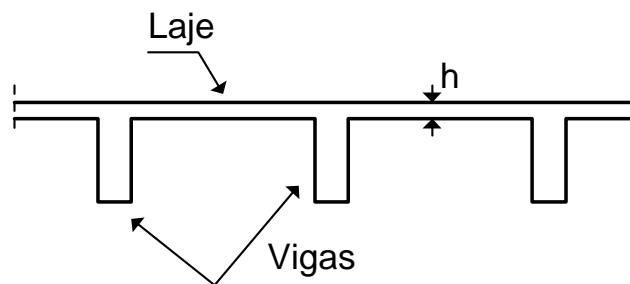
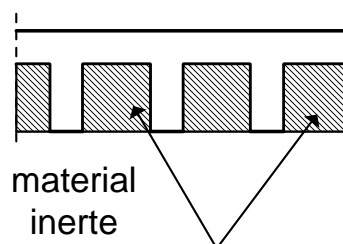
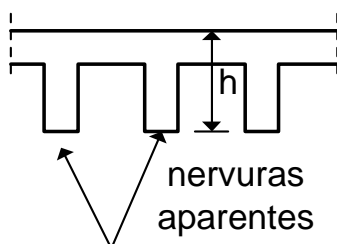


# LAJES MACIÇAS DE CONCRETO ARMADO

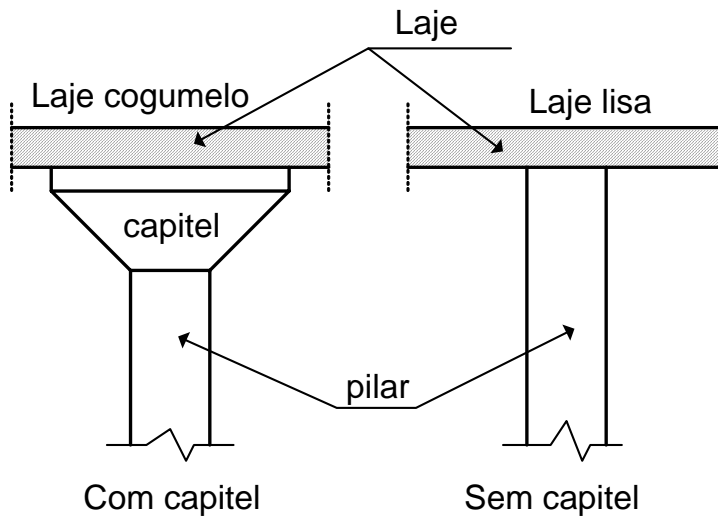
## 1- Tipos usuais de lajes dos edifícios



Laje maciça apoiada em vigas



Lajes nervuradas

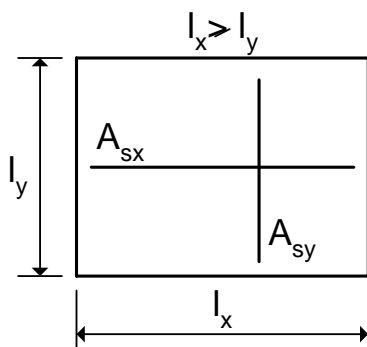
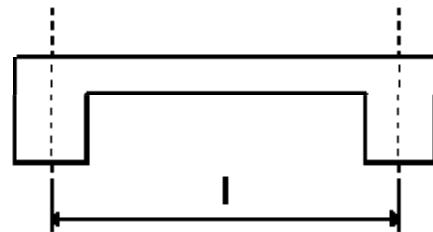


## Laje cogumelo e laje lisa

**Outros tipos:** várias configurações de lajes pré-moldadas.

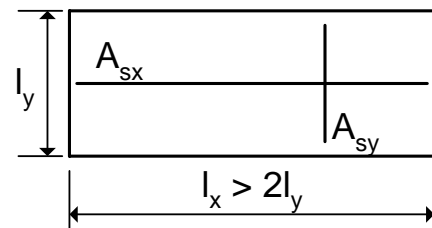
## 2- Vãos teóricos

**Vão teórico ou vão de cálculo:** é a distância entre os centros dos apoios.



$\frac{l_x}{l_y} < 2$   
 $A_{sx}$  e  $A_{sy}$  são calculadas

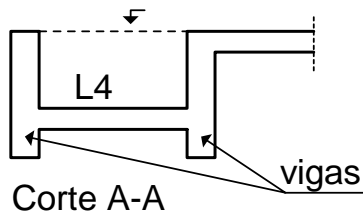
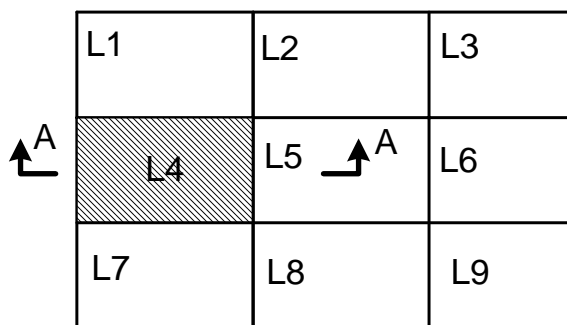
**Lajes armadas em cruz  
 (ou em duas direções)**



$A_{sy}$  : calculada  
 $A_{sx}$  : armadura de distribuição

**Lajes armadas em uma  
 direção**


### 3- Procedimento tradicional de cálculo



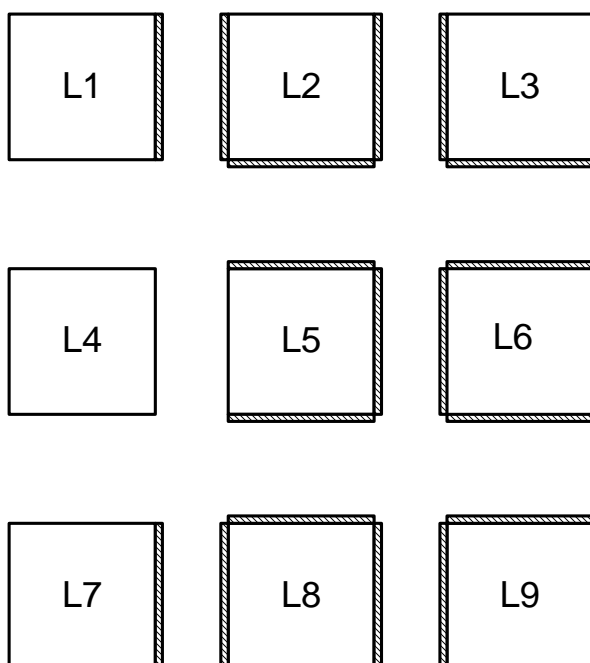
Convenção para as condições de contorno:

  
Engaste perfeito

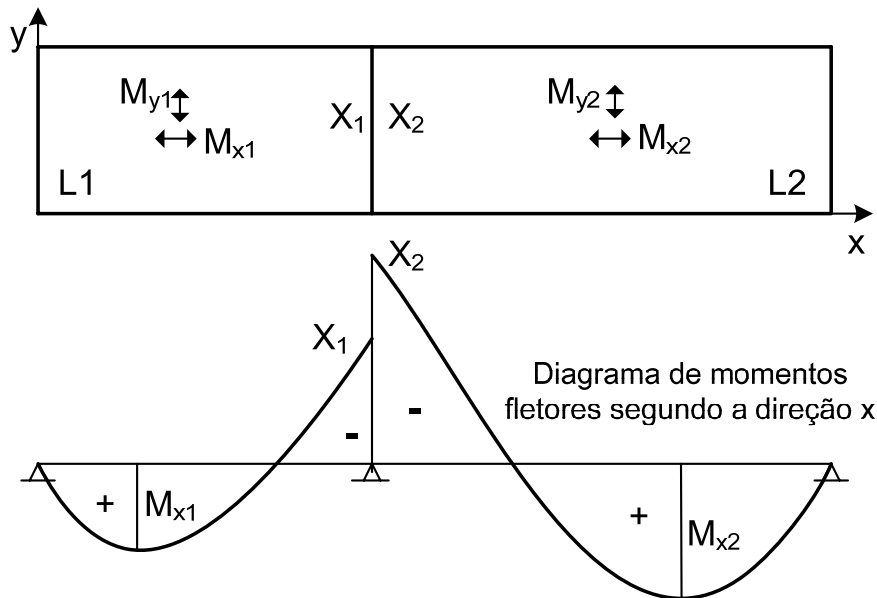
  
Apoio simples

  
Bordo livre

**SIMPLIFICAÇÃO:** Isolamos as lajes do pavimento, considerando um engaste perfeito onde há continuidade com a laje vizinha.

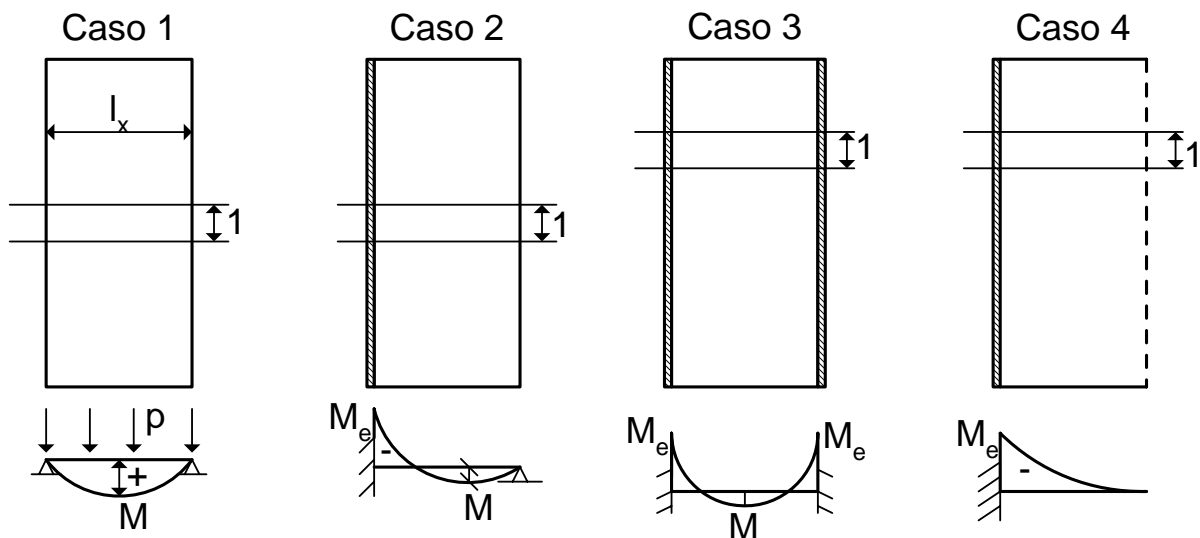


- Em vez de analisar um pavimento contínuo, fazemos a análise de nove lajes isoladas.
- Isto é equivalente a separar os vãos de uma viga contínua e dizer que cada vão é uma viga isolada.
- Evidentemente, esse método é aproximado, mas funciona bem para o cálculo de lajes contínuas apoiadas em paredes ou em vigas rígidas.
- **Nunca fazer isso para as vigas!**



Momento negativo na ligação: 
$$X = \begin{cases} (X_1 + X_2)/2 \\ 0,8 \max(X_1, X_2) \end{cases}$$

## 4- Cálculo das lajes armadas em uma direção



Calculamos os momentos fletores como para uma viga de largura unitária, segundo a direção do vão menor.

Caso	M (kNm/m)	M <sub>e</sub> (kNm/m)	k
1	$M = \frac{pl_x^2}{8}$		5
2	$M = \frac{pl_x^2}{14,22}$	$M_e = -\frac{pl_x^2}{8}$	2
3	$M = \frac{pl_x^2}{24}$	$M_e = -\frac{pl_x^2}{12}$	1
4		$M_e = -\frac{pl_x^2}{2}$	48

Flecha:  $W = \frac{k}{384} \frac{pl_x^4}{D}$       Rigidez à flexão da laje:  $D = \frac{E_{cs}h^3}{12(1-\nu^2)}$

$\nu = 0,2$  (coeficiente de Poisson do concreto)

A flecha final, incluindo os efeitos da fluência, pode ser avaliada como:

$W_\infty = (1 + \varphi_\infty)W_o$  onde  $W_o$  é a flecha inicial, calculada como anteriormente, e  $\varphi_\infty$  é o coeficiente final de fluência

**Unidades:** carga p (kN/m<sup>2</sup>), vão l<sub>x</sub> (m)

$M = \frac{pl_x^2}{8}$  O momento fletor estará em **kNm/m**, indicando que é o momento resultante em uma faixa de largura igual a 1 m.

$R_x = p \frac{l_x}{2}$  A reação de apoio estará em **kN/m**, indicando que é a reação resultante em uma faixa de largura igual a 1 m.

## Cálculo das reações de apoio

### A) Cálculo como viga de largura unitária

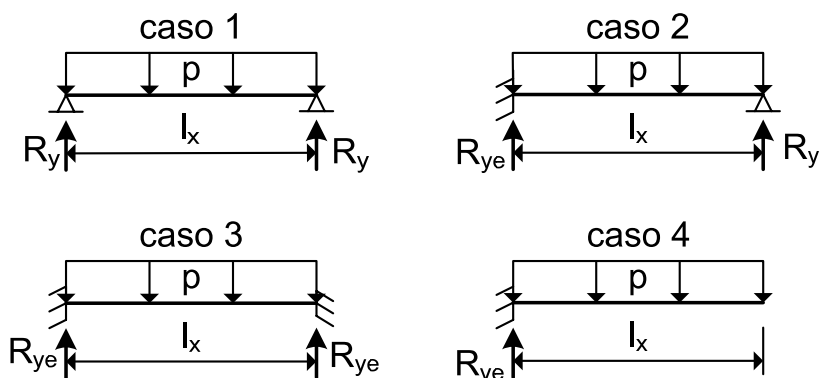


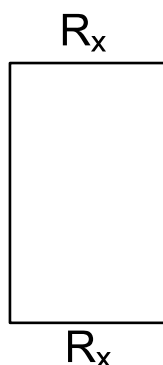
Tabela 1.5.2 – Reações de apoio nos lados maiores das lajes

Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
$R_y = \frac{pl_x}{2}$	$R_y = \frac{3pl_x}{8}$	$R_{ye} = \frac{pl_x}{2}$	$R_{ye} = pl_x$
	$R_{ye} = \frac{5pl_x}{8}$		

Com esse cálculo, as reações de apoio podem ser consideradas uniformemente distribuídas (garante o equilíbrio).

Para as vigas situadas nos lados menores, é usual considerar uma reação mínima sobre as mesmas, dada por:

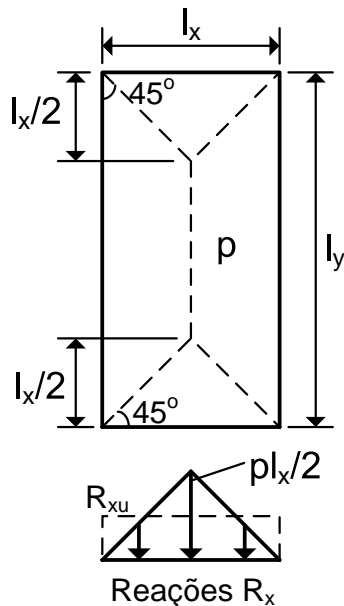
$$R_x = \frac{pl_x}{4}$$



## B) Cálculo de reações pela teoria das linhas de ruptura

No momento da ruptura, a laje fica dividida em dois trapézios e dois triângulos.

Esses quatro pedaços da laje ficam pendurados nas vigas de borda.



Reações  $R_y$

Caso 1

- Para garantir o equilíbrio do momento total, segundo a direção  $y$ , deve-se considerar a carga trapezoidal sobre as vigas.
- Se considerar a reação uniforme  $R_{yu}$ , o projeto do pavimento fica contrário à segurança.

$$R_{xu} = \frac{pl_x}{4} \quad R_{yu} = \frac{pl_x}{4} \left( 2 - \frac{l_x}{l_y} \right)$$

## CONCLUSÕES:

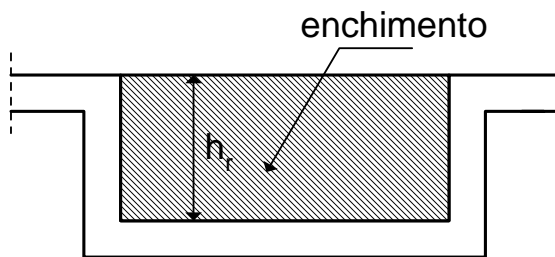
- Nas lajes armadas em uma direção, os momentos fletores e a flecha são calculados como para uma viga de largura unitária segundo a direção do vão de cálculo (o menor vão). A armadura principal é dimensionada para esses momentos. Na direção do vão maior, emprega-se a armadura de distribuição.
- As reações de apoio podem ser calculadas como para uma viga de largura unitária na direção do menor vão. Neste caso, essas reações podem ser consideradas uniformemente distribuídas sobre as vigas principais. Para as vigas secundárias, considera-se uma reação mínima.
- As reações de apoio também podem ser calculadas pela teoria das linhas de ruptura, mas deve-se considerar a distribuição trapezoidal para as vigas principais. Para as vigas secundárias, podem-se considerar reações uniformes ( $R_{xu}$ ).
- Em um pavimento de edifício, há outras cargas (peso próprio das vigas, peso de paredes) que compensam parte do erro que se comete ao considerar reações uniformes.

## 5- Cargas nas lajes maciças

- Peso próprio =  $25h$  kN/m<sup>2</sup>, com  $h$  em metros

Exemplo: laje com 8cm de espessura: peso próprio =  $25 \times 0,08 = 2,0$  kN/m<sup>2</sup>.

- Revestimentos: usual 0,8 kN/m<sup>2</sup> a 1,0 kN/m<sup>2</sup>
- Enchimentos: usual  $12h_r$  kN/m<sup>2</sup>, com  $h_r$  em metros



Essa carga de enchimento só existirá em lajes rebaixadas. Antigamente, essa era a solução adotada nos banheiros dos apartamentos.

- Alvenarias

Peso específico da alvenaria de tijolos cerâmicos:

tijolos furados: 13 kN/m<sup>3</sup>

tijolos maciços: 18 kN/m<sup>3</sup>

Distribuir o peso da alvenaria pela área da laje e transformar em uma carga uniforme.

(Nas lajes armadas em cruz)

- Cargas acidentais (NBR-6120)

Local	Carga (kN/m <sup>2</sup> )
dormitórios, sala, copa, cozinha, banheiro	1,50
despensa, área de serviço, lavanderia	2,00
escadas (sem acesso ao público)	2,50
forros (sem acesso a pessoas)	0,50
terraços (sem acesso ao público)	2,00



## Peso de pessoas por m<sup>2</sup>



Figura 26 – Densidade = 1 pessoas/m<sup>2</sup>.  
 $q=0,75 \text{ kN/m}^2$



Figura 25 – Densidade = 2 pessoas/m<sup>2</sup>.  
 $q=1,5 \text{ kN/m}^2$

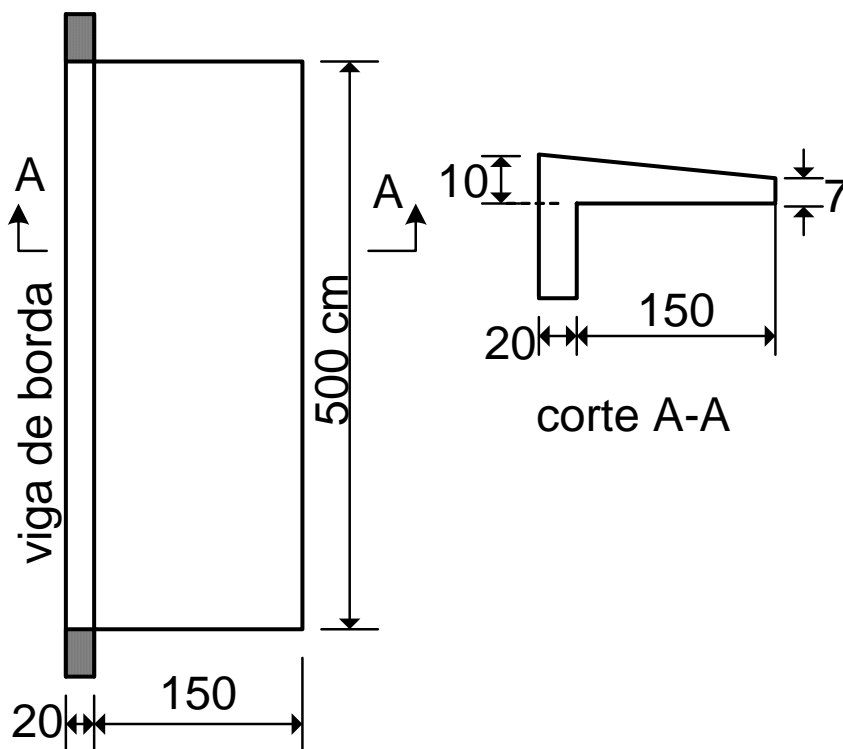


Figura 24 – Densidade = 3 pessoas/m<sup>2</sup>.  
 $q=2,25 \text{ kN/m}^2$



Figura 23 – Densidade = 4 pessoas/m<sup>2</sup>.  
 $q=3,0 \text{ kN/m}^2$

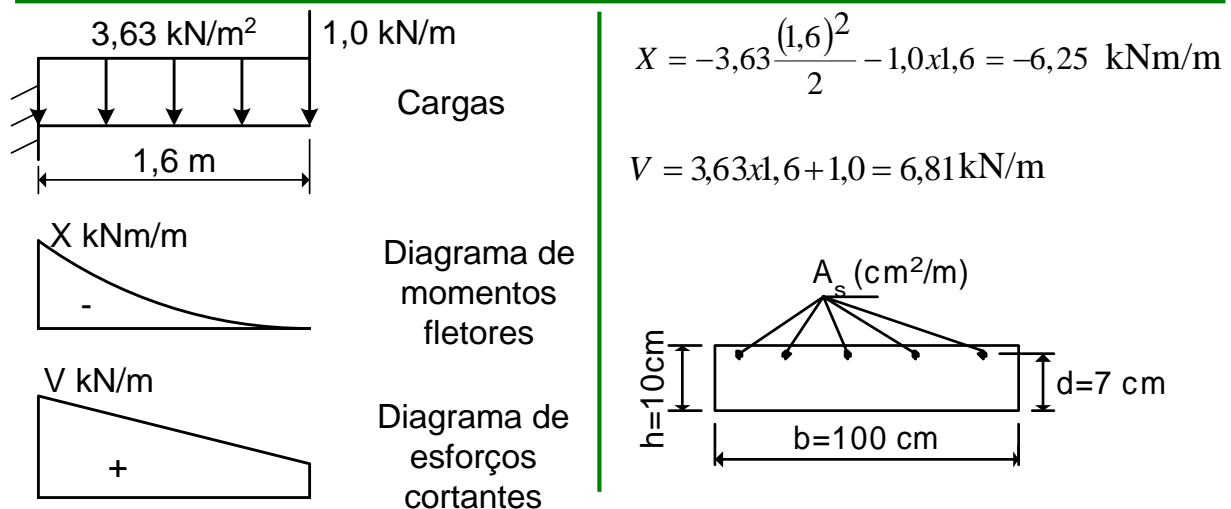
## 6- Cálculo de uma marquise



peso próprio =  $25(0,10+0,07)/2 = 2,13 \text{ kN/m}^2$   
 revestimento = ..... =  $1,00 \text{ kN/m}^2$   
 carga acidental = ..... =  $0,50 \text{ kN/m}^2$

Carga uniformemente distribuída =  $3,63 \text{ kN/m}^2$

Carga linear no extremo livre =  $1,00 \text{ kN/m}$



De acordo com a NBR-6118, para lajes em balanço com espessura  $h < 19 \text{ cm}$ , deve-se considerar o coeficiente adicional

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05h \geq 1 \quad (1.8.1)$$

onde  $h \geq 10$  é a espessura da laje em cm.

$$h = 10 \text{ cm} \Rightarrow \gamma_n = 1,95 - 0,05 \times 10 = 1,45.$$

Esforços de cálculo:

$$X_d = \gamma_n \gamma_f X_k = 1,45 \times 1,4 \times 6,25 = 12,69 \text{ kNm/m}$$

$$V_d = \gamma_n \gamma_f V_k = 1,45 \times 1,4 \times 6,81 = 13,82 \text{ kN/m}$$

Concreto:  $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$  ; aço CA-50  $\Rightarrow A_s = 4,6 \text{ cm}^2/\text{m}$ .

Com  $V_d = 3,82 \text{ kN/m}$  verificar se  $\tau_{wd} \leq \tau_{wu1}$  (cap. 6 do Volume 1).

---

## 7- Cálculo de lajes armadas em cruz

- Teoria das grelhas (método simplificado)
  - Método de Marcus (método simplificado)
  - Teoria das linhas de ruptura (método simplificado)
  - Teoria de flexão de placas (teoria elástica exata)
  - Analogia da grelha equivalente (método numérico)
  - Método das diferenças finitas (método numérico)
  - Método dos elementos finitos (método numérico)
- 

---

## 8- Teoria de flexão de placas

- O problema consiste na solução da equação diferencial da placa

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p(x, y)}{D}$$

- A função  $w(x, y)$  deve atender a equação diferencial e as condições de contorno.
  - A solução pode ser obtida por meio de séries de Fourier: solução de Navier e solução de Lévy.
  - Encontrado  $w(x, y)$ , obtém-se os esforços solicitantes:
    - momentos fletores:  $M_x$  e  $M_y$  ; - momento torçor:  $M_{xy}$
    - esforços cortantes:  $V_x$  e  $V_y$ ; reações de apoio:  $R_x$ ,  $R_y$ , etc.
-

## 9- Tabelas para cálculo de placas

**Tabelas do Apêndice 2 (de A2.1 a A2.6):**  $l_x$  é sempre o vão segundo a direção que corta o maior número de engastes (como aparece nos desenhos das tabelas); se o número de engastes for o mesmo nas duas direções, pode-se chamar qualquer um dos vãos de  $l_x$ .

- Tabela A2.1: nenhum engaste; liberdade para escolha de  $l_x$
  - Tabela A2.2:  $l_x$  sempre cortando um engaste e um apoio
  - Tabela A2.3:  $l_x$  sempre cortando dois engastes
  - Tabela A2.4: liberdade para escolher  $l_x$
  - Tabela A2.5:  $l_x$  sempre cortando dois engastes
  - Tabela A2.6: liberdade para escolher  $l_x$
- 
- Se  $l_x < l_y$ , usar a parte de cima da tabela. Entra-se com a relação  $l_x/l_y$
  - Se  $l_y < l_x$ , usar a parte inferior da tabela. Entra-se com a relação  $l_y/l_x$ .

### Caso $l_x < l_y$ : parte de cima da tabela

Momentos fletores:  $M_x = 0,001 \text{ m}_x \text{ pl}_x^2$  ;  $M_{xe} = 0,001 \text{ m}_{xe} \text{ pl}_x^2$  ;  
 $M_y = 0,001 \text{ m}_y \text{ pl}_x^2$  ;  $M_{ye} = 0,001 \text{ m}_{ye} \text{ pl}_x^2$

Momento torção nos cantos simplesmente apoiados:  $M_{xy} = 0,001 \text{ m}_{xy} \text{ pl}_x^2$

Reações de apoio:  $R_x = 0,001 \text{ r}_x \text{ pl}_x$  ;  $R_{xe} = 0,001 \text{ r}_{xe} \text{ pl}_x$   
 $R_y = 0,001 \text{ r}_y \text{ pl}_x$  ;  $R_{ye} = 0,001 \text{ r}_{ye} \text{ pl}_x$

Flecha no centro da laje:  $W_o = 0,001 \text{ w}_c \text{ pl}_x^4/D$

**Convenção:** O índice do momento fletor indica a direção da armadura. Momento  $M_x$  é o momento fletor positivo no centro da laje, segundo a direção de  $l_x$  (direção da armadura)

O índice da reação indica o lado onde ela atua. Reação  $R_x$  atua no lado  $l_x$ .

## Caso $l_y < l_x$ : parte de baixo da tabela

Momentos fletores:  $M_x = 0,001 \text{ m}_x \text{ ply}^2$  ;  $M_{xe} = 0,001 \text{ m}_{xe} \text{ ply}^2$  ;  
 $M_y = 0,001 \text{ m}_y \text{ ply}^2$  ;  $M_{ye} = 0,001 \text{ m}_{ye} \text{ ply}^2$

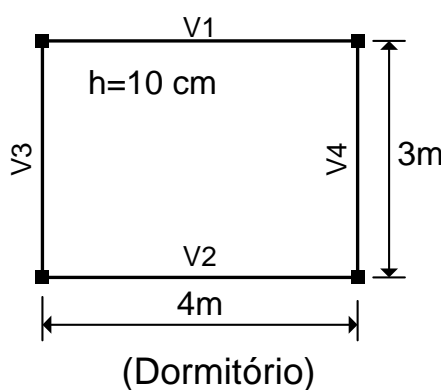
Momento torçor nos cantos simplesmente apoiados:  $M_{xy} = 0,001 \text{ m}_{xy} \text{ ply}^2$

Reações de apoio:  $R_x = 0,001 \text{ r}_x \text{ ply}$  ;  $R_{xe} = 0,001 \text{ r}_{xe} \text{ ply}$   
 $R_y = 0,001 \text{ r}_y \text{ ply}$  ;  $R_{ye} = 0,001 \text{ r}_{ye} \text{ ply}$

Flecha no centro da laje:  $W_o = 0,001 \text{ w}_c \text{ ply}^4/D$

**Unidades:** carga  $p$  (kN/m<sup>2</sup>); vãos  $l_x$  e  $l_y$  (m); momentos (kNm/m),  
reações de apoio (kN/m), flecha (m)

## Exemplo 1: Laje retangular simplesmente apoiada em todo o contorno com carga uniformemente distribuída



### Cargas:

- peso próprio:  
 $25h = 25 \times 0,10 = 2,5 \text{ kN/m}^2$
  - revestimento =  $1,0 \text{ kN/m}^2$
  - carga acidental =  $1,5 \text{ kN/m}^2$
- Carga total:  $p = 5,0 \text{ kN/m}^2$

**Tabela A2.1:**  $l_x = 4 \text{ m}$  ;  $l_y = 3 \text{ m}$ ;  $l_y/l_x = 3/4 = 0,75$

(usar a parte inferior da tabela A2.1).

Coefficientes:

$$w_c = 6,62 ; m_x = 44,2 ; m_y = 68,3 ; m_{xy} = 46,3 ; r_x = 303 ; r_y = 263.$$

**Momentos fletores:**

$$M_x = 0,001m_x pl_y^2 = 0,001 \times 44,2 \times 5,0 \times 3^2 = 1,99 \text{ kNm/m}$$

$$M_y = 0,001m_y pl_y^2 = 0,001 \times 68,3 \times 5,0 \times 3^2 = 3,07 \text{ kNm/m}$$

**Momento torçor nos cantos:**

$$M_{xy} = 0,001m_{xy} pl_y^2 = 0,001 \times 46,3 \times 5,0 \times 3^2 = 2,08 \text{ kNm/m}$$

**Reações de apoio:**

$$R_x = 0,001r_x pl_y = 0,001 \times 303 \times 5,0 \times 3 = 4,55 \text{ kN/m}$$

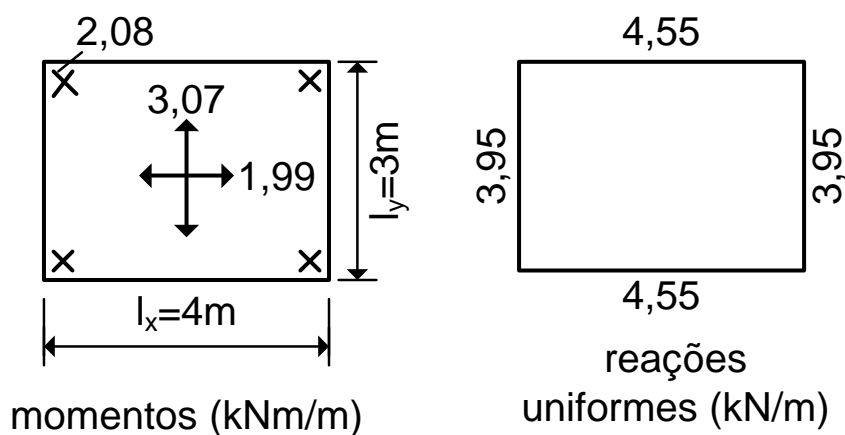
$$R_y = 0,001r_y pl_y = 0,001 \times 263 \times 5,0 \times 3 = 3,95 \text{ kN/m}$$

**Flecha:**

$$f_{ck} = 30 \text{ MPa}; E = E_{cs} = 28518 \text{ MPa}; E = 28518 \times 10^3 \text{ kN/m}^2$$

$$\nu = 0,2; h = 0,10 \text{ m}; D = Eh^3/12(1-\nu^2) = 2475 \text{ kNm}$$

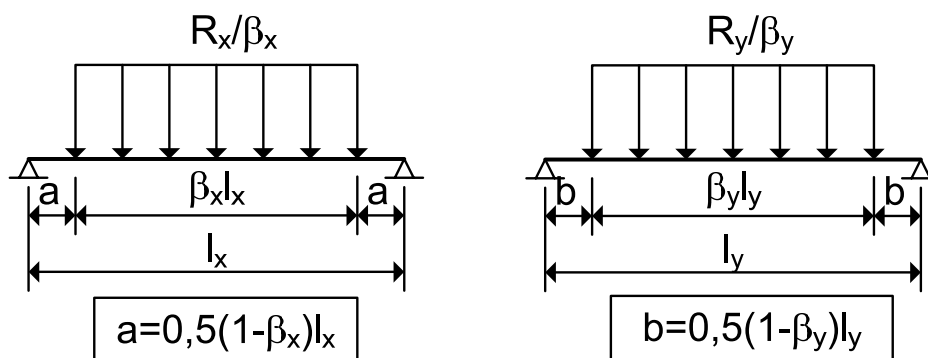
$$W_o = 0,001w_c \frac{pl_y^4}{D} = 0,001 \times 6,62 \times \frac{5,0 \times 3^4}{2475} = 0,001 \text{ m (0,1 cm)}$$

**Resultados do exemplo 1**

## Observações:

- O cálculo da flecha não leva em conta os efeitos da fluência do concreto, nem das deformações das vigas de apoio, já que as tabelas do Apêndice 2 foram elaboradas admitindo-se que  $w = 0$  nos apoios.
- É necessário colocar as armaduras de canto, as quais podem ser dimensionadas para o momento torçor  $M_{xy} = 2,08 \text{ kNm/m}$ .
- Se as armaduras de canto não forem empregadas, surgirão fissuras nos cantos, o que também provocará um aumento da flecha da laje (e dos momentos fletores positivos).
- Considerando reações uniformes sobre as vigas, pode-se obter um projeto contrário à segurança (não equilíbrio dos momentos totais).

## Consideração de reações parcialmente distribuídas

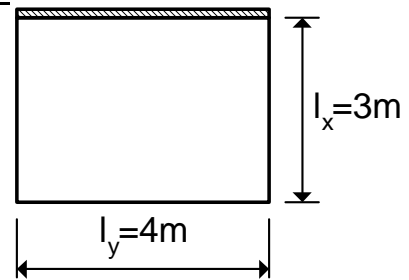


Os coeficientes  $\beta_x$  e  $\beta_y$  são fornecidos apenas para o caso de laje simplesmente apoiada nos quatro lados (Tabela A2.1 do Apêndice 2).

Esses coeficientes foram determinados de modo a garantir o equilíbrio do pavimento nas duas direções.

**Exemplo 2:** Laje retangular engastada em um lado, submetida a uma carga uniformemente distribuída

Tabela A2.2: Entrar com a relação  $l_x/l_y = 0,75$ .



$$W_o = 0,001w_c \frac{pl_x^4}{D} = 0,001 \times 3,86 \times \frac{5,0 \times 3^4}{2475} \Rightarrow W_o = 0,06 \text{ cm}$$

$$M_{xe} = 0,001m_{xe} pl_x^2 = 0,001(-105,0) \times 5,0 \times 3^2 = -4,73 \text{ kNm/m}$$

$$M_x = 0,001m_x pl_x^2 = 0,001 \times 49,1 \times 5,0 \times 3^2 = 2,21 \text{ kNm/m}$$

$$M_y = 0,001m_y pl_x^2 = 0,001 \times 25,9 \times 5,0 \times 3^2 = 1,17 \text{ kNm/m}$$

$$M_{xy} = 0,001m_{xy} pl_x^2 = 0,001 \times 34,2 \times 5,0 \times 3^2 = 1,54 \text{ kNm/m}$$

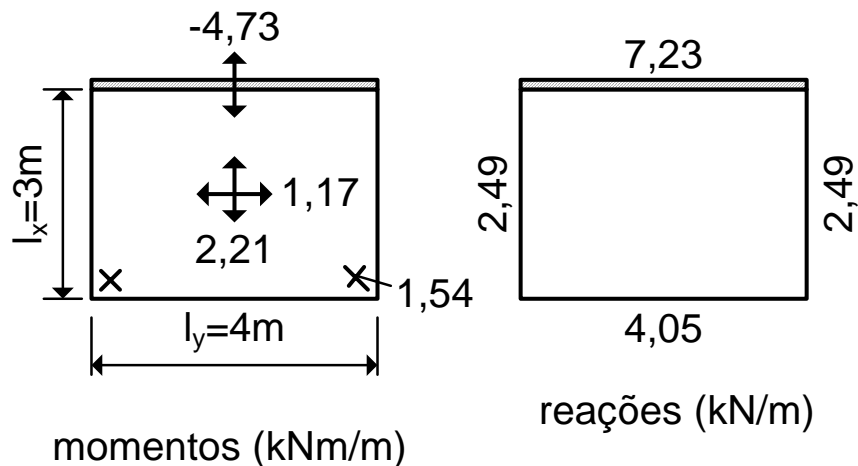
$$R_x = 0,001r_x pl_x = 0,001 \times 166 \times 5,0 \times 3 = 2,49 \text{ kN/m}$$

$$R_{ye} = 0,001r_{ye} pl_x = 0,001 \times 482 \times 5,0 \times 3 = 7,23 \text{ kN/m}$$

$$R_y = 0,001r_y pl_x = 0,001 \times 270 \times 5,0 \times 3 = 4,05 \text{ kN/m}$$

Prof. José Milton de Araújo - FURG

31



**Resultados do exemplo 2**

**Observação:** Nas tabelas da Teoria de Placas, admitem-se que os apoios são indeformáveis ( $W=0$  no contorno) e que não surgem fissuras nos cantos, devidas ao momento torçor. Para essas condições serem satisfeitas, as vigas de apoio devem ser rígidas e devem ser empregadas armaduras de canto.



## Restrições ao emprego da teoria de placas

As soluções obtidas com a teoria de placas, empregando-se tabelas para cálculo imediato, são válidas desde que sejam verificadas as seguintes condições, dentre outras:

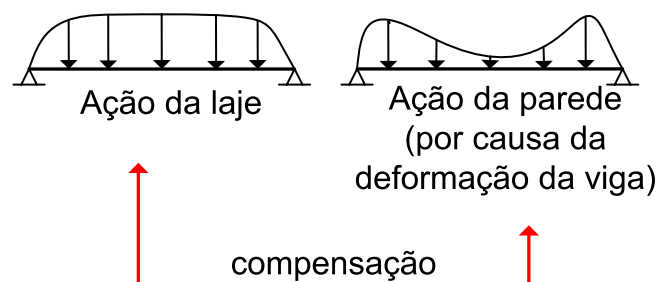
- apoios rígidos;
- emprego das armaduras de canto;
- consideração de cargas triangulares e trapezoidais, ou cargas parcialmente distribuídas, para o cálculo das vigas de apoio.

**Apoios rígidos:** lajes apoiadas em paredes (em edifícios de alvenaria estrutural) ou em vigas de grande rigidez (com relação vão/altura menor do que 7, aproximadamente).

Em geral, as vigas dos edifícios são bastante deformáveis, não sendo capazes de garantir a condição de contorno  $w = 0$  para as lajes. Logo, as flechas e os momentos positivos das lajes serão maiores.

**Armaduras de canto:** se não forem usadas, para facilitar a execução, poderão surgir fissuras nos cantos (se os apoios forem rígidos); ocorrerá um aumento das flechas e dos momentos positivos.

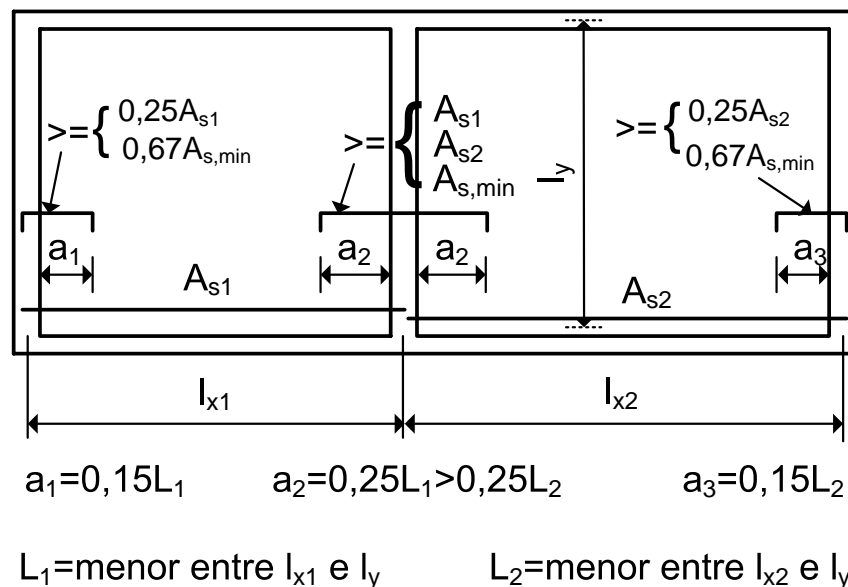
**Reações de apoio:** se considerar reações uniformes (como nas tabelas), não haverá equilíbrio dos momentos totais. Em um pavimento com muitas lajes, há a tendência de se encontrar o equilíbrio, pois as lajes são armadas para os momentos máximos (e não para os momentos médios). Além disso, há outras cargas sobre as vigas (paredes).



## Sugestões para o cálculo das lajes dos edifícios, empregando-se as Tabelas da Teoria de Placas

### Situações usuais de lajes apoiadas em vigas deformáveis:

- Considerar todas as lajes simplesmente apoiadas (tabela A2.1).
- Em uma borda comum adotar um momento negativo de valor absoluto igual ao do maior momento positivo das duas lajes vizinhas, na direção considerada.
- Em geral, pode-se dispensar o uso das armaduras de canto.
- Se as vigas de borda forem muito rígidas, coloca-se uma armadura negativa para controle da fissuração (em geral, não é o caso).
- As reações de apoio podem ser consideradas uniformes (o eventual erro é aceitável).

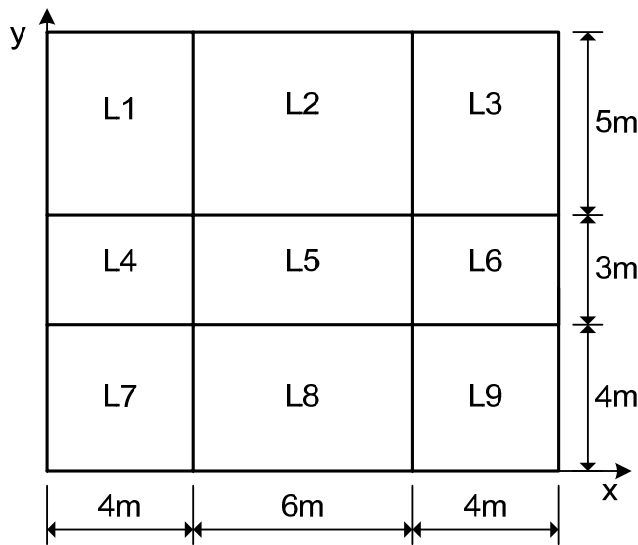


As1 e As2 calculadas como lajes  
simplesmente apoiadas nos quatro lados

**Fig. XX – Sugestão para detalhamento das armaduras**

### Exercício:

Calcular os momentos fletores, as flechas e as reações de apoio das lajes do pavimento, adotando o procedimento sugerido anteriormente



Espessura das lajes:  
 $h = 10\text{cm}$

### Vãos de cálculo das lajes

Cargas permanentes:  $g$  (peso próprio + revestimento)

Carga acidental:  $q = 1,5 \text{ kN/m}^2$  (dormitórios, banheiros, etc.)

Carga total de serviço:  $p = g + q$

Carga quase permanente:  $p_o = g + 0,3q$

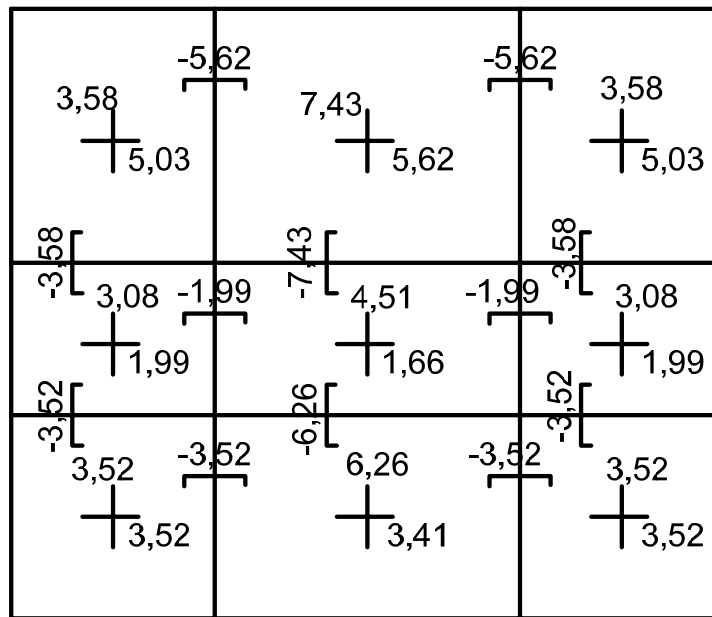
Cálculo de momentos e reações de apoio: para  $p$

Cálculo das flechas: para  $p_o$

Coefficiente de fluência:  $\varphi = 2,5$

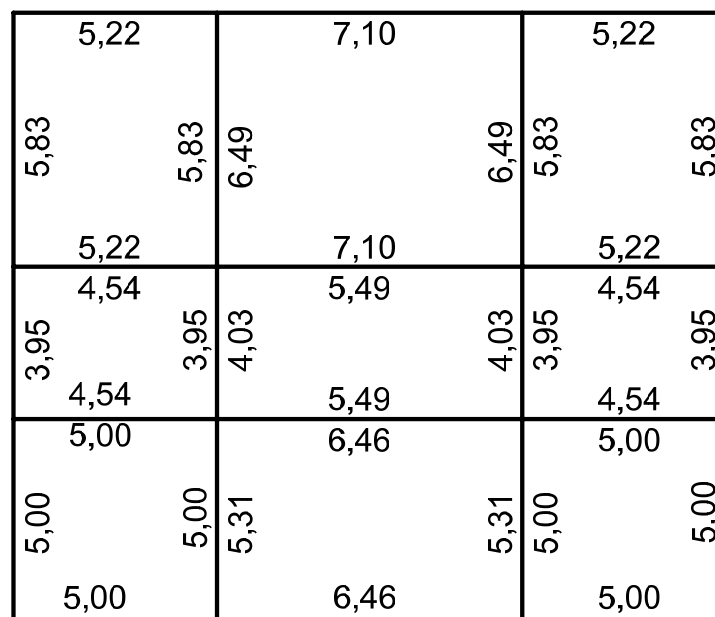
Concreto:  $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$

Coefficiente de Poisson:  $\nu = 0,2$



Momentos fletores de serviço em kNm/m

Fig. 3.2.6 – Momentos fletores característicos nas lajes (teoria de placas – modelo alternativo)



Reações de apoio em kN/m

Fig. 3.2.7 – Reações de apoio das lajes (teoria de placas – modelo alternativo)

Tabela 3.2.2 – Flechas das lajes do pavimento (em mm)  
(teoria de placas – modelo alternativo)

Laje	$W_o$	$W_\infty$	$W_{adm}$
L1	2,4	8,4	16,0
L2	5,6	19,6	20,0
L3	2,4	8,4	16,0
L4	0,9	3,2	12,0
L5	1,3	4,6	12,0
L6	0,9	3,2	12,0
L7	1,6	5,6	16,0
L8	3,1	10,9	16,0
L9	1,6	5,6	16,0

**Flecha Final:**  $W_\infty = (1 + \varphi)W_o$

**Flecha admissível:**  $W_{adm} = l/250$ , onde  $l$  é o menor vão da laje

## COMENTÁRIOS FINAIS

- A maneira correta de se calcular um pavimento é através de métodos numéricos (analogia da grelha equivalente, método dos elementos finitos). Como essa análise é acoplada, os esforços nas lajes e nas vigas levam em conta a rigidez relativa entre esses elementos.
- Há no mercado diversos softwares comerciais que fazem a análise acoplada (Cypecad, Eberick, TQS, etc.).
- Quando não se dispõe de um software, realiza-se o cálculo manual por meio de tabelas. Os resultados são aproximados, mas satisfatórios devido à grande capacidade de redistribuição de esforços das lajes de concreto armado.
- O emprego das armaduras mínimas, as folgas nos carregamentos, o detalhamento das lajes com barras corridas (com espaçamento uniforme) contribuem para o aumento da segurança.

## 12- Detalhamento das lajes maciças

### A) Espessura mínima das lajes

- a) 7 cm para lajes de cobertura não em balanço;
- b) 8 cm para lajes de piso não em balanço;
- c) 10 cm para lajes em balanço;
- d) 10 cm para lajes que suportem veículos de peso total menor ou igual a 30 kN;
- e) 12 cm para lajes que suportem veículos de peso total maior que 30 kN;
- f) 16 cm para lajes lisas e 14 cm para lajes cogumelo.

Para as lajes em balanço com espessura  $h < 19$  cm, deve-se considerar o coeficiente adicional

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05h \geq 1 \quad (4.2.1)$$

onde  $h \geq 10$  é a espessura da laje em cm.

O coeficiente  $\gamma_n$  deve majorar os esforços de cálculo finais, quando do dimensionamento das lajes em balanço.

## B - Cálculo de flechas em lajes

Carregamento quase permanente:  $p = g + 0,3q$

$g$  = carga permanente;  $q$  = carga acidental

Flecha inicial:  $W_0$  (como laje armada em cruz ou armada em uma direção)

Flecha final:  $W_\infty = (1 + \varphi)W_0$ , onde  $\varphi$  = coeficiente de fluência

**Rigidez à flexão da laje:** 
$$D = \frac{E_{cs}h^3}{12(1 - \nu^2)}$$

Coeficiente de Poisson do concreto:  $\nu = 0,2$

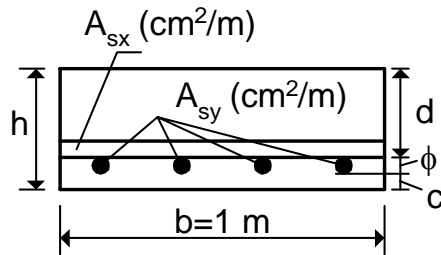
Módulo secante:  $E_{cs} = 0,85 \times 21500 \left( \frac{f_{ck} + 8}{10} \right)^{1/3}$ , MPa

### **Flecha admissível:**

$W_\infty \leq l/250$ , para lajes não em balanço ( $l$  é o menor vão da laje)

$W_\infty \leq l/125$ , para lajes em balanço ( $l$  é o comprimento teórico)

## C - Cálculo das armaduras de flexão



$$d = h - \phi - c$$

(Altura útil)

Admitindo classe I de agressividade ambiental ( $c = 2,0\text{cm}$ ) e barras de diâmetro  $\phi = 5\text{ mm}$ , resulta  $d = h - 2,5\text{ cm}$ .

Dimensionamento à flexão simples: 
$$\mu = \frac{M_d}{bd^2\sigma_{cd}} = \frac{1,4M_k}{bd^2\sigma_{cd}}$$

onde  $M_k$  (kNm/m) é o momento fletor característico em uma direção e  $b = 100\text{ cm}$ .

Armadura calculada:  $A_s$  (cm<sup>2</sup>/m), conforme o capítulo 3 (flexão simples).

Armadura mínima:  $A_{s,\min} = \rho_{\min} 100h$ , cm<sup>2</sup>/m

Tabela 4.4.1 - Taxas mínimas da armadura de flexão  $\rho_{\min}$  (%)

$f_{ck}$ (MPa)	Concretos do Grupo I						
	20	25	30	35	40	45	50
CA-50	0,15	0,15	0,17	0,19	0,21	0,23	0,24
CA-60	0,15	0,15	0,15	0,16	0,18	0,19	0,20
$f_{ck}$ (MPa)	Concretos do Grupo II						
	55	60	70	80	90		
CA-50	0,25	0,26	0,27	0,29	0,30		
CA-60	0,21	0,21	0,23	0,24	0,25		

**Escolha das barras:** Tabela A3.1 do Apêndice 3

**Exemplo:**  $A_s = 1,9\text{ cm}^2/\text{m}$

Da tabela A3.1:  $\phi 5,0c.10$ ;  $\phi 6,3c.16$  (etc.)

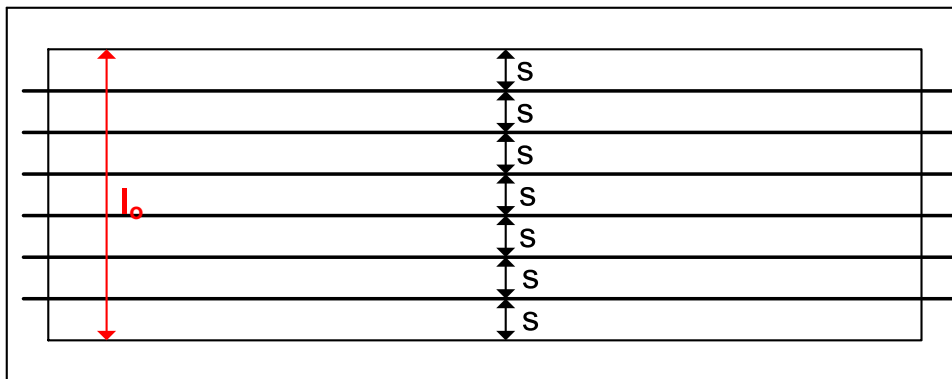
## Correção da área de aço no caso de alteração na categoria do aço

Se dimensionar considerando o aço CA-60,  $f_{yd}=60/1,15$  kN/cm<sup>2</sup>.  
Vai encontrar a área de aço  $A_{s1}$  (cm<sup>2</sup>/m).

Se resolver usar o aço CA-50, porque não foi possível empregar barras de 5 mm (deu um espaçamento muito pequeno), é necessário corrigir a área de aço, pois  $f_{yd}=50/1,15$  kN/cm<sup>2</sup>.

Basta calcular a nova área de aço com a relação  $A_{s2}=A_{s1} \times 60/50$ , ou seja,  $A_{s2}=1,2A_{s1}$ .

Com  $A_{s2}$ , entra-se na tabela A3.1 e determinam-se o diâmetro e o espaçamento com aço CA-50.



$n$  barras e  $(n+1)$  espaços  $s$

**$n=l_0/s$**  (arredondando-se para o inteiro imediatamente inferior).

**Exemplo:**  $l_0=420$  cm ;  $s=13$  cm ;  $n=420/13=32,3$  cm

Adotando  $n=32$  barras, o espaçamento real será  $s=420/33=12,7$  cm



## D - Cobrimento da armadura

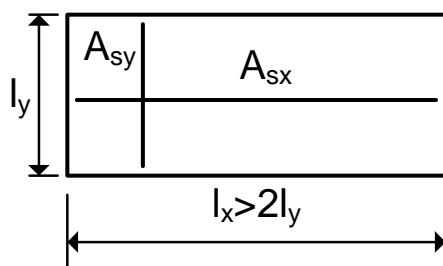
Cobrimentos nominais para lajes

Classe de agressividade	I	II	III	IV
Cobrimento nominal (cm)	2,0	2,5	3,5	4,5

## E - Outras prescrições da NBR-6118

Diâmetro máximo das barras da armadura = 1/8 da espessura da laje.

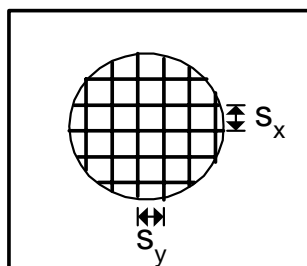
Armadura de distribuição



$A_{sx}$  mínimo:

- a)  $A_{sy}/5$
- b)  $0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$
- c)  $A_{s,\text{min}}$
- d) 3 barras por metro

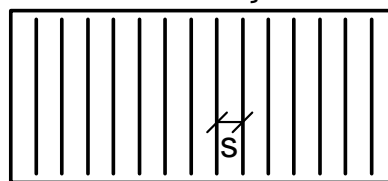
laje armada em cruz



$$s_x \leq s_{\text{max}}$$

$$s_y \leq s_{\text{max}}$$

laje armada em uma direção



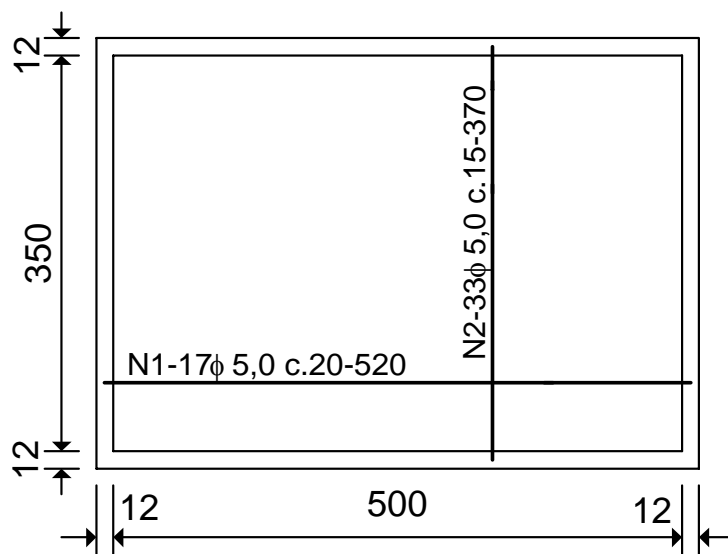
$$s \leq s_{\text{max}}$$

$$s_{\text{max}} = \text{menor valor entre } 20\text{cm e } 2h$$

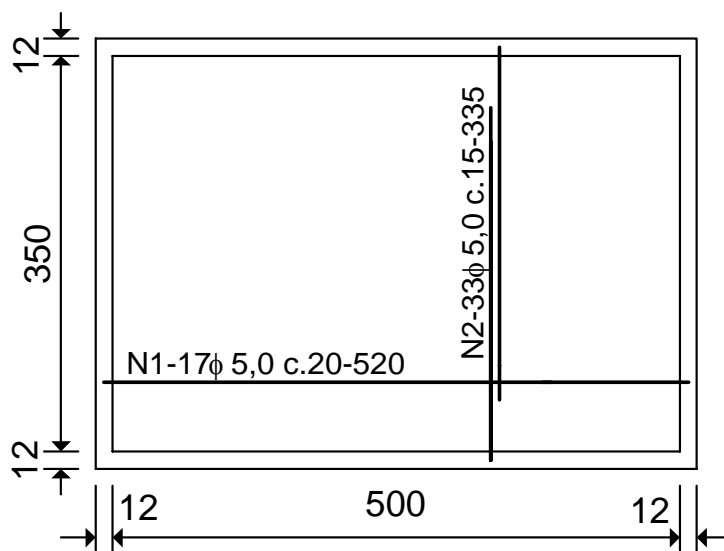
## Espaçamentos máximos das armaduras principais

Para as armaduras negativas, pode-se adotar um espaçamento de até 25 cm, para facilitar as operações de concretagem.

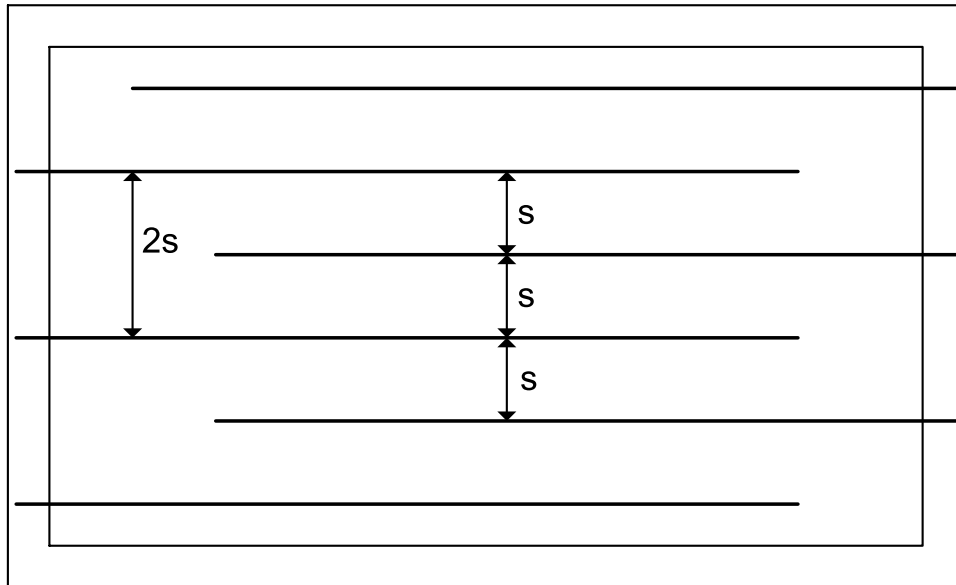
## F - Detalhamento das armaduras de flexão



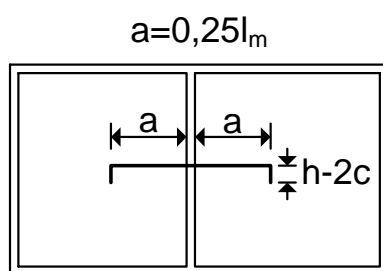
**Armaduras positivas com barras corridas**



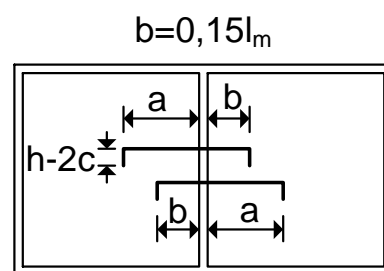
**Armaduras positivas com barras alternadas**



Como  $2s < 33 \text{ cm}$ ,  $s < 16,5 \text{ cm}$  (restrição para uso de barras alternadas)



**Armaduras negativas com barras corridas**

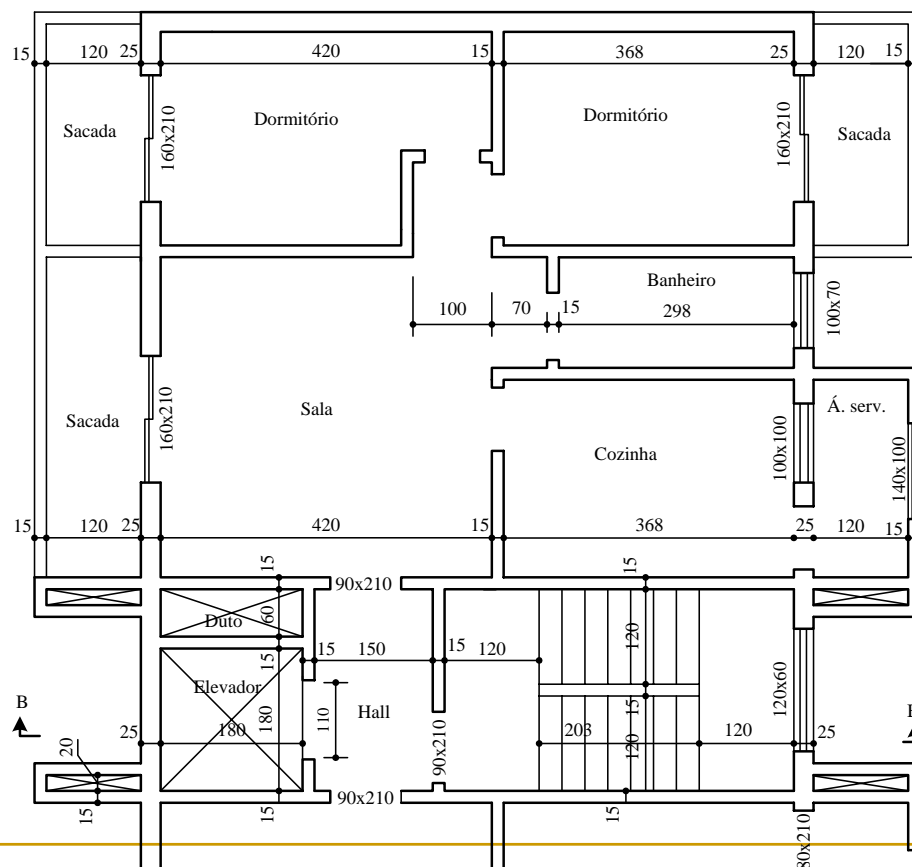


**Armaduras negativas com barras alternadas**

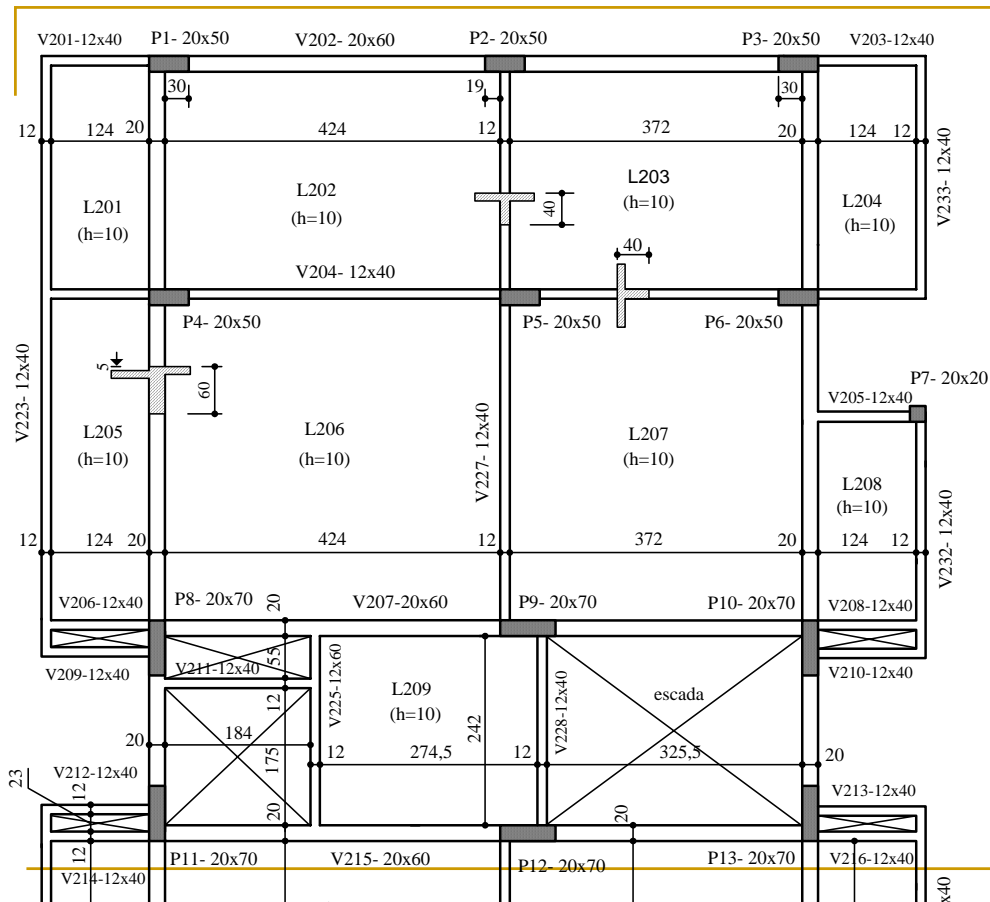
$l_m =$  maior dos menores vãos das lajes adjacentes  
(Ver Fig. XX na página 37)

## Exemplo de projeto estrutural

### Edifício residencial de nove pavimentos



Planta baixa  
do  
pavimento  
tipo

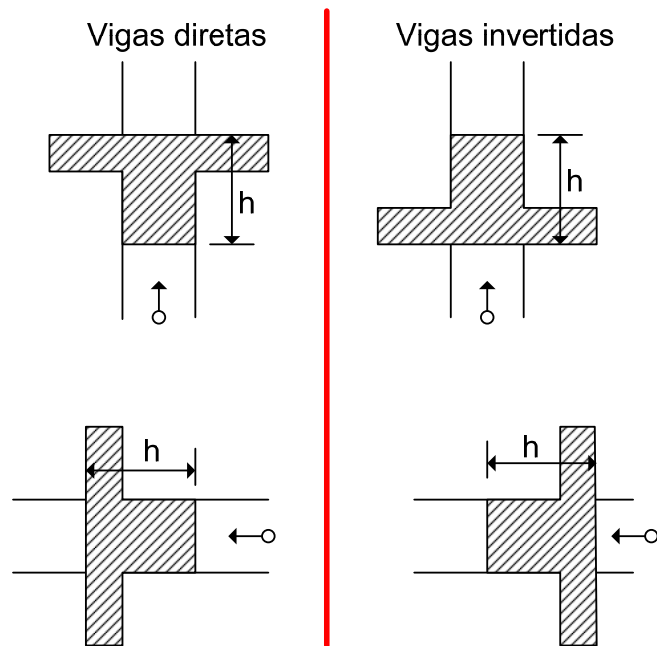


Planta de formas do pavimento tipo

Prof. José Milton de Araújo - FURG

57

## Cortes locais em vigas

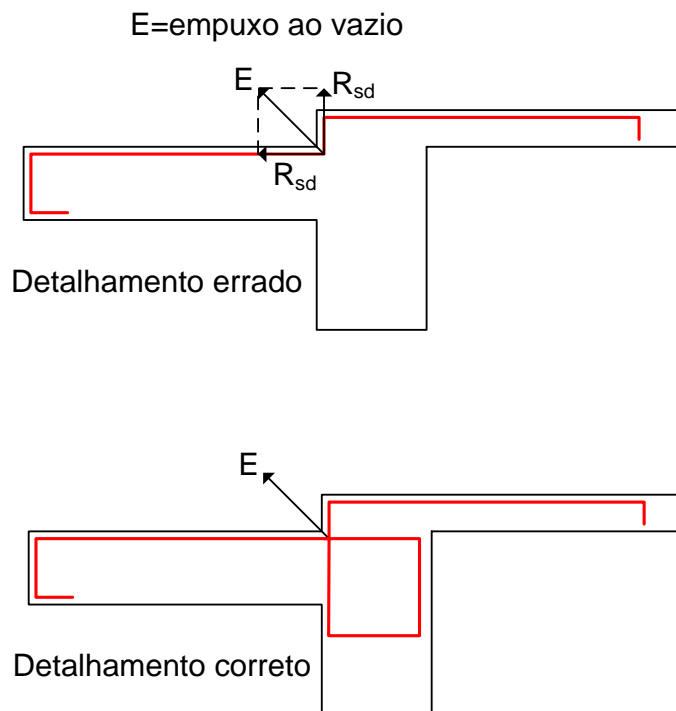


o = posição do observador

Prof. José Milton de Araújo - FURG

58

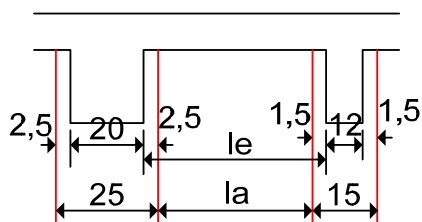
## Empuxo ao vazio em sacadas rebaixadas



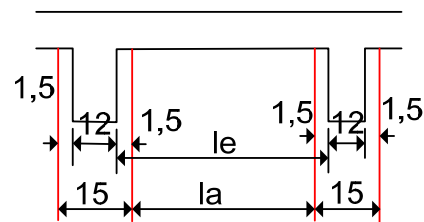
Prof. José Milton de Araújo - FURG

59

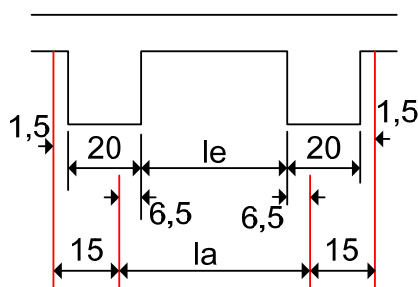
## Determinação dos vãos livres da estrutura



$$le = la + 4\text{cm}$$



$$le = la + 3\text{cm}$$



$$le = la - 13\text{cm}$$

$la$  = vão livre na arquitetura  
 $le$  = vão livre na estrutura

Prof. José Milton de Araújo - FURG

60

---

## Projetar as lajes

Concreto:  $f_{ck} = 25\text{MPa}$  Coeficiente de fluência = 2,5

Aço: CA-60 ( $\phi = 5\text{ mm}$ ) e CA-50 ( $\phi = 6,3$  e  $8,0\text{ mm}$ )

Alvenaria: tijolo furado (sem descontar as aberturas)

Revestimento das lajes =  $0,8\text{ kN/m}^2$

Classe de agressividade ambiental = I

Método: considerando o valor absoluto do momento negativo igual ao do maior positivo das lajes vizinhas em cada direção.

Tabela: Teoria de Placas (Tabela A2.1)