

# CÁLCULO DE VIGAS

## 1- Cargas nas vigas dos edifícios

- **peso próprio :**

$$p_p = 25A_c, \text{ kN/m} \quad (A_c = \text{área da seção transversal da viga em m}^2)$$

Exemplo: Seção retangular: 20x40cm:  $p_p = 25 \times 0,20 \times 0,40 = 2 \text{ kN/m}$

- **alvenarias :**  $p_a = \gamma_a t H$ , kN/m

( $\gamma_a$  = peso específico da alvenaria,  $t$  = espessura ;  $H$  = altura da parede)

- alvenaria de tijolos cerâmicos furados:  $\gamma_a = 13 \text{ kN/m}^3$ ;

- alvenaria de tijolos cerâmicos maciços:  $\gamma_a = 18 \text{ kN/m}^3$ .

- **ações das lajes :** Cálculo das reações conforme o capítulo de lajes.

- **ação de vigas** : Nos casos de apoios indiretos, a viga principal recebe uma carga concentrada.
- **ação de pilares** : Quando um pilar se apoia em uma viga de transição.

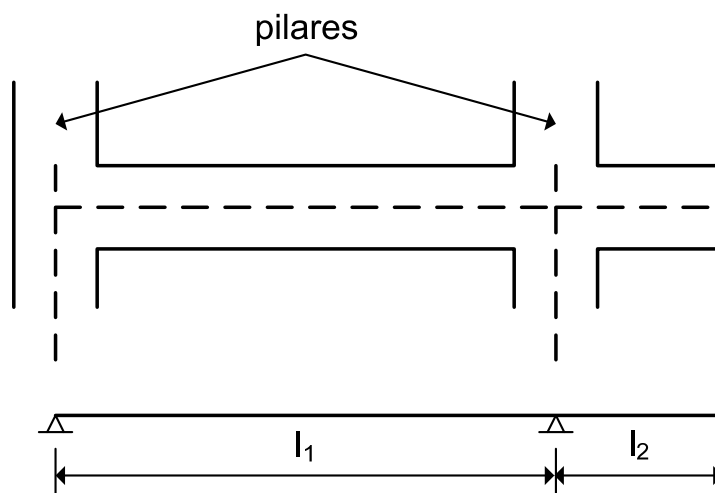
**Observações:** A rigor, as reações de apoio das lajes não são uniformes. A consideração de reações uniformes leva a uma solução contrária à segurança para as vigas de apoio. O esforço cortante e reações de apoio das vigas estarão corretos, mas os momentos fletores serão menores que os reais. É possível corrigir o problema, considerando reações de apoio triangulares e trapezoidais, ou outras formulações, mas isto pode complicar o cálculo da viga.

Na prática de projeto, pode-se ignorar esse problema, desde que haja alguma folga no carregamento das vigas. Isto se consegue, por exemplo, desprezando as aberturas de portas e janelas (considerando que as paredes são fechadas até o teto). ☀

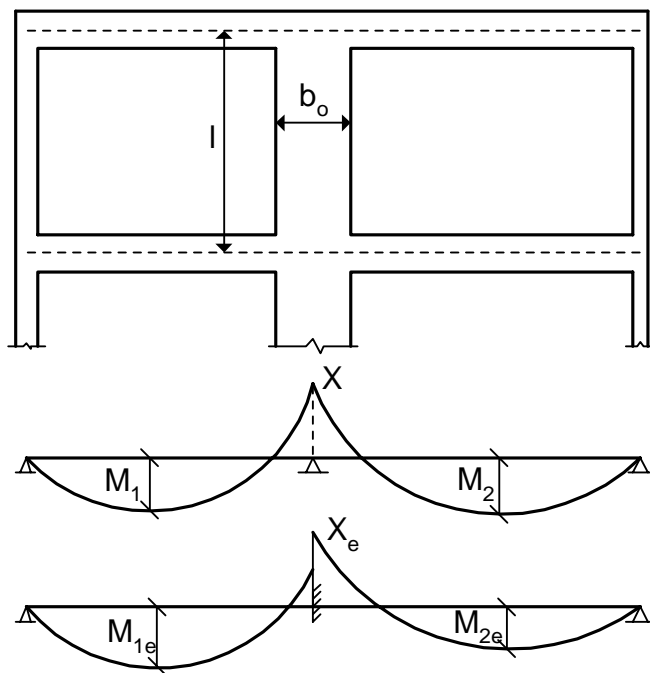
## 2- Vãos teóricos

O vão teórico (ou vão de cálculo),  $l$ , é a distância entre os centros dos apoios.

Nas vigas em balanço:  $l$  = comprimento da extremidade livre até o centro do apoio.



### 3- Cálculo dos esforços



Pórtico plano

Cálculo simplificado  
como viga contínua

A NBR-6118 permite considerar as vigas dos edifícios como contínuas, sem ligações rígidas com os pilares.

Entretanto, **é necessário** fazer um segundo cálculo engastando os apoios internos.

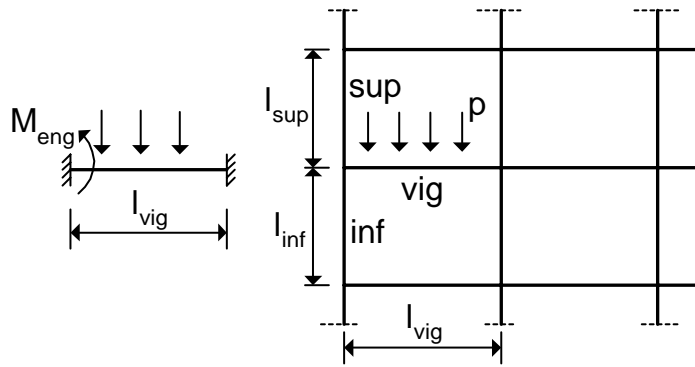
**a)** Momentos positivos para dimensionamento das armaduras dos vãos:

Vão 1: maior entre  $M_1$  e  $M_{1e}$

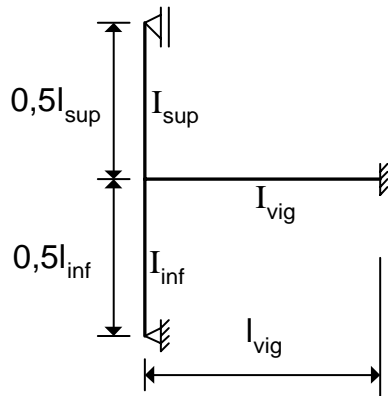
Vão 2: maior entre  $M_2$  e  $M_{2e}$

O momento negativo sobre o apoio é  $X$ .

**b)** Se  $b_o > 0,25l$ , deve-se considerar o maior momento negativo, em valor absoluto, entre  $X$  e  $X_e$ .



**Pórtico plano**



$$r_{vig} = 4I_{vig}/l_{vig}$$

$$r_{sup} = 6I_{sup}/l_{sup}$$

$$r_{inf} = 6I_{inf}/l_{inf}$$

**Modelo para cálculo do momento negativo na ligação com os pilares de extremidade**

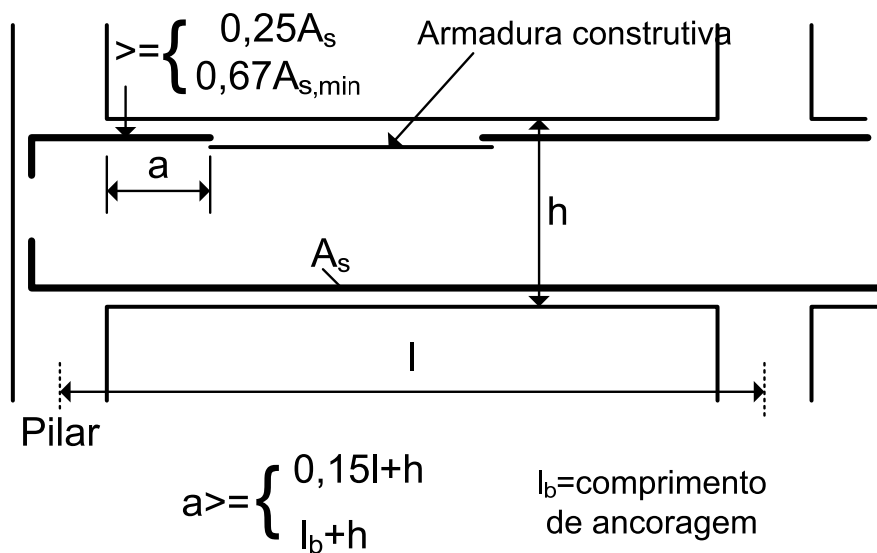
**c)** Momento negativo nos apoios de extremidade:

$$M = M_{eng} \frac{r_{inf} + r_{sup}}{r_{vig} + r_{inf} + r_{sup}}$$

$M_{eng}$  = momento de engastamento perfeito;

$r = \alpha I/l$  = coeficiente de rigidez, sendo  $I$  o momento de inércia da seção transversal e  $l$  o vão.

**No lugar desse cálculo, pode-se empregar a solução da Fig. YY (seguinte).**



**Fig. YY – Armadura negativa nos apoios de extremidade (Alternativa de projeto conforme CEB e EC2)**

## 4- Cálculo das armaduras das vigas

### A) Armaduras longitudinais

$\mu = \frac{M_d}{bd^2 \sigma_{cd}} = \frac{\gamma_f M_k}{bd^2 (\alpha_c f_{cd})}$	$\mu \leq \mu_{lim} \Rightarrow$ armadura simples ( $A_s$ ) $\mu > \mu_{lim} \Rightarrow$ armadura dupla ( $A_s$ e $A'_s$ )
$\alpha_c = 0,85$ se $f_{ck} \leq 50$ MPa	
<u>Armadura mínima:</u> $A_s \geq A_{s,min} = \rho_{min} A_c$ $\rho_{min}$ = taxa mínima de armadura (ver capítulo sobre flexão simples)	<u>Armadura máxima:</u> $A_s + A'_s \leq \frac{4}{100} A_c$

Escolha das barras: **Tabela A3.2**

Exemplo:  $A_s = 3,5 \text{ cm}^2$  (área de aço calculada)

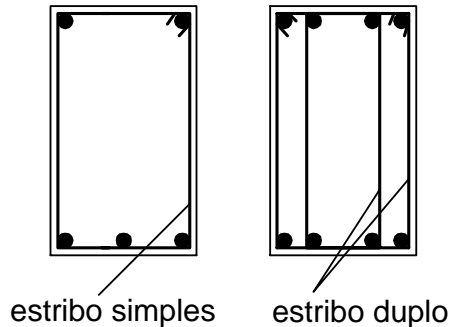
**Opção 1:** 3 barras de 12,5mm ( $3\phi 12,5$ )

área existente =  $3,68 \text{ cm}^2$ .

**Opção 2:**  $2\phi 10,0 + 1\phi 16,0$

área existente =  $1,57 + 2,01 = 3,58 \text{ cm}^2$ .

### B) Armaduras transversais



- Ver capítulo sobre esforço cortante.
- Estribos simples: dois ramos.
- Estribos duplos: quatro ramos.
- $A_{sw} \text{ (cm}^2\text{/m)}$  = área da armadura obtida no dimensionamento.

Escolha dos estribos: **Tabela A3.3**

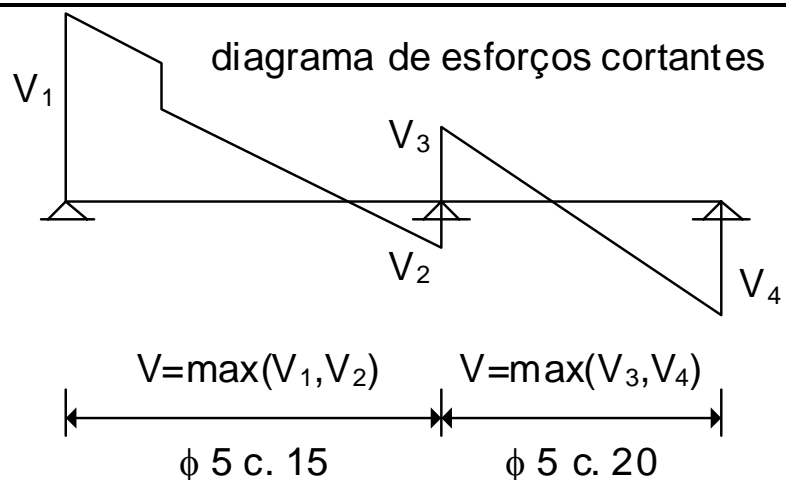
Exemplo: armadura calculada

$A_{sw} = 2,60 \text{ cm}^2\text{/m}$

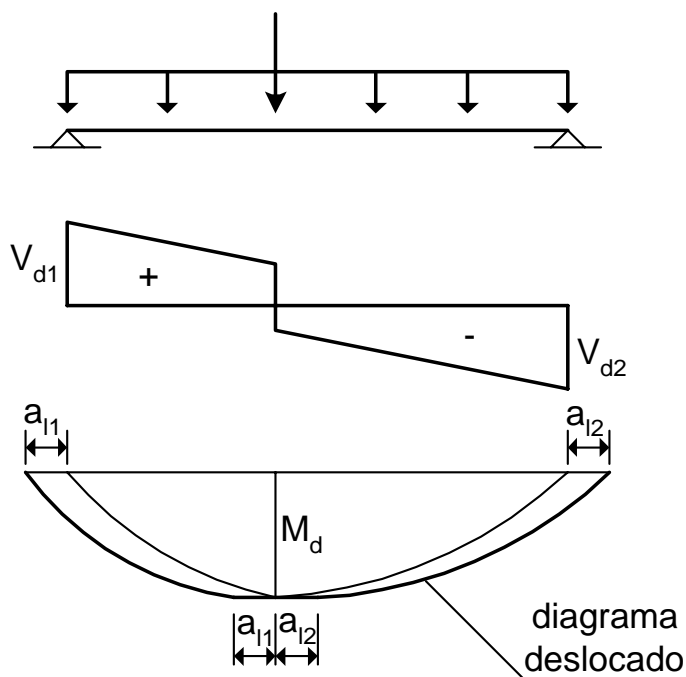
**Observação:** Se a área da armadura calculada for muito grande, podem-se empregar estribos duplos (4 ramos). Basta multiplicar por 2 as áreas fornecidas na tabela A3.3.

**Opção 1:**  $\phi 5 \text{ c. } 15$  (área existente =  $2,62 \text{ cm}^2\text{/m}$ )

**Opção 2:**  $\phi 6,3 \text{ c. } 24$  (área existente =  $2,60 \text{ cm}^2\text{/m}$ )



## 5- Escalonamento da armadura longitudinal



### Deslocamento do diagrama de momentos fletores

Prof. José Milton de Araújo - FURG

13

Para escalonar a armadura longitudinal das vigas, é necessário dar um deslocamento  $a_l$  no diagrama de momentos fletores (ver capítulo sobre esforço cortante).

Empregando estribos verticais:

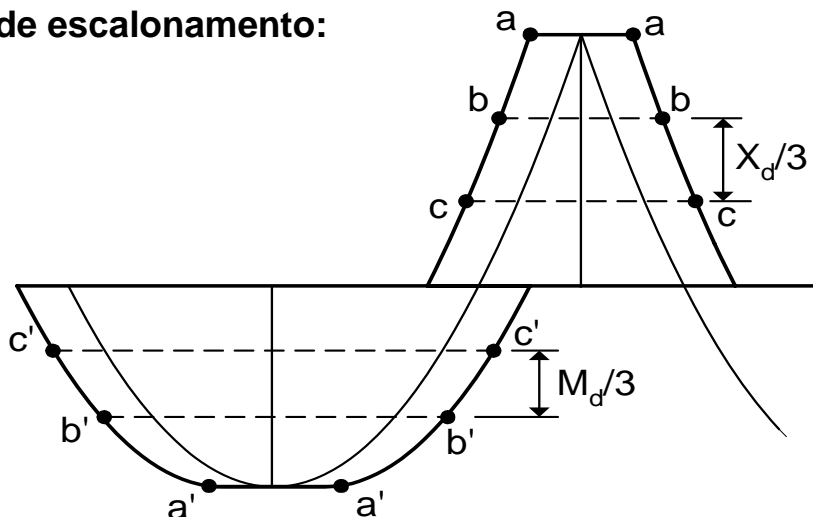
$$a_l = \frac{\tau_w d}{2(\tau_w d - \tau_c)} d \geq 0,5d$$

Simplificação usual:  $a_l = d$

Prof. José Milton de Araújo - FURG

14

## Exemplo de escalonamento:



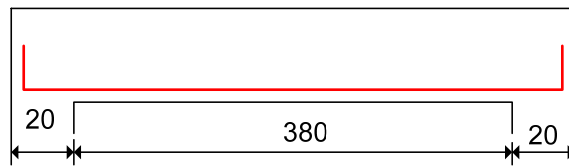
- Para o momento positivo  $M_d$ : resultaram 3 barras de mesmo diâmetro.
- Para o momento negativo  $X_d$ : resultaram 3 barras de mesmo diâmetro.
- A partir dos pontos **a**, **b**, **c**: ancoramos as barras da armadura superior (normalmente estão em zona de má aderência).
- A partir dos pontos **a'**, **b'**, **c'**: ancoramos as barras da armadura inferior (estão em zona de boa aderência).

$l_{b,nec} = l_b \frac{A_{s,cal}}{A_{se}} \geq \begin{cases} 0,3l_b \\ 10\phi \\ 10cm \end{cases}$ <p>(Ancoragem reta)</p> <p>Cálculo de <math>l_b</math>: Ver capítulo sobre ancoragem.</p>	<p><b>Ancoragem com gancho nos apoios de extremidade:</b></p> $l_{b,nec} = 0,7 l_b \frac{A_{s,cal}}{A_{se}} \geq l_{b,min}$ <p>; <math>l_{b,min} \geq \begin{cases} R + 5,5\phi \\ 6cm \end{cases}</math> ;</p> $A_{s,cal} = \frac{a_l}{d} \frac{V_d}{f_{yd}} \cong \frac{V_d}{f_{yd}}$
--	---

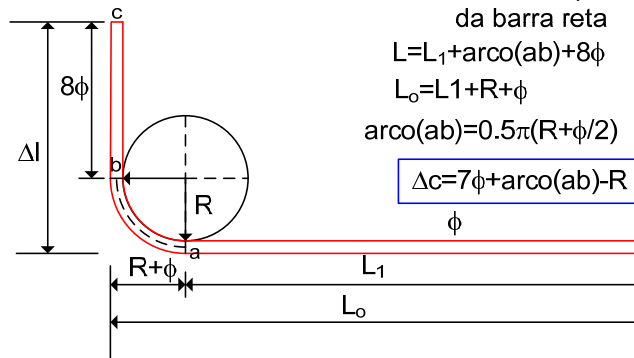
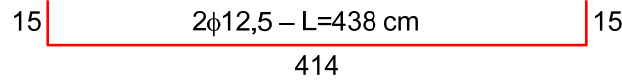
**Tabela A3.4:** fornece  $l_b$  e  $l_{be} = 0,7l_b$ , para os aços CA-50 e para algumas classes de concreto.

**Tabela A3.5:** fornece  $l_{b,min}$  para barras de aço CA-50, além das características geométricas dos ganchos em ângulo reto.





1φ12,5 - L=?



$L=L_0+\Delta C$  = Comprimento da barra reta

$L=L_1+\text{arco}(ab)+8\phi$

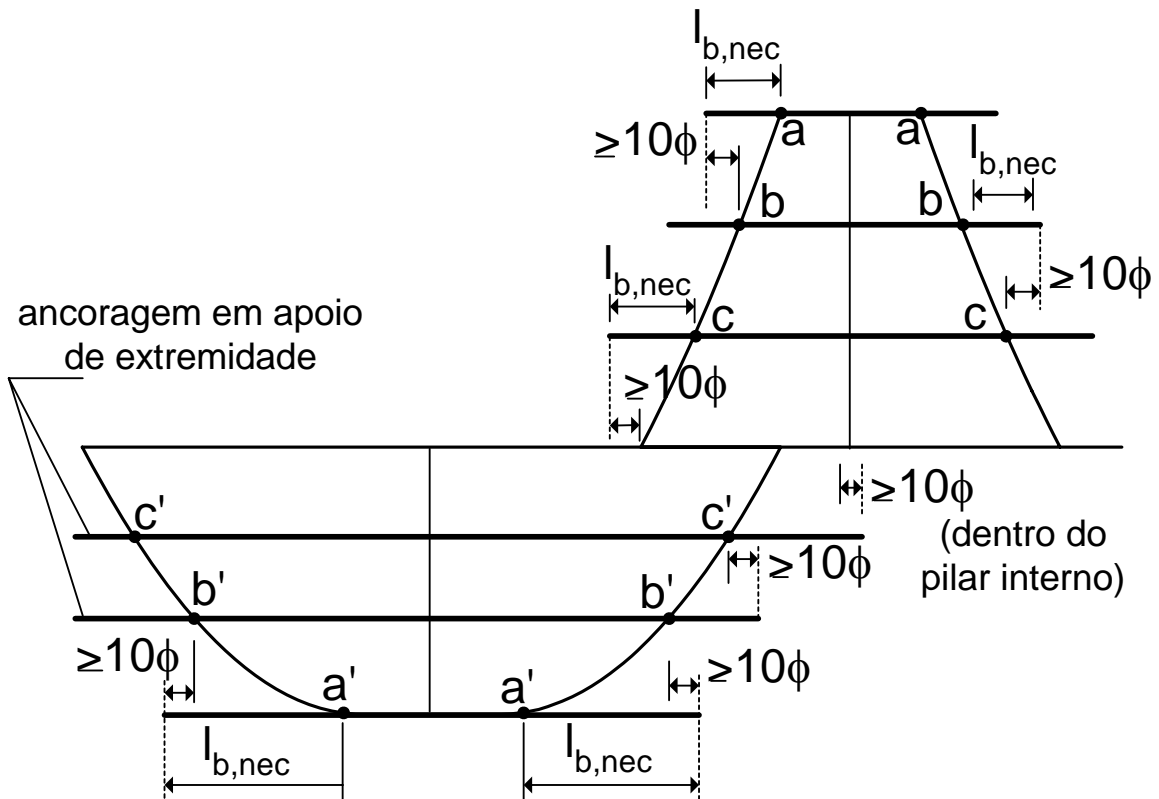
$L_0=L_1+R+\phi$

$\text{arco}(ab)=0.5\pi(R+\phi/2)$

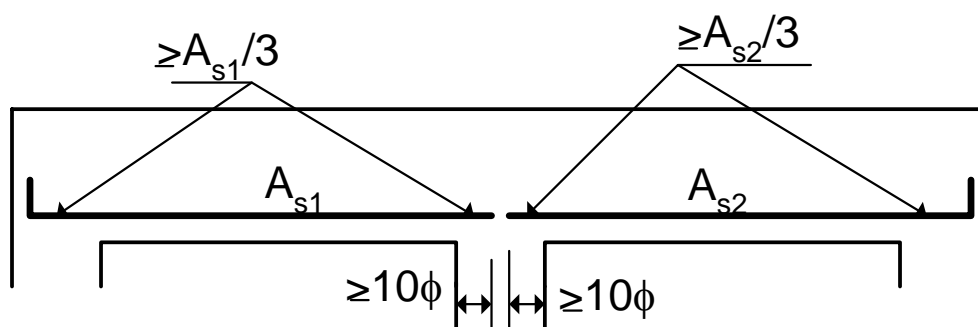
$$\Delta c=7\phi+\text{arco}(ab)-R$$

$\phi$

$\Delta l$  e  $\Delta C$ : Tabela A3.5 (valores práticos)



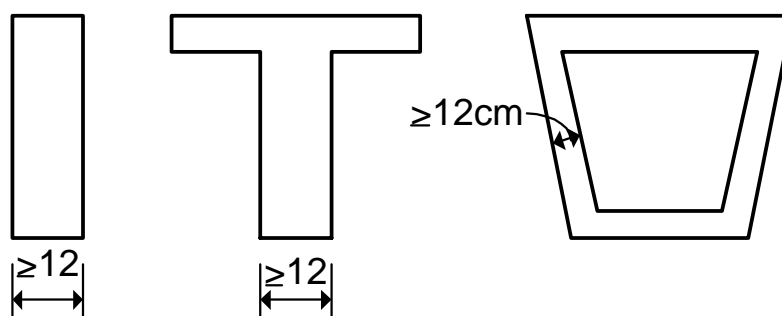
## 6- Armadura mínima nos apoios



Prolongar até os apoios pelo menos 1/3 da armadura longitudinal de tração existente no vão.

## 7- Disposições construtivas da NBR-6118

### A) Largura mínima

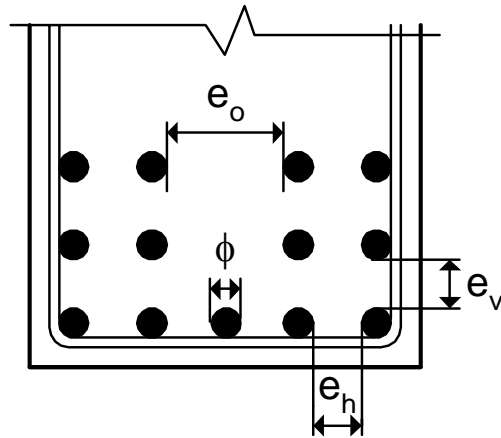


### B) Cobrimento das armaduras

Tabela 5.7.1 - Cobrimentos nominais para vigas

Classe de agressividade	I	II	III	IV
Cobrimento nominal (cm)	2,5	3,0	4,0	5,0

### C) Espaçamento das barras

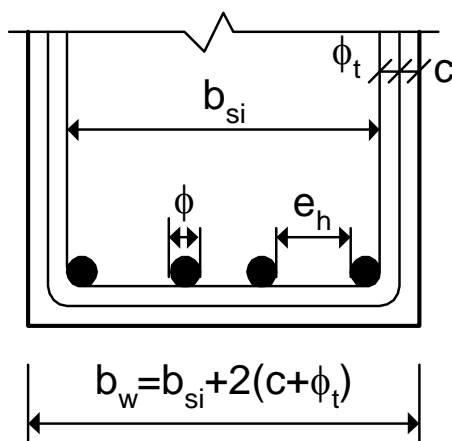


$$e_h \geq \begin{cases} 2cm \\ \phi \\ 1,2d_{\max} \end{cases};$$

$$e_v \geq \begin{cases} 2cm \\ \phi \\ 0,5d_{\max} \end{cases}$$

$\phi$  = diâmetro das barras;

$d_{\max}$  = diâmetro máximo do agregado.



$$b_{si} = n\phi + (n-1)e_h$$

$n$  = número de barras na mesma camada

Tabela A3.6: valores de  $b_{si}$ .

**Exemplo: Viga 12x40**

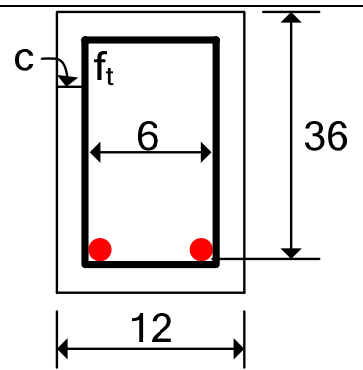
$b_w=12$  cm ;  $h=40$  cm ;  $d=36$  cm

Classe de agressividade ambiental I:

cobrimento  $c=2,5$  cm

Estribos:  $\phi_t=5$  mm

$b_{si,disp}=12-2(2,5+0,5)=6$  cm (largura disponível por dentro dos estribos)



Dado  $M_d$ , dimensiona-se a armadura:  $A_s=3,0$  cm<sup>2</sup>

Solução 1:

Tabela A3.2: 3  $\phi$  12.5 ( $A_{se}=3,68$  cm<sup>2</sup>)

Tabela A3.6:  $b_{si}=8,3$  cm  $>$   $b_{si,disp}$  (não cabem em uma camada)

Solução 2:

Tabela A3.2: 2  $\phi$  16 ( $A_{se}=4,02$  cm<sup>2</sup>)

Tabela A3.6:  $b_{si}=5,5$  cm  $<$   $b_{si,disp}$  (cabem em uma camada) OK!

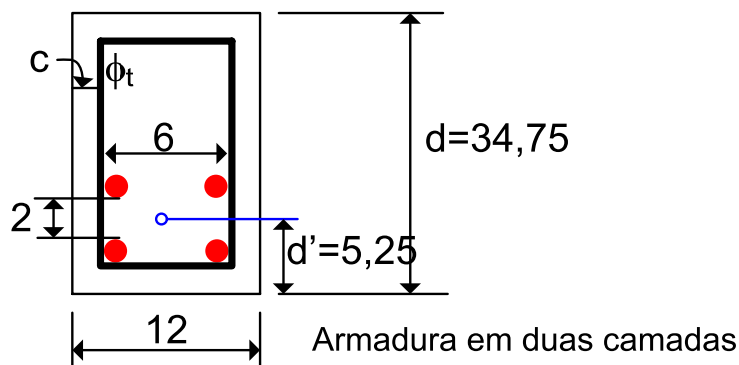
**Exemplo: mesmos dados anteriores**

Dado  $M_d$ , dimensiona-se a armadura:  $A_s=3,9$  cm<sup>2</sup>

Solução 1:

Tabela A3.2: 4  $\phi$  12.5 ( $A_{se}=4,91$  cm<sup>2</sup>)

Tabela A3.6:  $b_{si}=11,8$  cm  $>$   $b_{si,disp}$  (não cabem em uma camada)



**Conclusão:** Ficou contrário à segurança, pois o dimensionamento foi feito com  $d=36$  cm. É necessário dimensionar novamente com  $d=34,75$  cm e ver se a área  $A_{se}=4,91$  cm<sup>2</sup> é suficiente.

Daqui para frente, deve-se trabalhar com  $d=34,75$  cm (para dimensionamento ao cortante, cálculo de flecha, etc.).

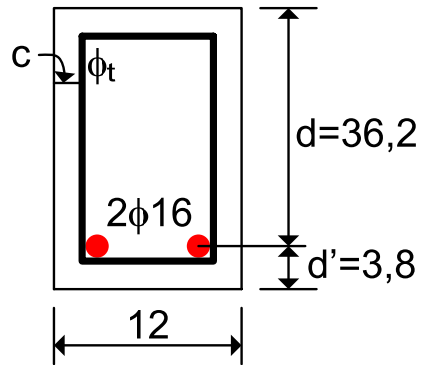
**Exemplo:** mesmos dados anteriores

Dado  $M_d$ , dimensiona-se a armadura:  $A_s=3,9 \text{ cm}^2$

Solução 2:

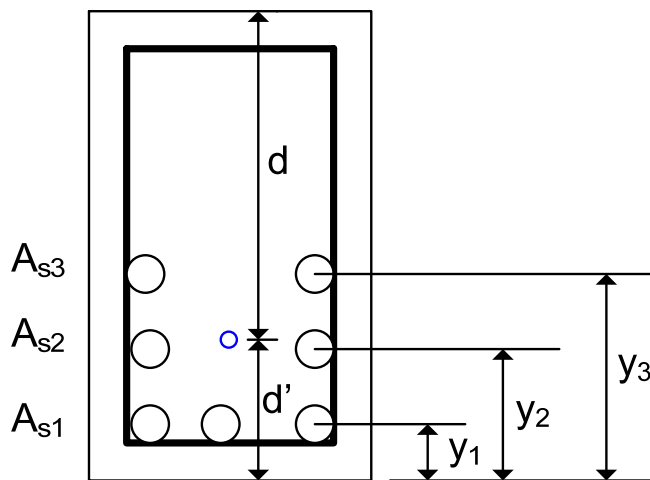
Tabela A3.2:  $2 \phi 16$  ( $A_{se}= 4,02 \text{ cm}^2$ )

Tabela A3.6:  $b_{si} = 5,5 \text{ cm} < b_{si,disp}$  (cabem em uma camada)



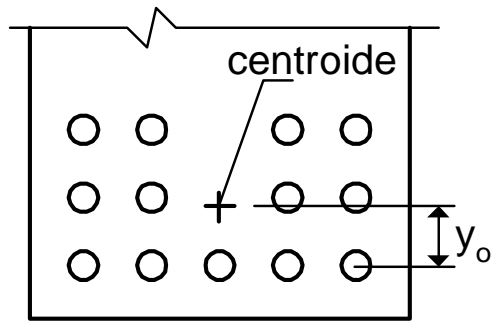
**Conclusão:** Ficou a favor da segurança, pois o dimensionamento foi feito com  $d=36\text{cm}$  e a altura útil real é  $d=36,2 \text{ cm}$ .

## Determinação do centróide das armaduras



$$d' = \frac{\sum_{i=1}^n A_{si} y_{si}}{\sum_{i=1}^n A_{si}}$$

### D) Armadura em várias camadas



Posição do centroide da armadura

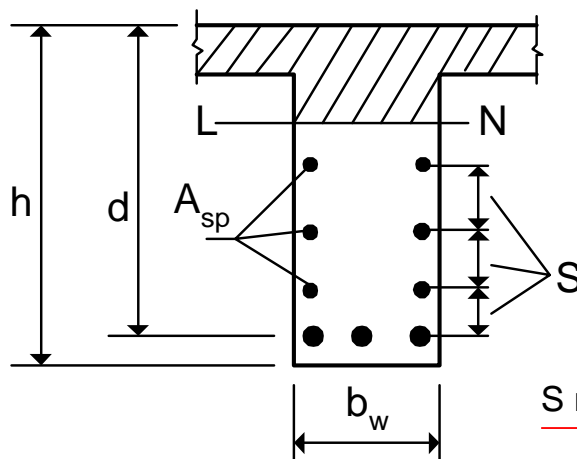
- Se  $y_o \leq 0,10h$  : é permitido considerar toda a armadura concentrada no centroide.

- Se  $y_o > 0,10h$  : não é permitido.

$h$  = altura da viga

Se  $y_o > 0,10h$ , as equações de dimensionamento desenvolvidas no primeiro bimestre não são válidas. Deve-se verificar a capacidade resistente da seção com a disposição correta das barras (PACON).

### E) Armadura de pele



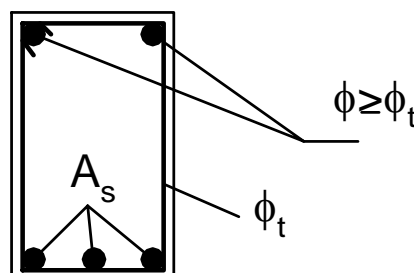
Se  $h > 60$  cm:

$A_{sp} = 0,10\% b_w h$  em cada face lateral

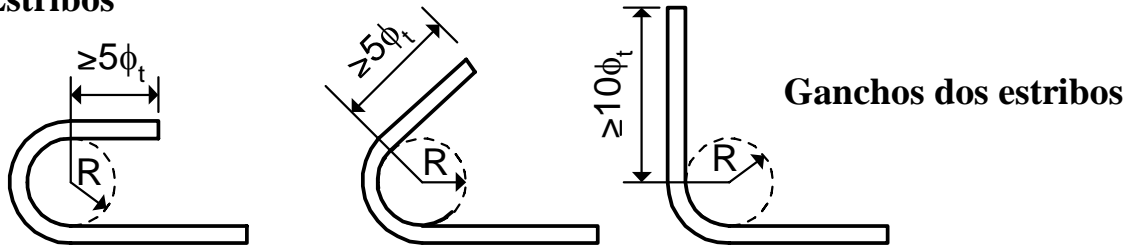
Não é necessário adotar uma armadura superior a 5 cm<sup>2</sup>/m.

S menor que d/3 e 20cm

### F) Armadura construtiva



## G) Estribos



- Diâmetro dos estribos,  $\phi_t$ :  $\phi_t \leq \begin{cases} 5 \text{ mm} \\ b_w/10 \end{cases}$ ;  $b_w$  = largura da viga.

- Espaçamento máximo,  $s_{\max}$ :

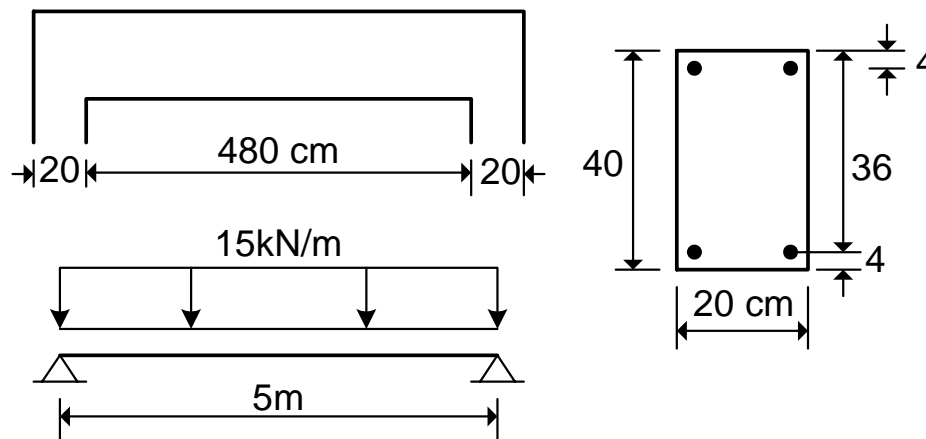
$$s_{\max} = 0,6d \leq 30 \text{ cm, se } \tau_{wd} \leq 0,67\tau_{wu};$$

$$s_{\max} = 0,3d \leq 20 \text{ cm, se } \tau_{wd} > 0,67\tau_{wu};$$

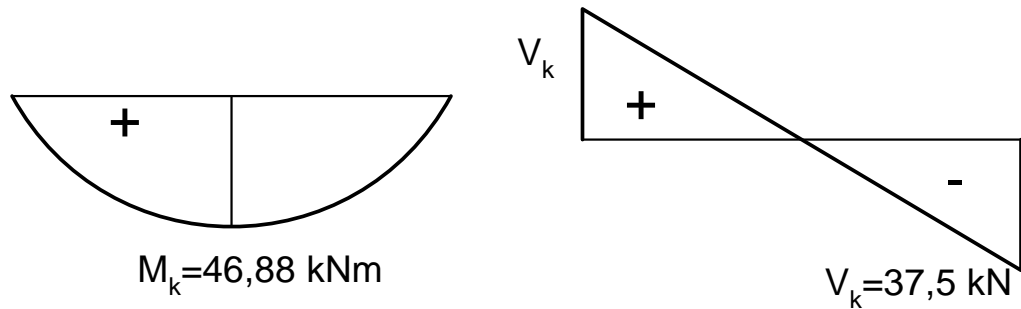
$d$  = altura útil da seção transversal.

**Tabela A3.7:** características geométricas dos estribos com ganchos retos nas extremidades.

## 8- Exemplo de cálculo



- concreto:  $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$
- armadura longitudinal: CA-50
- estribos: aço CA-60



### Esforços solicitantes de serviço

#### A) Armadura longitudinal

$$M_k = 46,88 \text{ kNm}; \quad M_d = 1,4M_k = 65,63 \text{ kNm}$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} = \frac{20}{1,4} \cong 14 \text{ MPa}; \quad \sigma_{cd} = 0,85 f_{cd} \cong 12 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cd} = 1,2 \text{ kN/cm}^2; \quad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} = \frac{50}{1,15} = 43,48 \text{ kN/cm}^2$$

$$\mu = \frac{M_d}{bd^2 \sigma_{cd}} = \frac{6563}{20 \times 36^2 \times 1,2} \Rightarrow \mu = 0,21; \quad \mu_{lim} = 0,2952$$

$\mu < \mu_{lim} \rightarrow$  armadura simples

$$\xi = \frac{1 - \sqrt{1 - 2\mu}}{0,8} = 0,298; \quad A_s = 0,8 \xi b d \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}} \Rightarrow A_s = 4,74 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,min} = \rho_{min} b h = \frac{0,15}{100} \times 20 \times 40 = 1,20 \text{ cm}^2$$

$$A_s > A_{s,min}, \text{ adota-se } \underline{A_s = 4,74 \text{ cm}^2}$$

**Tabela A3.2:** 4 barras de 12,5mm (área = 4,91cm<sup>2</sup>)

**Tabela A3.6:**  $b_{si,nec} = 11,8 \text{ cm}$  (necessário para colocar em uma camada)

$$b_{si,disp} = b_w - 2(c_{nom} + \phi_t) = 20 - 2(2,5 + 0,5) = 14 \text{ cm}$$

$$b_{si,disp} > b_{si,nec} \text{ OK!}$$

**Solução:** 4 $\phi$ 12,5



## B) Cálculo dos estribos

$V_k = 37,5 \text{ kN}$	$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b_w d} = \frac{52,50}{20 \times 36} = 0,07 \text{ kN/cm}^2$
$V_d = 1,4V_k = 52,5 \text{ kN}$	$\rightarrow \tau_{wd} = 0,7 \text{ MPa}$
$\tau_{wu} = 0,27\alpha_v f_{cd} = 3,5 \text{ MPa} ; \quad \tau_{wd} < \tau_{wu} \Rightarrow \text{OK!}$	
$\tau_c = 0,09(f_{ck})^{2/3} = 0,09(20)^{2/3} = 0,66 \text{ MPa}$	
$\tau_d = 1,11(\tau_{wd} - \tau_c) = 1,11(0,7 - 0,66) = 0,044 \text{ MPa}$	
$A_{sw} = 100b_w \frac{\tau_d}{f_{yd}} = 100 \times 20 \times \frac{0,044}{435} = 0,20 \text{ cm}^2/\text{m}$	
$A_{sw, \min} = \rho_{w, \min} 100b_w = 0,09 \times 20 = 1,8 \text{ cm}^2/\text{m}$	$\rho_{w, \min} = 0,09\%$
Como $A_{sw} < A_{sw, \min}$ , deve-se adotar $A_{sw} = 1,8 \text{ cm}^2/\text{m}$ .	

Área de estribos:  $A_{sw} = 1,8 \text{ cm}^2/\text{m}$ .

**Tabela A3.3:** estribos de 5 mm espaçados a cada 21 cm.

Espaçamento máximo:  $s_{\max} = 0,6d \leq 30 \text{ cm}$ , pois  $\tau_{wd} \leq 0,67\tau_{wu}$ .

$s_{\max} = 22 \text{ cm}$ .

**Solução:**  $23\phi 5 \text{ c. } 21 \text{ cm}$

### C) Ancoragem nos apoios

#### C1) Admitindo que as 4 barras de 12,5mm chegam aos apoios

$A_{se} = 4,91 \text{ cm}^2$ (Armadura existente)	$A_{s,cal} = \frac{V_d}{f_{yd}} = \frac{52,50}{43,48} = 1,21 \text{ cm}^2$
<b>Tabela A3.4:</b> $l_b = 55 \text{ cm}$ (zona de boa aderência)	Ancoragem reta: $l_{b,nec} = l_b \frac{A_{s,cal}}{A_{se}} = 55 \times \frac{1,21}{4,91} = 13,6 \text{ cm}$
$l_{b,min} \geq \begin{cases} 0,3l_b = 16,5 \text{ cm} \\ 10\phi = 12,5 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow l_{b,min} = 16,5 \text{ cm}$	
Logo, deve-se adotar o comprimento mínimo de 16,5 cm.	Espaço disponível = largura do pilar – cobrimento = $20 - 2,5 = 17,5 \text{ cm}$ .
Logo, é possível fazer ancoragem reta. Pode-se adotar 17,5cm.	

#### C2) Admitindo que apenas 2 barras de 12,5mm chegam aos apoios

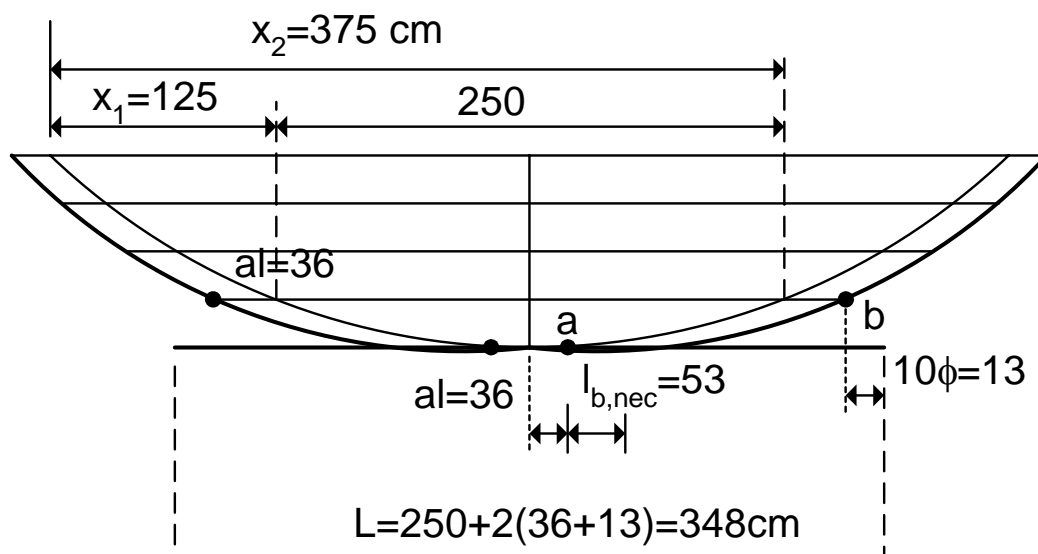
$A_{se} = 2,45 \text{ cm}^2$ (Armadura existente)	$A_{s,cal} = 1,21 \text{ cm}^2$
Ancoragem reta: $l_{b,nec} = l_b \frac{A_{s,cal}}{A_{se}} = 55 \times \frac{1,21}{2,45} = 27,2 \text{ cm}$	
Como $l_{b,nec} > l_{b,min} = 16,5 \text{ cm}$ , deve-se adotar o valor calculado. Porém, não há espaço disponível.	
<b>Ancoragem com gancho:</b>	$l_{b,nec} = 0,7l_b \frac{A_{s,cal}}{A_{se}} = 0,7 \times 55 \times \frac{1,21}{2,45} = 19 \text{ cm}$
Também não é possível, pois o comprimento disponível é de 17,5cm.	

### C3) Admitindo que 3 barras de 12,5mm chegam aos apoios

$A_{se} = 3,68\text{cm}^2$ (Armadura existente)	$A_{s,cal} = 1,21\text{cm}^2$
Ancoragem com gancho:	$l_{b,nec} = 0,7l_b \frac{A_{s,cal}}{A_{se}} = 0,7 \times 55 \times \frac{1,21}{3,68} = 12,7\text{ cm}$
$l_{b,min} \geq \begin{cases} R + 5,5\phi \\ 6cm \end{cases}$	pode ser obtido na tabela A3.5: $l_{b,min} = 10\text{ cm}.$
Logo, deve-se adotar 12,7cm (menor que o comprimento disponível).	
<b>Solução:</b> adotar o comprimento disponível de 17,5cm.	
<b>Obs:</b> a barra que foi cortada deve ser ancorada a partir do diagrama de momentos fletores deslocado de $a_l \cong d = 36\text{ cm}.$	

### D) Ancoragem da barra que será cortada

$$l_{b,nec} = l_b \frac{A_{s,cal}}{A_{se}} = 55 \times \frac{4,74}{4,91} = 53\text{ cm}$$



### E) Armadura negativa nos apoios de extremidade

Empregando a alternativa indicada na Fig. YY

$A_s = 4,74 \text{ cm}^2$  (calculada para  $M_d = 65,63 \text{ kNm}$ )

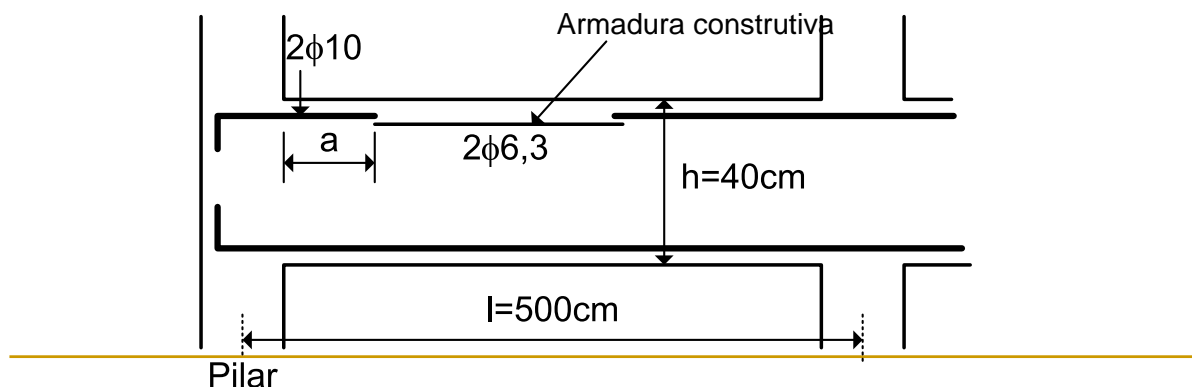
$A_{s,\min} = 1,20 \text{ cm}^2$  (armadura mínima)

Adotar o maior:  $0,25A_s = 1,19 \text{ cm}^2$ ;  $0,67A_{s,\min} = 0,80 \text{ cm}^2$

**Solução:**  $2 \phi 10$  ( $A_s = 1,57 \text{ cm}^2$ )

Tabela A3.4:  $l_b = 63 \text{ cm}$  (má aderência)

$0,15l + h = 115 \text{ cm}$ ;  $l_b + h = 103 \text{ cm}$ ; Logo:  $a = 115 \text{ cm}$

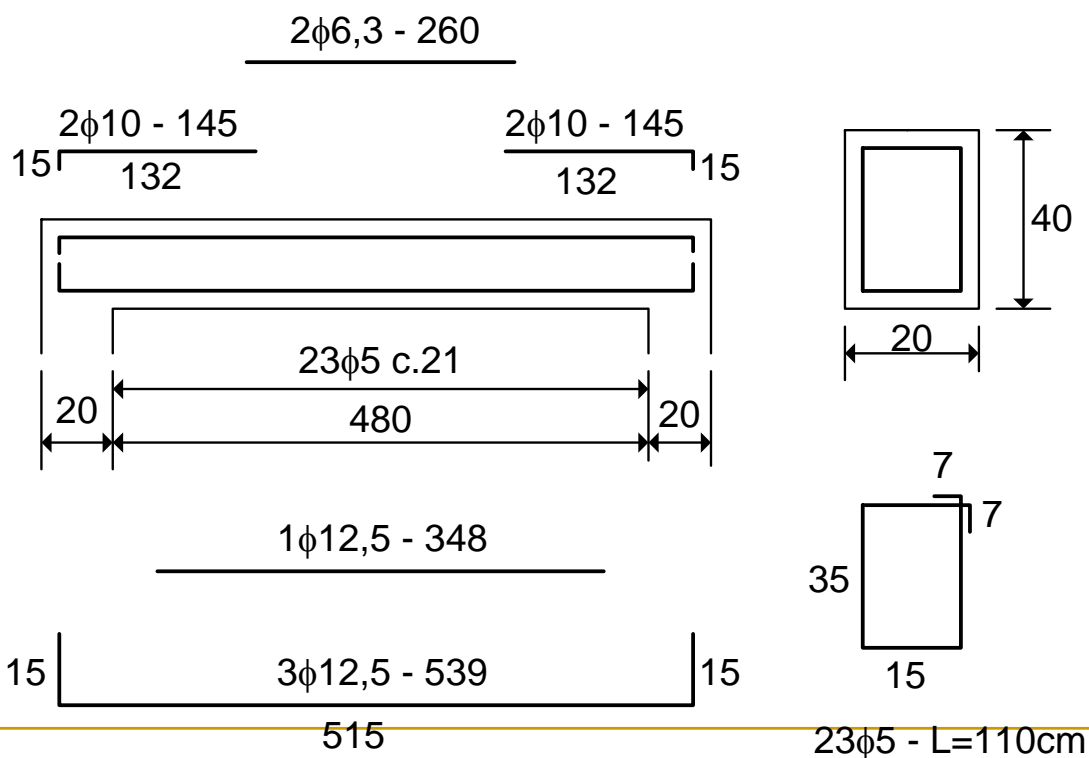


Prof. José Milton de Araújo - FURG

39

### F) Desenho de armação da viga

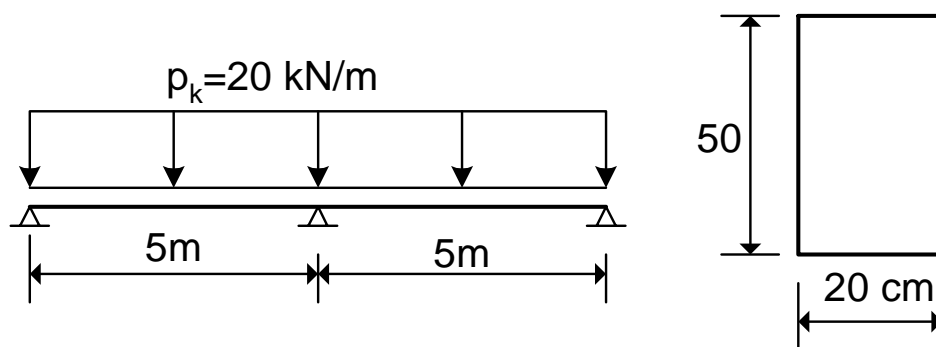
Viga V1 - 20x40



Prof. José Milton de Araújo - FURG

40

## 9- Exemplo: Viga contínua

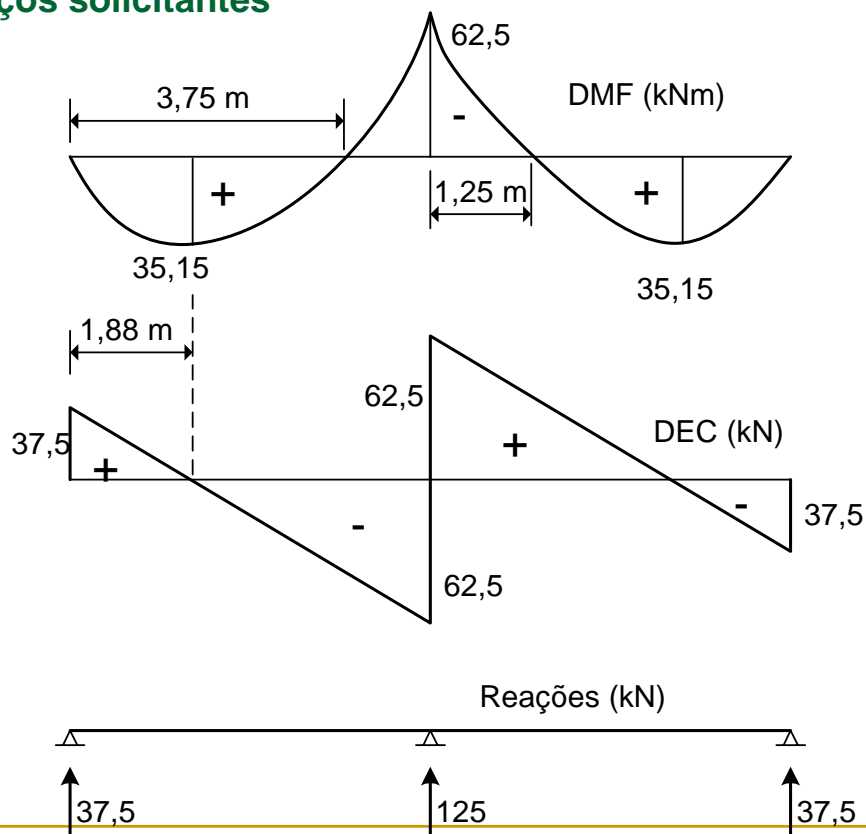


Carregamento de serviço e seção transversal

Concreto:  $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$

Armadura longitudinal: CA-50 ; Estribos: CA-60

### A) Esforços solicitantes



## B.1) Armadura longitudinal nos vãos

$f_{cd} = \frac{20}{1,4} \cong 14 \text{ MPa}$ $\sigma_{cd} = 0,85 f_{cd} = 1,2 \text{ kN/cm}^2$ $f_{yd} = \frac{50}{1,15} = 43,48 \text{ kN/cm}^2$ $\mu_{lim} = 0,2952$	
$M_k = 35,15 \text{ kNm}$	$M_d = 1,4 \times 35,15 = 49,21 \text{ kNm}$
$\mu = \frac{M_d}{bd^2 \sigma_{cd}} = \frac{4921}{20 \times 46^2 \times 1,2} = 0,097$	$\mu < \mu_{lim} \Rightarrow \text{Armadura simples}$
$\xi = 0,128 \quad ; \quad A_s = 2,6 \text{ cm}^2 \quad ; \quad A_{s,min} = 1,5 \text{ cm}^2 \quad ; \quad A_s = 2,6 \text{ cm}^2$	
<b>Solução: <math>3\phi 12,5 \Rightarrow A_s = 3,68 \text{ cm}^2</math></b>	

## B.1) Armadura longitudinal no apoio interno

$$M_d = 1,4 \times 62,5 = 87,5 \text{ kNm} \quad ; \quad A_s = 4,83 \text{ cm}^2$$

$$\text{Solução: } 4\phi 12,5 \Rightarrow A_s = 4,91 \text{ cm}^2$$

## C) Estribos

$$V_k = 62,5 \text{ kN} \quad ; \quad V_d = 1,4 \times 62,5 = 87,5 \text{ kN} \quad ; \quad \tau_{wd} = \frac{V_d}{b_w d} = 0,095 \text{ kN/cm}^2$$

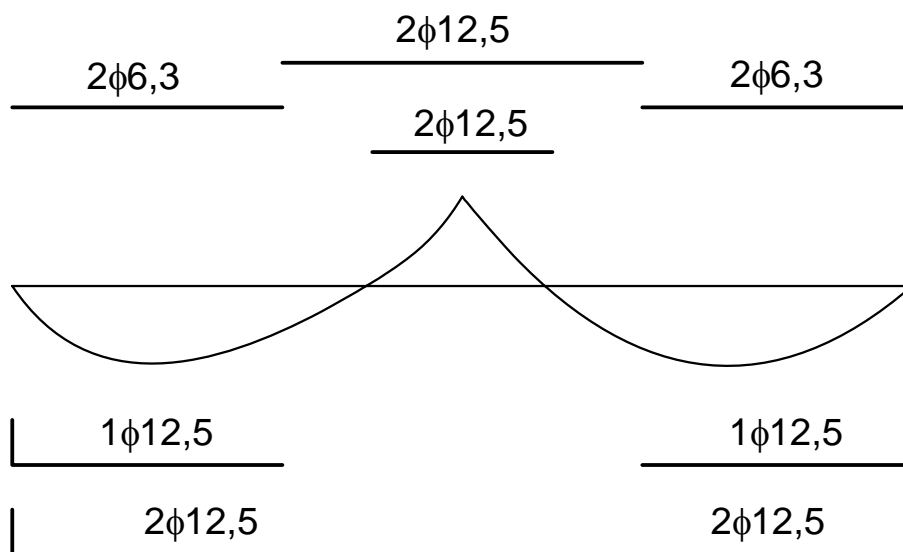
$$\tau_{wd} = 0,95 \text{ MPa} \quad ; \quad \tau_{wu} = 3,5 \text{ MPa} \quad ; \quad \tau_{wd} \leq \tau_{wu} \quad \text{OK!}$$

$$\tau_c = 0,66 \text{ MPa} \quad ; \quad \tau_d = 0,32 \text{ MPa} \quad ; \quad A_{sw} = 1,47 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{sw,min} = 1,8 \text{ cm}^2/\text{m} \quad ; \quad \text{Logo: } A_{sw} = 1,8 \text{ cm}^2/\text{m}$$

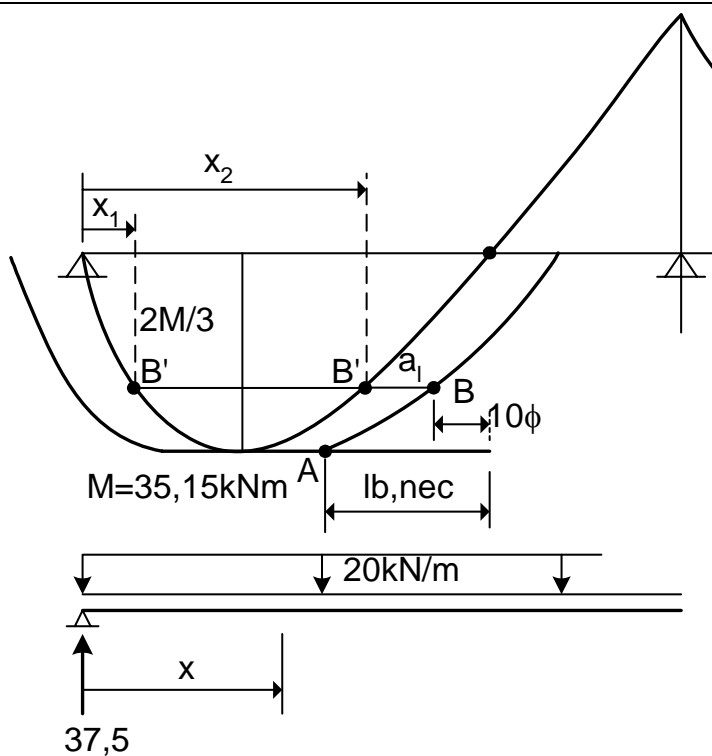
$$\text{Solução: } \phi 5 \text{ c. } 21 \text{ cm}$$

## D) Ancoragem



**Regra para o escalonamento: preliminar**

### D.1) Armadura positiva



Seções onde o momento fletor é  $2M/3 = 23,43 \text{ kNm}$ :

$$37,5x - \frac{20x^2}{2} = 23,43$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0,79 \text{ m} \\ x_2 = 2,96 \text{ m} \end{cases}$$

**Não compensa escalonar a barra em direção ao apoio de extremidade.**

## Ancoragem da armadura positiva no vão

Zona de boa aderência; barra nervurada:

$$f_{bd} = 0,42(f_{cd})^{2/3} = 0,42(14)^{2/3} = 2,44 \text{ MPa};$$

$$l_b = \frac{\phi f_{yd}}{4 f_{bd}} = \frac{1,25 \cdot 434,8}{4 \cdot 2,44} = 55 \text{ cm} \star$$

---

$$A_{s,cal} = 2,6 \text{ cm}^2 \text{ (obtida do dimensionamento para } M_k = 35,15 \text{ kNm)}$$

---

$$A_{se} = 3,68 \text{ cm}^2 \text{ (área adotada: } 3\phi 12,5)$$

---

$$l_{b,nec} = l_b \frac{A_{s,cal}}{A_{se}} = 55 \times \frac{2,6}{3,68} = 39 \text{ cm (Ancoragem reta)}$$

---

$$l_{b,min} \geq \begin{cases} 0,3l_b = 0,3 \times 55 = 16,5 \text{ cm} \\ 10\phi = 12,5 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow l_{b,min} = 16,5 \text{ cm}$$

---

Como  $l_{b,nec} > l_{b,min}$ , adota-se  $l_{b,nec} = 39 \text{ cm}$ .  $\star$

---

## Ancoragem da armadura positiva no apoio de extremidade

$$V_k = 37,5 \text{ kN (cortante no apoio)}; V_d = 52,5 \text{ kN}$$

$$A_{s,cal} = \frac{a_l V_d}{d f_{yd}} \cong \frac{V_d}{f_{yd}} = \frac{52,5}{43,48} = 1,21 \text{ cm}^2$$

$$A_{se} = 3,68 \text{ cm}^2 \text{ (armadura que chega ao apoio: } 3\phi 12,5)$$

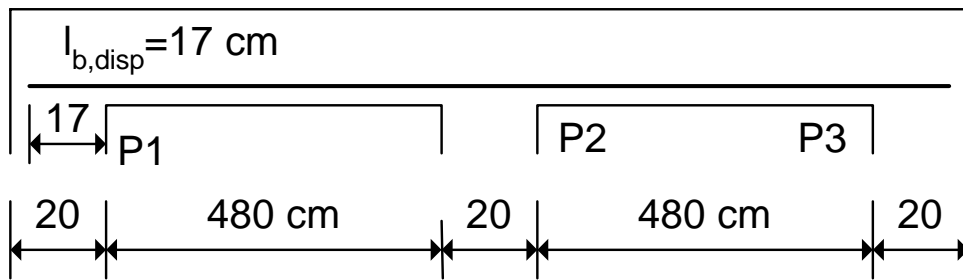
### Ancoragem com gancho

$$l_{b,nec} = 0,7l_b \frac{A_{s,cal}}{A_{se}} = 0,7 \times 55 \times \frac{1,21}{3,68} = 13 \text{ cm}$$

$$l_{b,min} \geq \begin{cases} R + 5,5\phi = 8\phi = 10 \text{ cm} \\ 6 \text{ cm} \end{cases} \text{ cm}; \quad l_{b,min} = 10 \text{ cm}$$

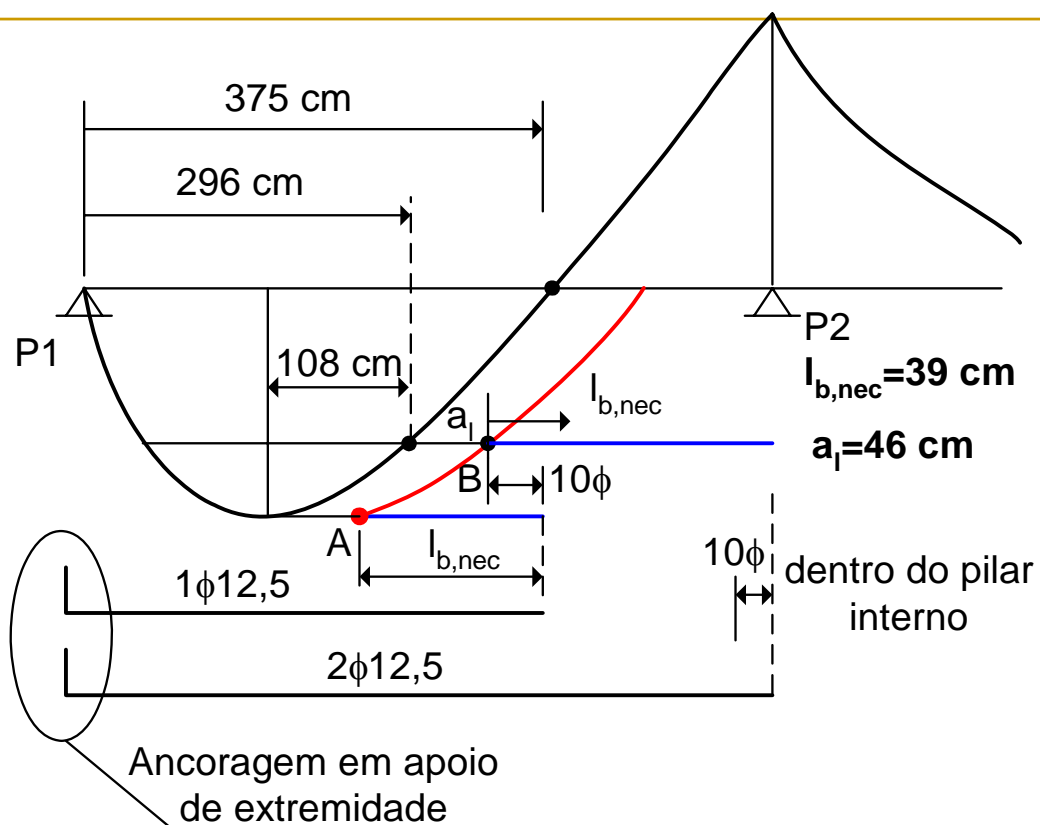
Como  $l_{b,nec} > l_{b,min}$ , deve-se adotar  $l_{b,nec} = 13 \text{ cm}$ .  $\star$



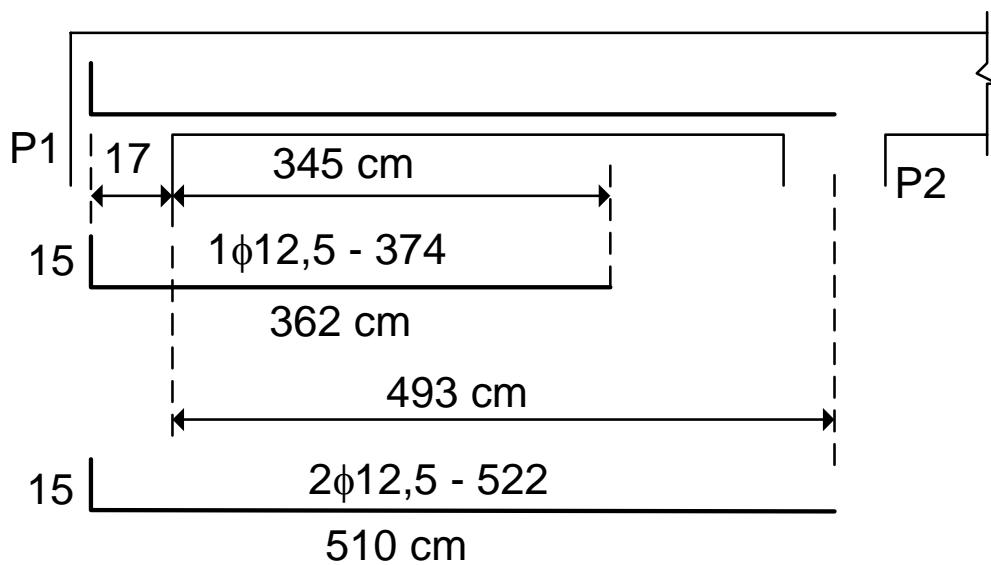


**Solução:**

ancoragem com gancho, adotando o  $l_{b,disp}$  para facilitar a concretagem.



<b>Barra mais curta (<math>1\phi 12,5</math>)</b>	
Marcando $l_{b,nec} = 39$ cm a partir do ponto A: não ultrapassa o ponto B em $10\phi = 13$ cm $\Rightarrow$ <b>prolongar 13 cm além do ponto B.</b>	
$L_1 = 296 + 46 + 13 = 355$ cm (até o centro do pilar P1)	$L_2 = L_1 - 10 = 345$ cm (até a face do pilar P1)
<b>Barras mais longas (<math>2\phi 12,5</math>)</b>	
Marcando $l_{b,nec} = 39$ cm a partir do ponto B: não penetram $10\phi = 13$ cm no pilar interno P2 $\Rightarrow$ <b>introduzir 13 cm dentro do pilar P2.</b>	
	$L_2 = 480 + 13 = 493$ cm (até a face do pilar P1)



**Armaduras positivas**

## D.2) Armadura negativa

Zona de má aderência; barra nervurada:

$$f_{bd} = 0,7 \times 0,42 (f_{cd})^{2/3} = 0,7 \times 0,42 (14)^{2/3} = 1,71 \text{ MPa}$$

$$l_b = \frac{\phi f_{yd}}{4 f_{bd}} = \frac{1,25 \times 434,8}{4 \times 1,71} = 79 \text{ cm}$$

$$A_{s,cal} = 4,83 \text{ cm}^2 \text{ (obtida do dimensionamento para } M_k = 62,5 \text{ kNm)}$$

$$A_{se} = 4,91 \text{ cm}^2 \text{ (área adotada: } 4\phi 12,5 \text{)}$$

$$l_{b,nec} = l_b \frac{A_{s,cal}}{A_{se}} = 79 \times \frac{4,83}{4,91} = 78 \text{ cm (Ancoragem reta)}$$

$$l_{b,min} \geq \begin{cases} 0,3l_b = 0,3 \times 79 = 23,7 \text{ cm} \\ 10\phi = 12,5 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow l_{b,min} = 23,7 \text{ cm}$$

Como  $l_{b,nec} > l_{b,min}$ , adota-se  $l_{b,nec} = 78 \text{ cm}$ . ✨

Prof. José Milton de Araújo - FURG

53

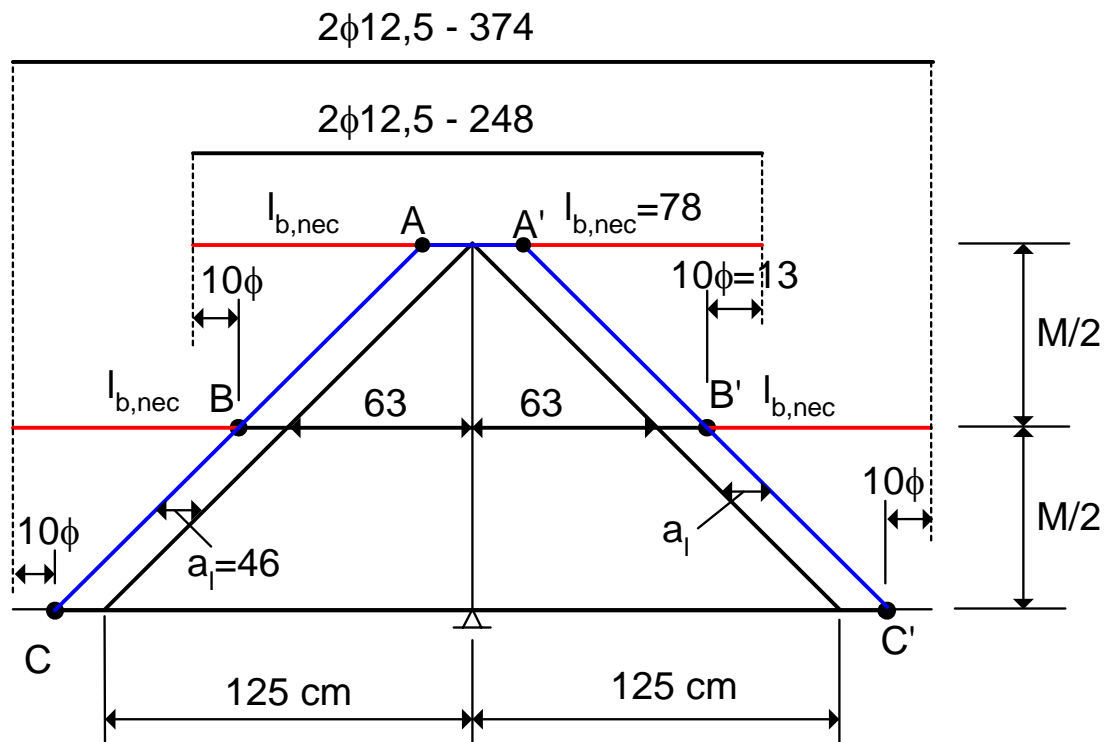
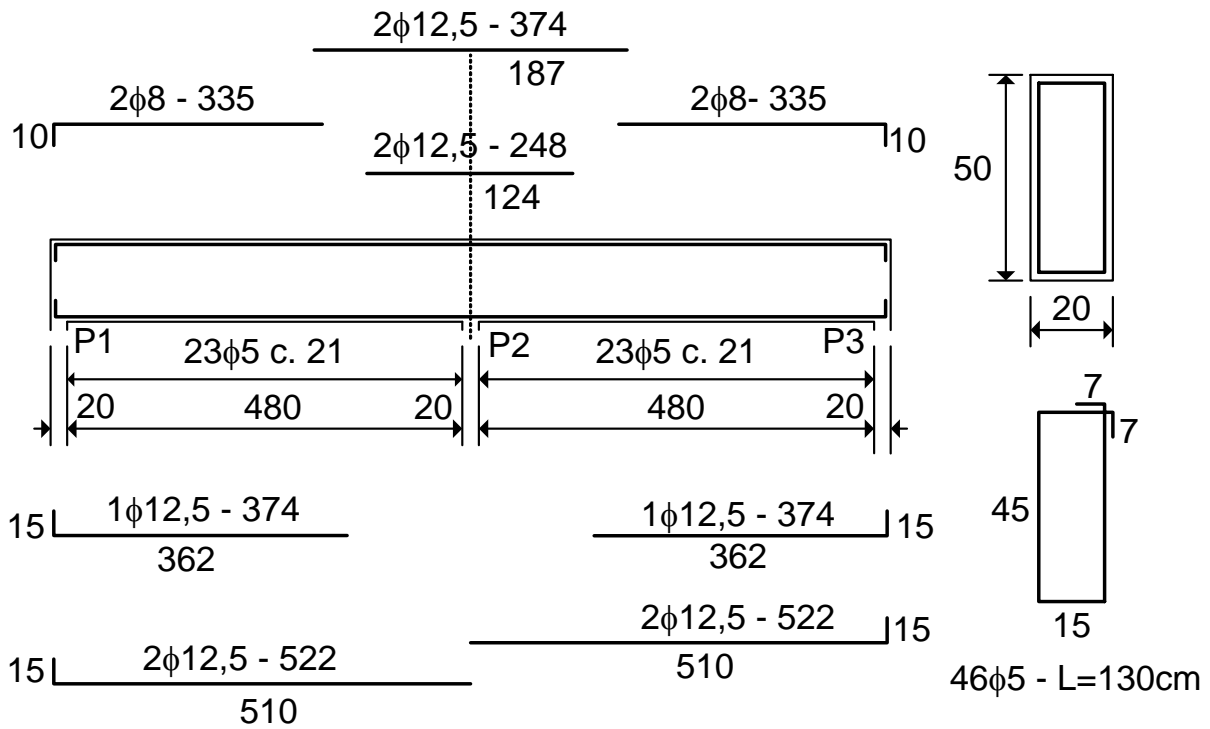


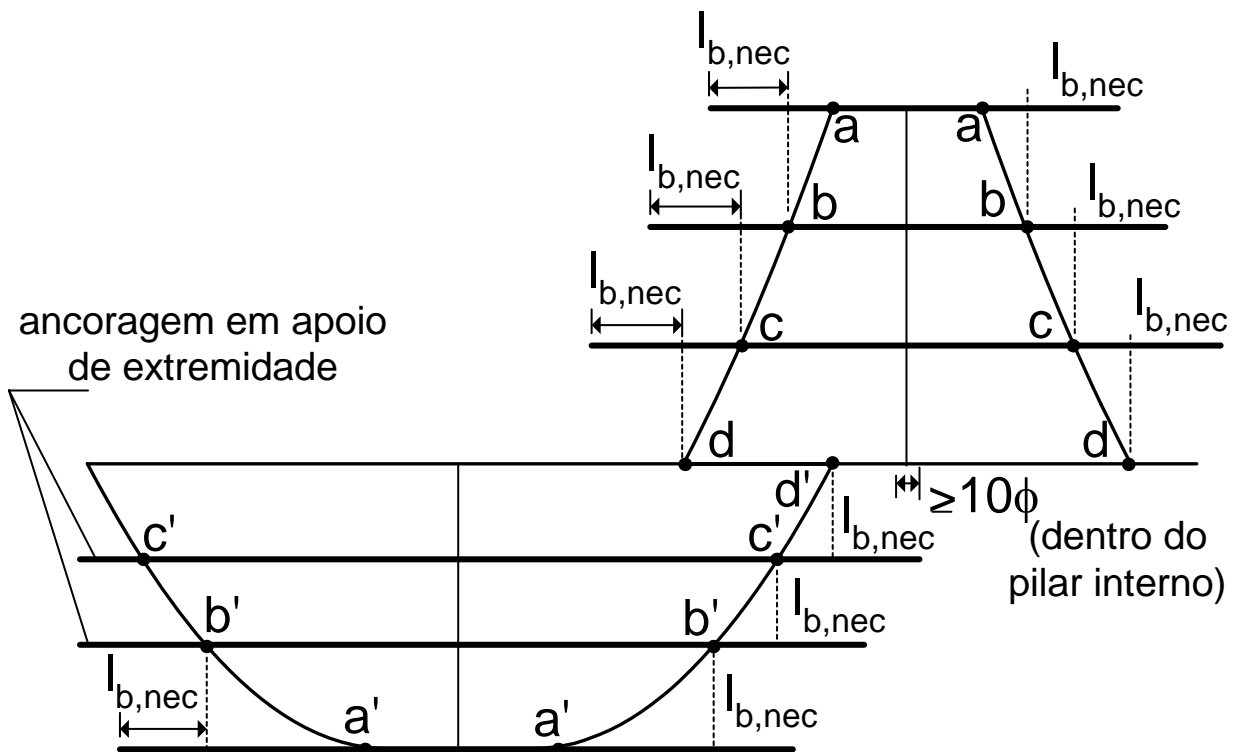
Diagrama linearizado: simplificação a favor da segurança

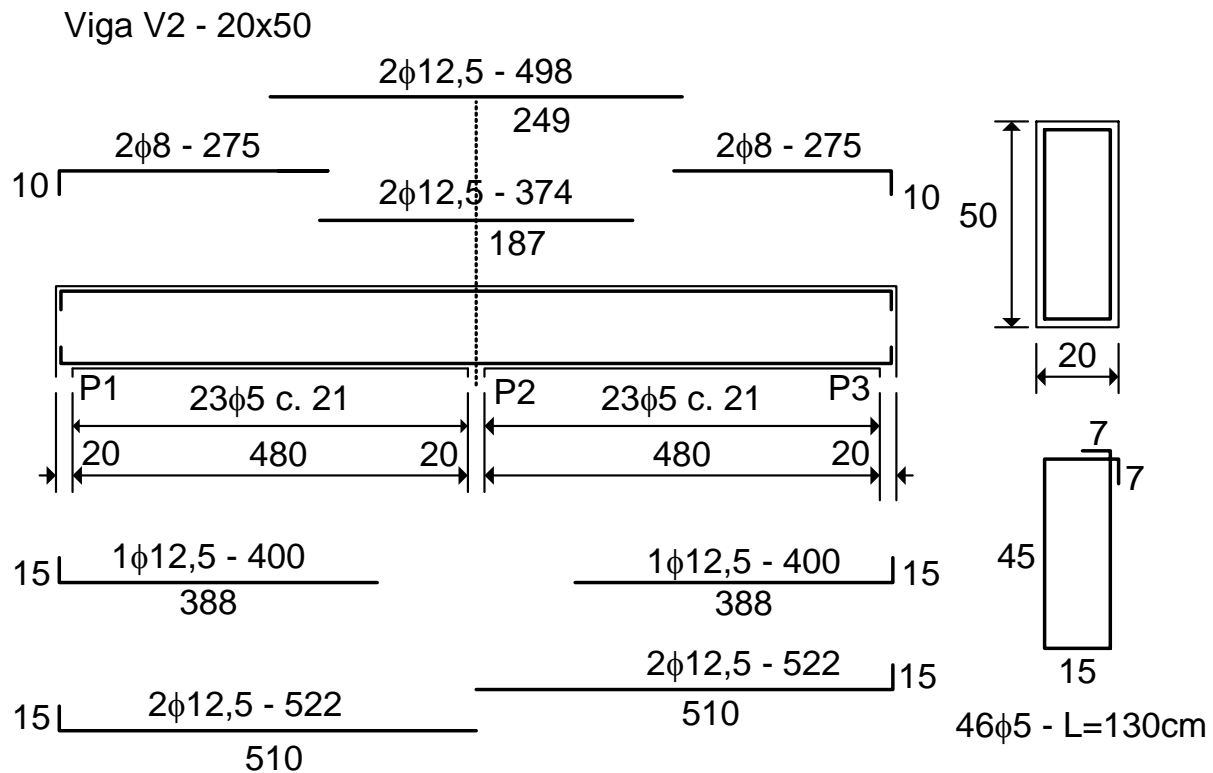
Viga V2 - 20x50



**Armação com escalonamento segundo a NBR-6118**

**10- Processo simplificado para escalonamento**





### Armação com processo simplificado de escalonamento

Prof. José Milton de Araújo - FURG

57

**Tabela 1 – Consumo de armadura longitudinal**

Diâmetro	Escalonamento NBR-6118		Escalonamento simplificado	
	L (m)	Massa (kg)	L (m)	Massa (kg)
8	13,4	5,3	11,0	4,3
12,5	40,8	39,3	46,3	44,6
		44,6 (a)		48,9 (b)
Relação: $b/a = 1,10$				

O processo simplificado resulta em um consumo adicional de até 10% na armadura longitudinal. Entretanto, esse processo é mais prático para o cálculo manual.

Prof. José Milton de Araújo - FURG

58