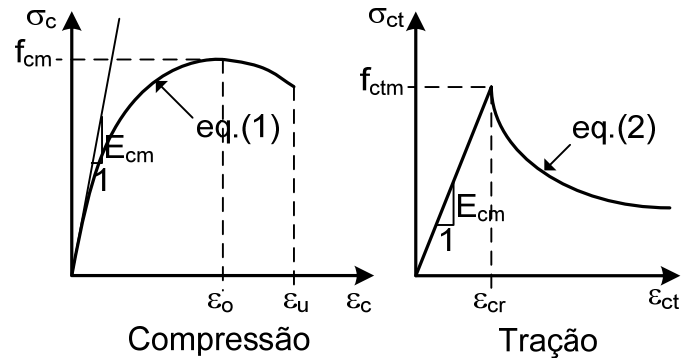


Fig. 1 – Diagramas tensão-deformação para o concreto: modelo não linear

Para o concreto comprimido, emprega-se a curva tensão-deformação sugerida no CEB [3,6], dada por

$$\sigma_c = -f_{cm} \left( \frac{\xi\eta - \eta^2}{1 + (\xi - 2)\eta} \right) \quad (1)$$

onde  $\xi = E_{cm}\epsilon_o / f_{cm}$  e  $\eta = \epsilon_c / \epsilon_o$ .

As deformações  $\epsilon_o$  e  $\epsilon_u$  indicadas na fig. 1 têm os valores  $\epsilon_o = -0,0022$  e  $\epsilon_u = -0,0035$ , onde se adota o sinal negativo para as deformações de compressão.

O trecho descendente do diagrama tensão-deformação do concreto tracionado é empregado para representar a colaboração do concreto tracionado entre fissuras. A equação deste trecho é dada por [7]

$$\sigma_{ct} = f_{ctm} \left( \frac{\epsilon_{cr}}{\epsilon_{ct}} \right)^{0,6} \quad (2)$$

onde  $\epsilon_{cr} = f_{ctm} / E_{cm}$  é a deformação de fissuração do concreto.

Para os aços, empregam-se os diagramas tensão-deformação representados na fig. 2, onde  $E_s = 200$  GPa é o módulo de elasticidade do aço.

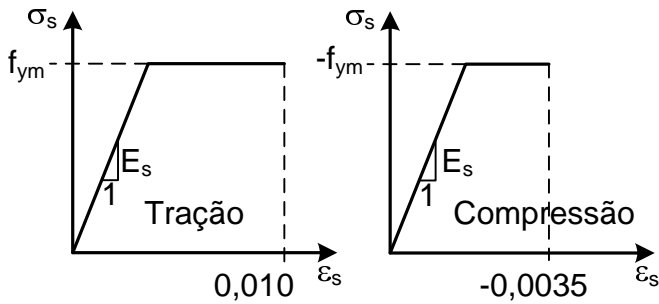


Fig. 2 – Diagramas tensão-deformação para os aços: modelo não linear

A análise estrutural de vigas, pilares e paredes estruturais é realizada com um programa para análise não linear de pórticos planos. Esse programa é baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF) e considera a não linearidade física através dos modelos representados nas figuras 1 e 2. Através de um processo iterativo, empregando-se o método BFGS associado a um esquema incremental, pode-se determinar a resposta da estrutura para todas as fases do carregamento até a ruína. A formulação do MEF pode ser encontrada na ref. [1].

### 3. RIGIDEZ SECANTE PARA PILARES E VIGAS DE CONCRETO ARMADO

Na fig. 3 apresenta-se a seção transversal considerada para a determinação da rigidez secante  $EI$  para os pilares e as vigas. A rigidez secante é determinada para o carregamento de cálculo indicado nessa figura. A seção transversal possui armadura simétrica, disposta em duas camadas. Para as vigas, despreza-se o esforço normal  $N_d$ .

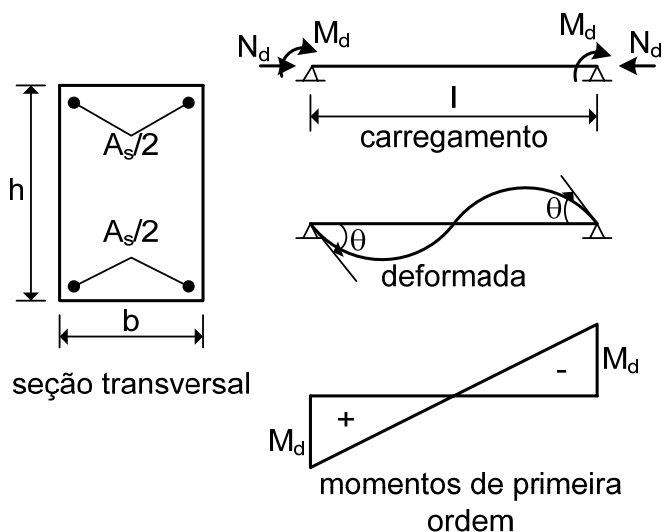


Fig. 3 – Seção transversal e carregamento das vigas e pilares

O carregamento indicado na fig. 3 corresponde a um diagrama de momentos fletores de primeira ordem semelhante ao que se verifica nas vigas e nos pilares de pórticos submetidos à ação do vento.

Fazendo uma análise elástica linear (teoria de primeira ordem) da barra submetida ao carregamento da fig. 3, obtém-se a rotação  $\theta$  nas extremidades

$$\theta = \frac{M_d l}{6EI} \quad (3)$$

onde  $l$  é o vão da viga ou do pilar e  $EI$  é a rigidez secante.

Por outro lado, dada a seção transversal com dimensões e armaduras conhecidas, pode-se determinar o seu momento fletor de ruína de cálculo,  $M_{ud}$ , associado ao esforço normal de cálculo  $N_d$ . Isto é feito empregando-se o módulo “Pilares: Flexo-compressão normal: Verificação de seção retangular maciça”, disponível no software PACON[8]. O carregamento de ruína, representado pelo par  $(N_d, M_{ud})$ , é determinado considerando-se as resistências de cálculo  $\sigma_{cd} = 0,85 f_{cd}$ , para o concreto, e  $f_{yd}$ , para o aço. As resistências de cálculo são  $f_{cd} = f_{ck}/1,4$  e  $f_{yd} = f_{yk}/1,15$ , conforme visto em [5].

Uma vez conhecido o carregamento de cálculo  $(N_d, M_{ud})$ , emprega-se o modelo de elementos finitos descrito anteriormente para obter a rotação de cálculo  $\theta_d$  nas extremidades da barra. Observa-se que essa rotação é calculada considerando-se a não linearidade física dos materiais. Entretanto, não se considera a não linearidade geométrica para a determinação de  $EI$ .

Igualando a rotação  $\theta$ , dada na equação (3), ao valor  $\theta_d$  e substituindo  $M_d = M_{ud}$ , obtém-se a rigidez secante

$$EI = \frac{M_{ud} l}{6\theta_d} \quad (4)$$

Essa rigidez pode ser correlacionada com a rigidez  $E_{cs} I_c$ , onde  $I_c$  é o momento de inércia da seção de concreto simples e  $E_{cs}$  é o módulo secante do concreto, dado por

$$E_{cs} = 0,85 \times 21500 \left( \frac{f_{ck} + 8}{10} \right)^{1/3}, \text{ MPa} \quad (5)$$

conforme as recomendações do CEB/90[6].

Para isto, pode-se escrever  $EI = \beta E_{cs} I_c$ , de onde resulta o coeficiente  $\beta$ , dado por

$$\beta = \frac{M_{ud} l}{6\theta_d E_{cs} I_c} \quad (6)$$

Na figuras seguintes são apresentadas as variações do coeficiente  $\beta$  com os seguintes parâmetros adimensionais:

- taxa geométrica de armadura:  $\rho = A_s/A_c$ , onde  $A_s$  é a área total de aço na seção e  $A_c = bh$  é a área da seção transversal;

- esforço normal reduzido:  $\nu_o = \frac{N_d}{A_c f_{cd}}$ .

Os resultados são apresentados para  $f_{ck} = 20$  MPa e  $f_{ck} = 40$  MPa. Para o aço, considera-se  $f_{yk} = 500$  MPa.

Na fig. 4, apresentam-se os resultados obtidos para os pilares.

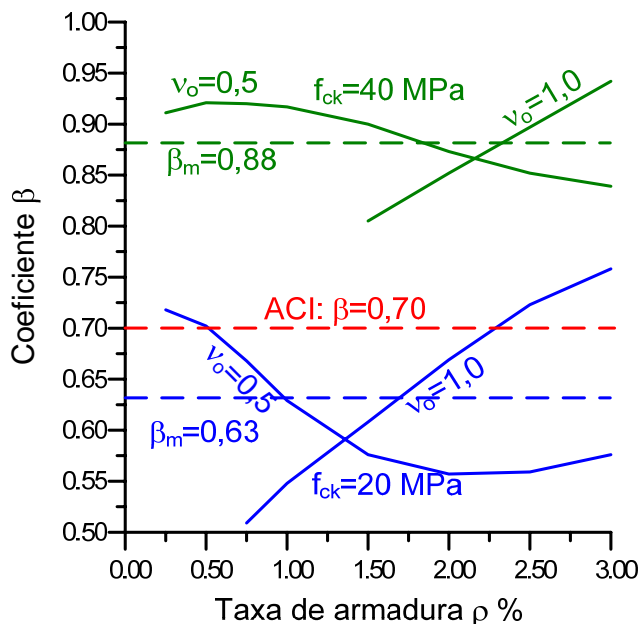


Fig. 4 – Coeficiente  $\beta$  para os pilares

Conforme se observa na fig. 4, o coeficiente  $\beta$  varia bastante com  $f_{ck}$ ,  $\nu_o$  e  $\rho$ . Dentro da faixa de variação considerada para a taxa de armadura  $\rho$ , os valores médios  $\beta_m$  desse coeficiente variam

entre  $\beta_m = 0,63$ , para  $f_{ck} = 20$  MPa, e  $\beta_m = 0,88$ , para  $f_{ck} = 40$  MPa.

Em uma análise de estabilidade global, podem ser utilizados os valores médios  $\beta_m$ , independentes de  $\rho$ , já que as armaduras variam de pilar para pilar, bem como ao longo da altura de um mesmo pilar da estrutura.

Por outro lado, verifica-se que o valor médio  $\beta_m$  depende de  $f_{ck}$ . Admitindo-se uma interpolação linear entre os valores médios da fig. 4, obtém-se a relação

$$\beta_m = 0,38 + \frac{f_{ck}}{80}, \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa} \quad (7)$$

O valor  $\beta_m = 0,70$ , recomendado pelo ACI[9], corresponde a um concreto com resistência característica  $f_{ck} \cong 25$  MPa.

Deve-se observar que os valores médios de  $\beta$  servem apenas para uma estimativa da rigidez dos pilares com vista a uma análise global da estrutura. Esses coeficientes médios não são adequados para a realização de uma análise não linear de um elemento estrutural individualmente, já que a rigidez do elemento é muito dependente de  $f_{ck}$ ,  $\nu_o$  e  $\rho$ . Neste caso, o mais recomendado é realizar a análise com um modelo não linear completo, como o modelo apresentado na seção 2.

Na fig. 5, apresentam-se os resultados obtidos para as vigas.

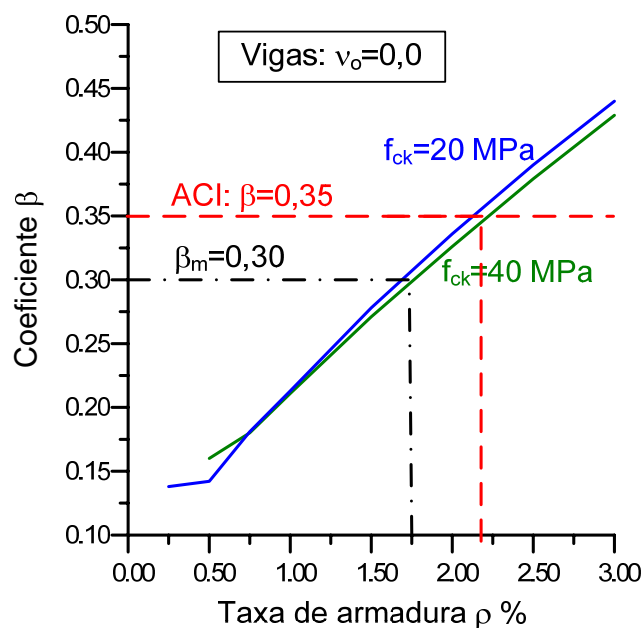


Fig. 5 – Coeficiente  $\beta$  para as vigas

Como se observa na fig. 5, o coeficiente  $\beta$  para as vigas sofre pouca influência do  $f_{ck}$ . Entretanto, esse coeficiente é bastante influenciado pela taxa de armadura  $\rho$ .

O valor  $\beta_m = 0,35$ , sugerido pelo ACI[9], corresponde a uma taxa de armadura  $\rho \cong 2,25\%$ . Para uma taxa de armadura  $\rho = 1,75\%$ , obtém-se  $\beta_m = 0,30$ .

A NBR-6118[ 2] relaciona a rigidez secante  $EI$  à rigidez da seção de concreto simples,  $E_{ci}I_c$ , onde  $E_{ci} = E_{cs}/0,85$  é o módulo tangente inicial do concreto. Assim, escrevendo  $EI = \beta E_{cs}I_c$ , resultam os seguintes valores de  $\beta$  de acordo com a NBR-6118.

- Pilares:  $\beta = 0,80/0,85 = 0,94$
- Vigas com armadura assimétrica:  
 $\beta = 0,40/0,85 = 0,47$
- Vigas com armadura simétrica:  
 $\beta = 0,50/0,85 = 0,59$

Observa-se que os valores sugeridos na NBR-6118 são bem maiores que os do ACI e que os valores médios encontrados neste trabalho.

De acordo com a NBR-6118, pode-se fazer uma análise dos pórticos de contraventamento, considerando-se um valor único de  $\beta$  para vigas e pilares. Neste caso, deve-se adotar  $\beta = 0,70/0,85 = 0,82$ .

A rigor, esse valor único poderá sofrer grandes variações de um pórtico para o outro, dependendo da rigidez relativa entre as seções das vigas e dos pilares, bem como dos vãos, do número de andares e do número de pilares do pórtico.

A título de exemplo, considera-se o pórtico da fig. 6.

Os seguintes dados foram considerados na análise: concreto com  $f_{ck} = 30$  MPa; pilares: seção 20x50 cm ; vigas: seção 20 x 60 cm.

Em todos os andares aplica-se uma carga lateral igual a 20 kN.

A análise elástica linear do pórtico é realizada usando o software PACON, considerando a rigidez  $EI = 0,70E_{cs}I_c$  para os pilares e  $EI = 0,30E_{cs}I_c$  para as vigas. Dessa análise, obtém-se o deslocamento horizontal  $u_{topo}$  no topo do pórtico.

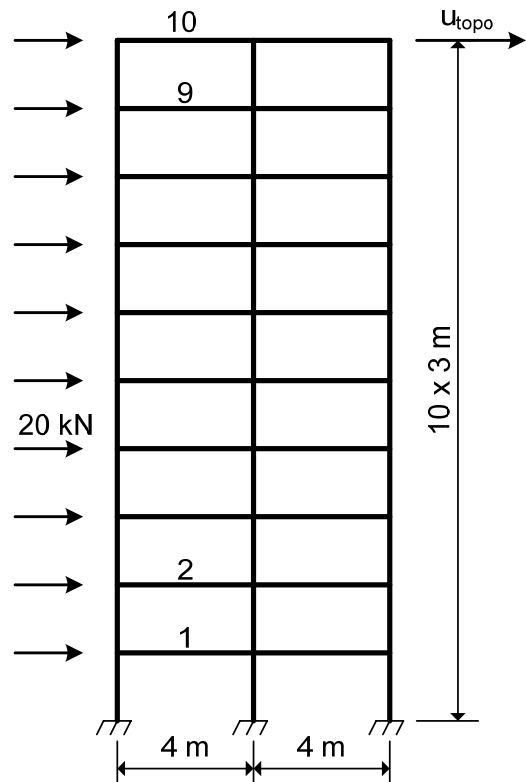


Fig. 6 – Pórtico de contraventamento

Repetindo a análise, considerando as vigas e os pilares com uma rigidez  $EI = \beta E_{cs}I_c$ , ou seja, o mesmo valor de  $\beta$  para vigas e pilares, obtém-se o deslocamento horizontal  $u$  no topo do pórtico.

O objetivo é determinar qual é o valor de  $\beta$  que leva à relação  $u/u_{topo} = 1$ . Os resultados são apresentados na fig. 7.

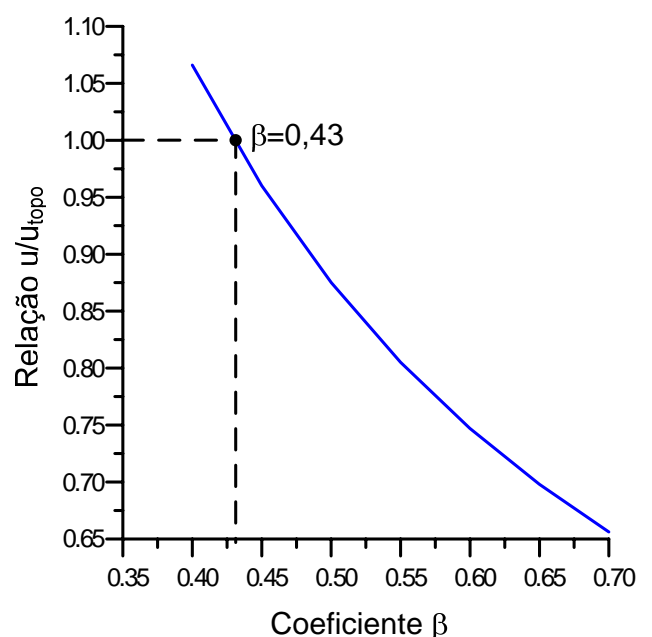


Fig. 7 – Relação  $u/u_{topo}$  em função de  $\beta$

Da fig. 7, observa-se que o valor  $\beta = 0,82$  sugerido na NBR-6118 é elevado. Neste exemplo, o valor único para vigas e pilares que leva ao mesmo deslocamento horizontal no topo do pórtico é  $\beta = 0,43$ .

A análise com o mesmo valor de  $\beta$  para pilares e vigas, apesar de ser aparentemente mais simples, é desaconselhável, pois esse valor de  $\beta$  varia de um pórtico para outro. O melhor é usar  $\beta = 0,70$  para os pilares e  $\beta = 0,30$  ou  $\beta = 0,35$  para as vigas.

#### 4. RIGIDEZ SECANTE PARA AS PAREDES ESTRUTURAIS

Na fig. 8 apresenta-se a seção transversal considerada para a determinação da rigidez secante  $EI = \beta E_{cs} I_c$  para as paredes estruturais. A rigidez secante é determinada para o carregamento de cálculo indicado nessa figura. A seção transversal possui armadura distribuída uniformemente em 10 camadas.

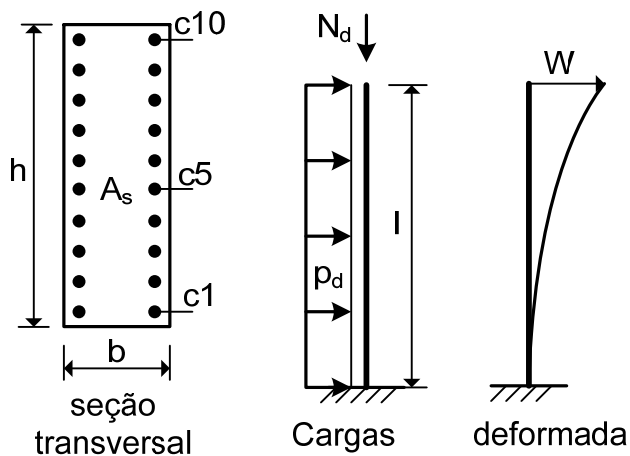


Fig. 8 – Seção transversal e carregamento das paredes estruturais

O carregamento indicado na fig. 8 é representativo das ações do vento sobre as paredes estruturais e sobre os pilares-parede dos edifícios.

Fazendo uma análise elástica linear (teoria de primeira ordem) da barra submetida ao carregamento da fig. 8, obtém-se a flecha máxima no topo,  $W$ , na forma

$$W = \frac{p_d l^4}{8EI} \quad (8)$$

onde  $l$  é a altura da parede,  $EI$  é a rigidez secante e  $p_d$  é a carga lateral de cálculo.

Dada a seção transversal com dimensões e armaduras conhecidas, pode-se determinar o seu momento fletor de ruína de cálculo,  $M_{ud}$ , associado ao esforço normal de cálculo  $N_d$ . Novamente, isto é feito empregando-se o software PACON[8]. O carregamento de ruína, representado pelo par  $(N_d, M_{ud})$ , é determinado considerando-se as resistências de cálculo  $\sigma_{cd} = 0,85 f_{cd}$ , para o concreto, e  $f_{yd}$ , para o aço.

A carga de cálculo  $p_d$  é obtida em função do momento de ruína  $M_{ud}$ , sendo dada por

$$p_d = \frac{2M_{ud}}{l^2} \quad (9)$$

Realizando a análise não linear através do modelo de elementos finitos da seção 2, para o carregamento de cálculo  $(N_d, p_d)$ , obtém-se a flecha  $W_d$  no topo da parede.

Igualando a flecha  $W$ , dada na equação (8), ao valor  $W_d$ , obtém-se a rigidez secante

$$EI = \frac{p_d l^4}{8W_d} \quad (10)$$

Em seguida, determina-se o coeficiente  $\beta = EI/E_{cs} I_c$ .

Na fig. 9, apresentam-se os resultados obtidos para as paredes sob flexão simples.

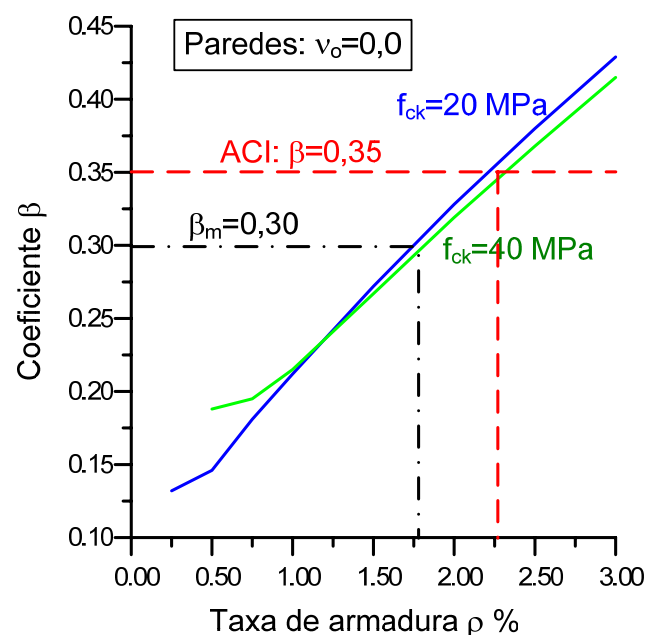


Fig. 9 - Coeficiente  $\beta$  para as paredes fissuradas

Comparando a fig. 9 com a fig. 5, verifica-se que os resultados são praticamente iguais aos obtidos para as vigas. Logo, se o esforço normal de compressão é pequeno, a parede estará fissurada e sua rigidez será semelhante à rigidez das vigas. Por isso, o ACI adota para as paredes fissuradas o mesmo valor  $\beta = 0,35$  das vigas.

Na fig. 10, apresentam-se os resultados para paredes com dois valores do esforço normal reduzido  $\nu_o$ .

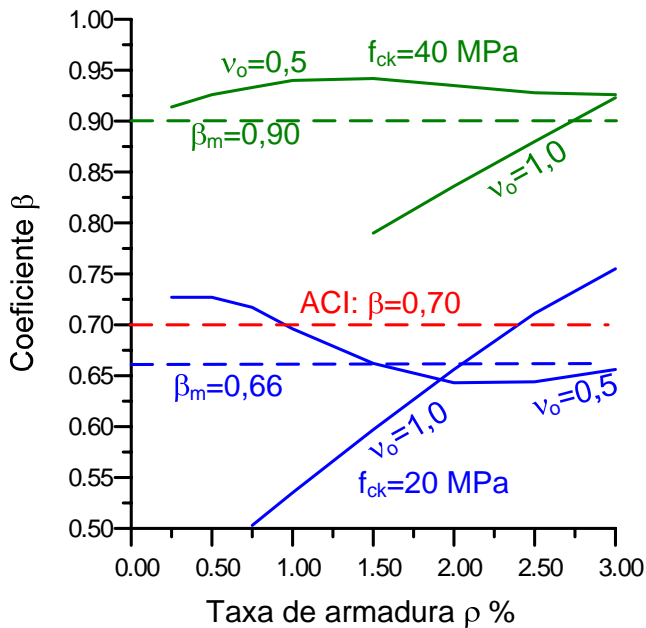


Fig. 10 – Coeficiente  $\beta$  para as paredes sob flexo-compressão

Comparando a fig. 10 com a fig. 4, verifica-se que as paredes submetidas à flexo-compressão apresentam um comportamento semelhante ao dos pilares, apesar de o carregamento e a forma do diagrama de momentos fletores solicitantes serem bastante diferentes nos dois elementos. Por esse motivo, o ACI também adota  $\beta = 0,70$  para as paredes não fissuradas.

A parede da fig. 8 também foi analisada considerando uma força normal  $n_d = N_d/l$ , uniformemente distribuída ao longo da altura, em vez da força concentrada  $N_d$  no topo. Os resultados são praticamente os mesmos da fig. 10 e, por isso, não são apresentados.

## 5. DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DE INSTABILIDADE

De acordo com a NBR-6118, a verificação da indeslocabilidade horizontal das estruturas dos edifícios pode ser feita através de dois critérios: o parâmetro de instabilidade  $\alpha$  e o coeficiente  $\gamma_z$ . A estrutura é considerada indeslocável, ou de nós fixos, se  $\alpha \leq \alpha_{lim}$  ou se  $\gamma_z \leq 1,10$ . Exemplos numéricos de determinação desses coeficientes são disponíveis na ref. [4].

Supõe-se que, se  $\alpha \leq \alpha_{lim}$  ou  $\gamma_z \leq 1,10$ , o momento de tombamento total, incluindo os efeitos globais de segunda ordem, será no máximo igual a 1,10 vezes o momento de tombamento de primeira ordem. Assim, se os efeitos de segunda ordem globais forem desprezados, o erro cometido será menor ou igual a 10%, o que aceitável frente às imprecisões na determinação das ações do vento.

Na fig. 11, indica-se uma subestrutura de contraventamento submetida à carga lateral de cálculo  $p_d$  devida ao vento, suposta uniformemente distribuída como uma simplificação. Em cada andar da subestrutura de contraventamento, atua a carga vertical de cálculo  $F_{id}$ , decorrente da combinação das cargas permanentes e das cargas acidentais.

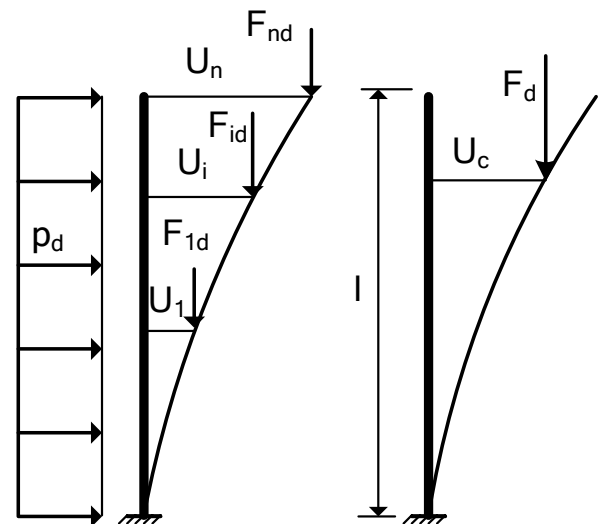


Fig. 11 – Ações na subestrutura de contraventamento

O momento de tombamento de primeira ordem, devido à carga lateral  $p_d$ , é dado por

$$M_{1d} = p_d \frac{l^2}{2} \quad (11)$$

onde  $l$  é a altura total da estrutura.

Sob a ação dessa carga lateral, a subestrutura de contraventamento sofre os deslocamentos horizontais  $U_i$ , ( $i=1, \dots, n$ ) nos níveis dos pisos, onde  $n$  é o número de andares do edifício.

A primeira aproximação do momento de segunda ordem  $M_{2d}$  é dada por

$$M_{2d} = \sum_{i=1}^n F_{id} U_i \quad (12)$$

Admitindo que as cargas verticais se distribuam uniformemente ao longo da altura do edifício, tem-se que  $F_{id} = F_d/n$ , onde  $F_d$  é a resultante de todas as forças verticais de cálculo que atuam na subestrutura de contraventamento e na subestrutura contraventada.

Desse modo, a equação (12) pode ser escrita na forma

$$M_{2d} = F_d U_c \quad (13)$$

onde  $U_c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_i$  representa o deslocamento horizontal médio.

O deslocamento médio  $U_c$  pode ser escrito na forma  $U_c = k U_n$ , onde  $U_n$  é o deslocamento horizontal no topo e  $k$  é um coeficiente que depende do tipo de subestrutura de contraventamento: parede estrutural, pórtico, associação de pórtico com parede estrutural.

Desse modo, o momento de segunda ordem  $M_{2d}$  pode ser escrito como

$$M_{2d} = k F_d U_n \quad (14)$$

O coeficiente  $\gamma_z$  é dado por

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{M_{2d}}{M_{1d}}} \quad (15)$$

Impondo a condição  $\gamma_z \leq 1,10$ , resulta

$$M_{2d} \leq \frac{0,10}{1,10} M_{1d} \quad (16)$$

Para uma parede submetida a uma carga lateral uniformemente distribuída, como na fig. 11, o deslocamento máximo no topo é dado por

$$U_n = \frac{p_d l^4}{8EI} \quad (17)$$

onde  $EI = \beta E_{cs} I_c$  é a rigidez secante para as cargas de cálculo, sendo  $\beta$  o coeficiente determinado anteriormente.

Substituindo (17) em (14), obtém-se

$$M_{2d} = k F_d \frac{p_d l^4}{8\beta E_{cs} I_c} \quad (18)$$

Introduzindo (11) e (18) em (16), considerando  $\beta = 0,70$  e substituindo  $F_d = 1,4 F_k$ , onde  $F_k$  é a soma de todas as cargas verticais de serviço, resulta  $\alpha \leq \alpha_{lim}$ , onde

$$\alpha = l \sqrt{\frac{F_k}{E_{cs} I_c}} \quad (19)$$

é o parâmetro de instabilidade.

O valor limite desse parâmetro para que a estrutura possa ser considerada indeslocável é

$$\alpha_{lim} = \sqrt{\frac{0,20}{1,10k}} \quad (20)$$

onde o coeficiente  $k = U_c/U_n$  é a razão entre o deslocamento horizontal médio,  $U_c$ , e o deslocamento máximo no topo da subestrutura de contraventamento,  $U_n$ .

A expressão (20) é válida na hipótese de que  $EI = 0,70 E_{cs} I_c$ , ou seja,  $\beta = 0,70$ . Uma modificação nas expressões (19) e (20), para considerar outros valores de  $\beta$ , é sugerida ao final deste trabalho.

A partir das demonstrações efetuadas, observa-se uma nítida relação entre o coeficiente  $\gamma_z$  e o parâmetro de instabilidade  $\alpha$ . Logo, pode-se empregar qualquer um dos dois critérios para



comprovar a indeslocabilidade da subestrutura de contraventamento.

O coeficiente  $k$  depende do tipo de subestrutura de contraventamento.

De acordo com Franco [10], podem-se adotar:

- para paredes e pilares-parede:  $k = 0,40$ ;
- para associações de pilares-parede e pórticos:  $k = 0,50$ ;
- para pórticos:  $k = 0,67$ .

Substituindo esses valores na equação (20), obtém-se:

- para paredes e pilares-parede:  $\alpha_{lim} = 0,67 \Rightarrow \alpha_{lim} \cong 0,7$ ;
- para associações de pilares-parede e pórticos:  $\alpha_{lim} \cong 0,6$ ;
- para pórticos:  $\alpha_{lim} = 0,52 \Rightarrow \alpha_{lim} \cong 0,5$ .

Esses valores de  $\alpha_{lim}$  foram incorporados à NBR-6118 [2].

A rigor, o coeficiente  $k$  não é uma constante, mas depende do número  $n$  de andares do edifício. Além disso, os valores de  $k$  sugeridos por Franco [10] não levam em conta as deformações axiais dos pilares dos pórticos de contraventamento, ou seja, eles foram obtidos admitindo-se que os pilares possuam rigidez axial infinita.

Na seção seguinte, são apresentados os valores do coeficiente  $k$ , obtidos através de uma análise mais rigorosa.

## 6. RESULTADOS OBTIDOS PARA $k$ E $\alpha_{lim}$

Os resultados apresentados a seguir foram obtidos através de uma análise rigorosa de pórticos planos, onde se consideram três graus de liberdade por nó: um deslocamento axial, um deslocamento transversal e uma rotação. Para isto, empregou-se o módulo “Pilares: Esforços devidos ao vento”, disponível no software PACON [8]. Esse programa fornece os deslocamentos  $U_i$  em cada andar da estrutura, bem como o deslocamento médio  $U_c$ , com os quais se obtém  $k = U_c / U_n$ .

O comportamento de um pilar-parede ou de uma parede estrutural também pode ser reproduzido pelo programa, bastando analisar um pórtico com dois pilares e adotar uma área muito grande para as barras, o que elimina as

deformações axiais. Além disso, deve-se admitir que as vigas tenham uma inércia muito pequena.

### 6.1 Contraventamento por paredes e pilares-paredes

Na fig. 12, apresenta-se a variação do coeficiente  $k$  com o número de andares  $n$ , obtida para os pilares-parede. A equação de ajuste também é indicada nessa figura.

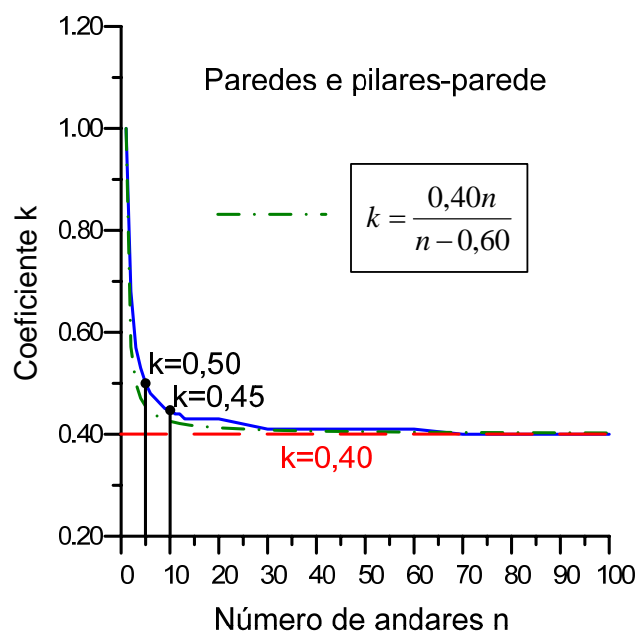


Fig. 12 – Variação do coeficiente  $k$  para as paredes e pilares-parede

Observa-se na fig. 12 que o valor  $k = 0,40$ , sugerido por Franco [10], só é correto se o número de andares for muito grande. Por exemplo, para  $n = 10$ , o valor correto é  $k = 0,45$ , resultando  $\alpha_{lim} = 0,64$ . Se  $n = 5$ ,  $k = 0,50$  e  $\alpha_{lim} = 0,6$ . Desse modo, o valor  $\alpha_{lim} = 0,7$ , constante na NBR-6118, ficará sempre contrário à segurança para os edifícios mais baixos.

Na fig. 13, apresenta-se a variação de  $\alpha_{lim}$  para os pilares-parede, em função do número de andares. A equação de ajuste também é indicada nessa figura.

Conforme se observa na fig. 13, o valor limite  $\alpha_{lim} = 0,7$ , sugerido na NBR-6118 para as paredes estruturais e os pilares-parede, é excessivo e, portanto, contrário à segurança para todas as situações onde  $n \leq 100$  andares.

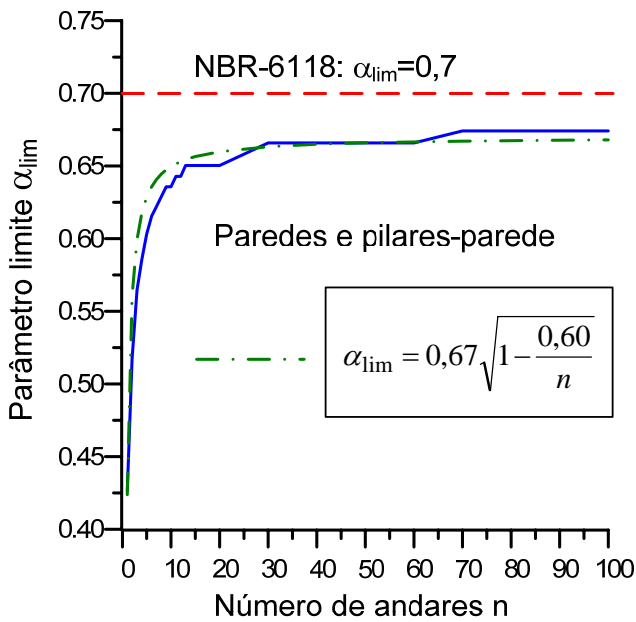


Fig. 13 – Variação de  $\alpha_{lim}$  para as paredes e os pilares-parede

## 6.2 Contraventamento por pórticos

Na determinação dos coeficientes  $k$  e  $\alpha_{lim}$  foram considerados três pórticos como na fig. 6, variando-se o número de andares. Os pórticos possuem 3, 5 e 8 pilares, espaçados a cada 4 m.

Na análise com o software PACON, admitiu-se que a inércia das seções das vigas é igual a 50% da inércia das seções dos pilares, em concordância com os coeficientes  $\beta = 0,35$  e  $\beta = 0,70$  determinados anteriormente.

Na fig. 14 apresentam-se as variações do coeficiente  $k$  com o número de andares para os três pórticos analisados.

Conforme se observa na fig. 14, o coeficiente  $k$  depende do número de pilares do pórtico. Isto é consequência das deformações axiais dos pilares, já que eles estão submetidos a esforços normais decorrentes da ação do vento. Quanto maior é o número de pilares, menor é o esforço normal em cada um deles, o que reduz o efeito das deformações axiais. O valor  $k = 0,67$  sugerido por Franco [10] fica a favor da segurança para pórticos com mais de 4 andares, já que o coeficiente  $\alpha_{lim}$  diminui com o crescimento de  $k$ .

Na fig. 15, apresenta-se a variação do coeficiente  $k$  para o caso em que as deformações axiais dos pilares é desconsiderada.

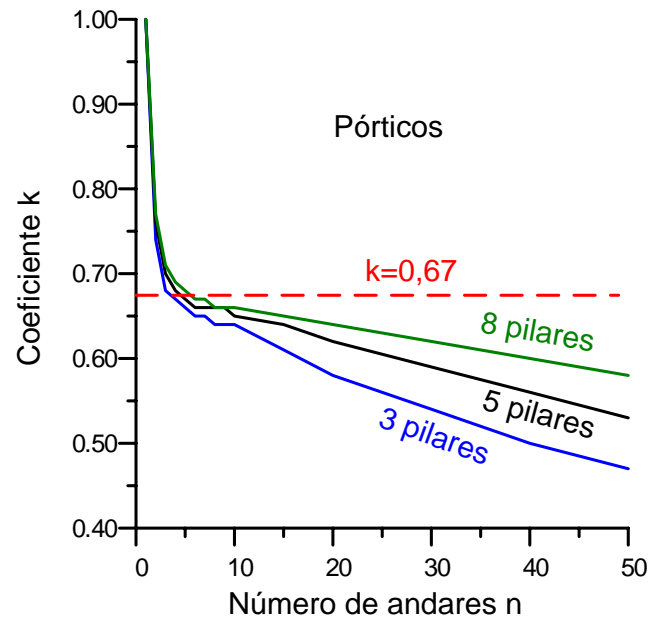


Fig. 14 – Coeficiente  $k$  para os pórticos com deformação axial dos pilares

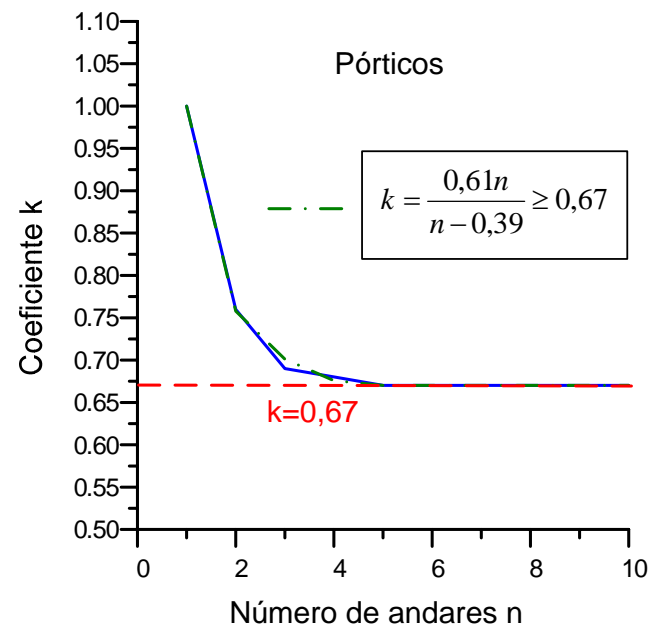


Fig. 15 – Coeficiente  $k$  para os pórticos sem deformação axial dos pilares

Introduzindo a expressão de  $k$  (dada na fig. 15) na equação (20), obtém-se

$$\alpha_{lim} = 0,55 \sqrt{1 - \frac{0,39}{n}} \leq 0,52 \quad (21)$$

que é válida para contraventamento feito exclusivamente por pórticos.

### 6.3 Contraventamento pela associação de pórticos e paredes

Quando o contraventamento é feito pela associação de pórticos com paredes ou pilares-parede, os resultados dependem da rigidez relativa desses elementos. A título de exemplo, considera-se o pórtico da fig. 16, formado pela associação de uma parede e quatro pilares.

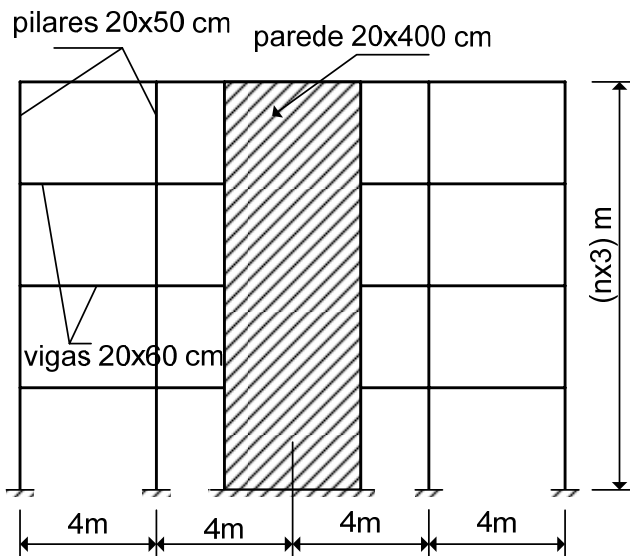


Fig. 16 – Associação pórtico-parede

Na fig. 17, apresentam-se as variações do coeficiente  $k$  para associação pórtico-parede estrutural.

Introduzindo a expressão de  $k$  (dada na fig. 17) na equação (20), obtém-se

$$\alpha_{\text{lim}} = 0,62 \sqrt{1 - \frac{0,53}{n}} \leq 0,60 \quad (22)$$

que é válida para contraventamento feito pela associação de pórticos e pilares-parede ou pórticos e paredes estruturais.

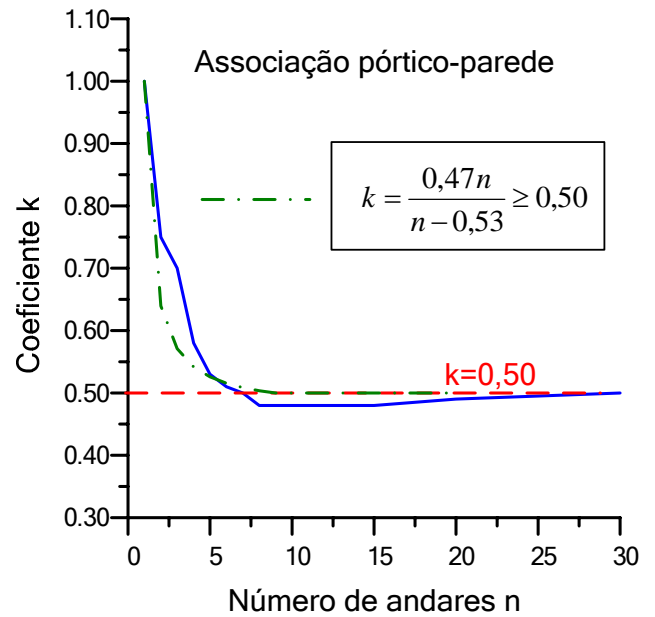


Fig. 17 – Coeficiente  $k$  para associação pórtico-parede estrutural

## 7. RECOMENDAÇÕES PRÁTICAS PARA OS VALORES DE $\alpha_{\text{lim}}$

Deve-se observar que na determinação dos valores de  $\alpha_{\text{lim}}$  foi considerada a relação  $EI = 0,70E_{cs}I_c$ , a qual não é rigorosamente válida para os pórticos e para as paredes fissuradas. Portanto, se a rigidez secante for reduzida, devido à fissuração do concreto, ocorrerá uma redução nos valores limites do parâmetro de instabilidade. Se a rigidez secante for igual a  $EI = \beta E_{cs}I_c$ , os valores de  $\alpha_{\text{lim}}$ , determinados anteriormente, devem ser multiplicados por  $\sqrt{\beta/0,70}$ .

Desse modo, para as paredes e pilares-parede com baixo valor do esforço normal reduzido  $\nu_o$ , deve-se considerar  $\beta \cong 0,35$ , como já foi visto. Neste caso, os valores de  $\alpha_{\text{lim}}$  devem ser multiplicados por 0,70.

Para os pórticos, deve-se calcular o parâmetro de instabilidade  $\alpha$ , substituindo  $E_{cs}I_c$  pela rigidez equivalente  $EI_{eq}$  dada na equação (23). A rigidez equivalente é determinada igualando-se o deslocamento horizontal no topo do pórtico ao deslocamento no topo de um pilar, submetido ao mesmo carregamento horizontal que o pórtico [4]. Se for considerada uma carga lateral uniformemente distribuída ao longo da altura do pórtico, a rigidez equivalente é dada por

$$EI_{eq} = \frac{p_d l^4}{8U_n} \quad (23)$$

onde  $U_n$  é o deslocamento horizontal no topo do pórtico para a carga lateral de cálculo  $p_d$ , obtido através de uma análise linear de primeira ordem.

Na análise do pórtico para o cálculo de  $U_n$ , recomenda-se adotar  $EI = 0,70E_{cs}I_c$ , para os pilares, e  $EI = 0,35E_{cs}I_c$ , para as vigas. Essa opção é mais adequada do que considerar uma única expressão para a rigidez secante de vigas e pilares, como já foi mostrado anteriormente.

Assim, a equação (23) fornece a rigidez equivalente  $EI_{eq}$ , com a qual se obtém o parâmetro de instabilidade para os pórticos

$$\alpha = l \sqrt{\frac{F_k}{EI_{eq}}} \quad (24)$$

Neste caso, os valores de  $\alpha_{lim}$ , determinados anteriormente para os pórticos, devem ser multiplicados por  $\sqrt{1,00/0,70} \cong 1,20$ , o que resulta nos limites recomendados nas conclusões.

Para associações pórtico-parede estrutural, o melhor é analisar o conjunto considerando-se  $EI = 0,70E_{cs}I_c$ , para os pilares, e  $EI = 0,35E_{cs}I_c$ , para as vigas. Para a parede considera-se  $EI = 0,70E_{cs}I_c$ , numa primeira aproximação. Porém, se ficar comprovado que a parede está fissurada para as cargas de cálculo, deve-se repetir a análise considerando  $EI = 0,35E_{cs}I_c$  para a parede. Dessa forma, determina-se a rigidez equivalente  $EI_{eq}$  da associação.

## 8. CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Neste trabalho foi apresentada uma metodologia para a determinação da rigidez secante  $EI$  dos elementos de contraventamento dos edifícios de concreto armado. Para os pilares, essa rigidez é muito influenciada pela taxa de armadura, pela resistência à compressão do concreto e pelo esforço normal reduzido. Para as vigas, há pouca influência da resistência do concreto.

Os resultados obtidos permitem recomendar os mesmos valores de  $EI$  sugeridos pelo ACI, como sendo valores médios que podem ser utilizados em uma análise global das estruturas de contraventamento.

No artigo foi mostrada a origem dos valores limites para o parâmetro de instabilidade adotados na NBR-6118, bem como as limitações desses valores. Também foi demonstrado que o parâmetro de instabilidade  $\alpha$  pode ser derivado do coeficiente  $\gamma_z$ , o que indica que os dois critérios de verificação da indeslocabilidade são equivalentes.

Em função do estudo apresentado, recomenda-se o seguinte procedimento para a verificação da indeslocabilidade horizontal dos edifícios através do parâmetro de instabilidade  $\alpha$ :

### 8.1 Parâmetros de instabilidade para contraventamento feito por paredes estruturais e pilares-parede

$\alpha = l \sqrt{\frac{F_k}{E_{cs}I_c}} \leq \alpha_{lim}$ , onde  $E_{cs}$  é o módulo secante do concreto,  $I_c$  é o momento de inércia da seção de concreto simples e  $\alpha_{lim}$  é função do número de andares  $n$  do edifício.

- para paredes não fissuradas:

$$\alpha_{lim} = 0,67 \sqrt{1 - \frac{0,60}{n}}$$

- para paredes fissuradas:  $\alpha_{lim} = 0,47 \sqrt{1 - \frac{0,60}{n}}$

### 8.2 Parâmetros de instabilidade para contraventamento feito por pórticos

$\alpha = l \sqrt{\frac{F_k}{EI_{eq}}} \leq \alpha_{lim}$ , onde  $EI_{eq}$  é a rigidez equivalente do pórtico, determinada através da equação (23), considerando  $EI = 0,70E_{cs}I_c$ , para os pilares, e  $EI = 0,35E_{cs}I_c$ , para as vigas.

$$\alpha_{lim} = 0,66 \sqrt{1 - \frac{0,39}{n}} \leq 0,62$$

### 8.3 Parâmetros de instabilidade para associação pórtico-parede

$$\alpha = l \sqrt{\frac{F_k}{EI_{eq}}} \leq \alpha_{lim}, \text{ onde } EI_{eq} \text{ é a rigidez}$$

equivalente da associação pórtico-parede, determinada através da equação (23), considerando  $EI = 0,70E_{cs}I_c$ , para os pilares,  $EI = 0,35E_{cs}I_c$ , para as vigas, e uma dessas duas expressões para a parede, conforme o seu estado de fissuração.

$$\alpha_{lim} = 0,74 \sqrt{1 - \frac{0,53}{n}} \leq 0,72$$

Na tabela 1, indicam-se os valores de  $\alpha_{lim}$  calculados com as expressões propostas em função do número  $n$  de andares do edifício.

Tabela 1 – Valores limites para o parâmetro de instabilidade ( $\alpha_{lim}$ )

| n              | Parede e pilar-parede * |           | Pórtico ** | Pórtico e parede ** |
|----------------|-------------------------|-----------|------------|---------------------|
|                | não fissurada           | fissurada |            |                     |
| 1              | 0,42                    | 0,30      | 0,52       | 0,51                |
| 2              | 0,56                    | 0,39      | 0,59       | 0,63                |
| 3              | 0,60                    | 0,42      | 0,62       | 0,67                |
| 4              | 0,62                    | 0,43      | 0,62       | 0,69                |
| 5              | 0,63                    | 0,44      | 0,62       | 0,70                |
| 10             | 0,65                    | 0,46      | 0,62       | 0,72                |
| 20             | 0,66                    | 0,46      | 0,62       | 0,72                |
| $\alpha_{max}$ | 0,67                    | 0,47      | 0,62       | 0,72                |

\*  $\alpha = l \sqrt{\frac{F_k}{E_{cs}I_c}} \leq \alpha_{lim}$

\*\*  $\alpha = l \sqrt{\frac{F_k}{EI_{eq}}} \leq \alpha_{lim}$

### REFERÊNCIAS

1. ARAÚJO, J. M. *Curso de Concreto Armado*. v.3. Rio Grande: Editora Dunas, 2. ed., 2003 (obra completa em 4 volumes).
2. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR-6118: Projeto de Estruturas de Concreto*. Rio de Janeiro, 2003.
3. COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. *Code-modèle CEB/FIP pour les Structures en Béton*. Bulletin d'Information 124/125, Paris, 1978.
4. ARAÚJO, J. M. *Projeto Estrutural de Edifícios de Concreto Armado*. Rio Grande: Editora Dunas, 2. ed., Julho, 2009.
5. ARAÚJO, J. M. *Curso de Concreto Armado*. v.1. Rio Grande: Editora Dunas, 2. ed., 2003 (obra completa em 4 volumes).
6. COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. *CEB-FIP Model Code 1990*. Published by Thomas Telford, London, 1993.
7. ARAÚJO, J. M.; CAMPOS FILHO, A. *Modelo bidimensional para análise de vigas de concreto armado*. Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas, n. 34, p.9-12, Lisboa, 1992.
8. ARAÚJO, J. M. *PACON: Programa Auxiliar para projeto de estruturas de CONcreto*. Informações em <www.editoradunas.com.br>.
9. AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-95) and Commentary (ACI 318R-95)*. Detroit, 1995.
10. FRANCO, M. *Problemas de estabilidade nos edifícios de concreto armado*. Colóquio IBRACON sobre estabilidade global das estruturas de concreto armado, São Paulo, Julho, 1985. Disponível em: Coletânea de Trabalhos sobre Estabilidade Global e Local das Estruturas de Edifícios, Publicação Técnica do Instituto de Engenharia, p. 15-40, São Paulo, 1997.