

CAPÍTULO 3 – Volume 1

FLEXÃO NORMAL SIMPLES

Dimensionamento de Seções Retangulares

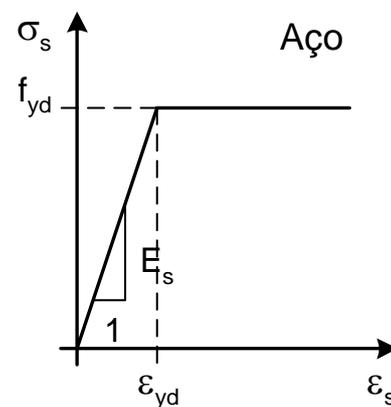
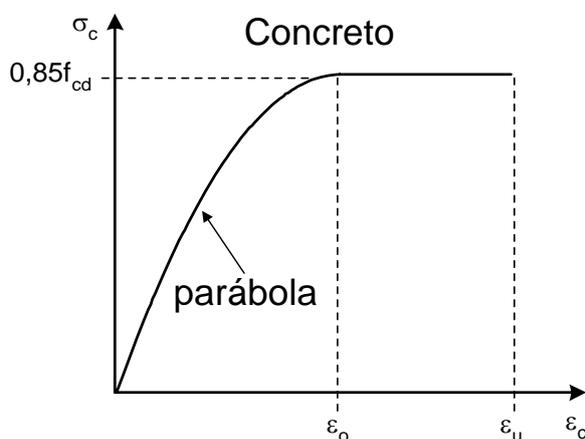
Prof. José Milton de Araújo - FURG

1

3.1 - Hipóteses básicas do dimensionamento

- Hipótese das seções planas
- Aderência perfeita
- Despreza-se a resistência à tração do concreto

3.2 - Diagramas tensão-deformação dos materiais



$$E_s = 200 \text{ GPa} = 20000 \text{ kN/cm}^2$$

Prof. José Milton de Araújo - FURG

2

Diagrama parábola-retângulo

$$\sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^n \right], \text{ se } \varepsilon_c \leq \varepsilon_o$$

$$\sigma_c = 0,85 f_{cd}, \text{ se } \varepsilon_o \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_u$$

$$\sigma_c = 0, \text{ se } \varepsilon_c > \varepsilon_u$$

Módulo tangente
na origem:

$$E_{c,par} = \frac{0,85 n f_{cd}}{\varepsilon_o}$$

derivando ↑

Parâmetros do diagrama parábola-retângulo

| | | | | | | |
|---------------------|------|------|-----|------|-----|-----|
| f_{ck} (MPa) | ≤ 50 | 55 | 60 | 70 | 80 | 90 |
| ε_o (‰) | 2,0 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 |
| ε_u (‰) | 3,5 | 3,1 | 2,9 | 2,7 | 2,6 | 2,6 |
| n | 2,0 | 1,75 | 1,6 | 1,45 | 1,4 | 1,4 |

↑ Parábola do segundo grau

Equações dos parâmetros do diagrama:

$$\varepsilon_o \left(\frac{o}{oo} \right) = 2,0, \text{ se } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

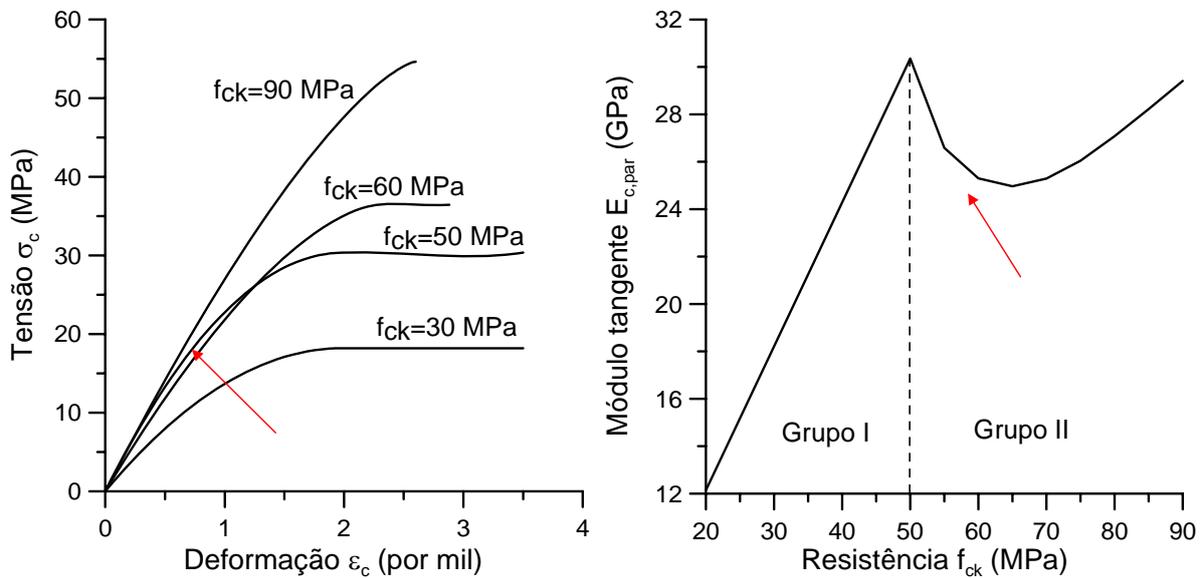
$$\varepsilon_o \left(\frac{o}{oo} \right) = 2,0 + 0,085 (f_{ck} - 50)^{0,53}, \text{ se } f_{ck} > 50 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_u \left(\frac{o}{oo} \right) = 3,5, \text{ se } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_u \left(\frac{o}{oo} \right) = 2,6 + 35 \left(\frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4, \text{ se } f_{ck} > 50 \text{ MPa}$$

$$n = 2,0, \text{ se } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

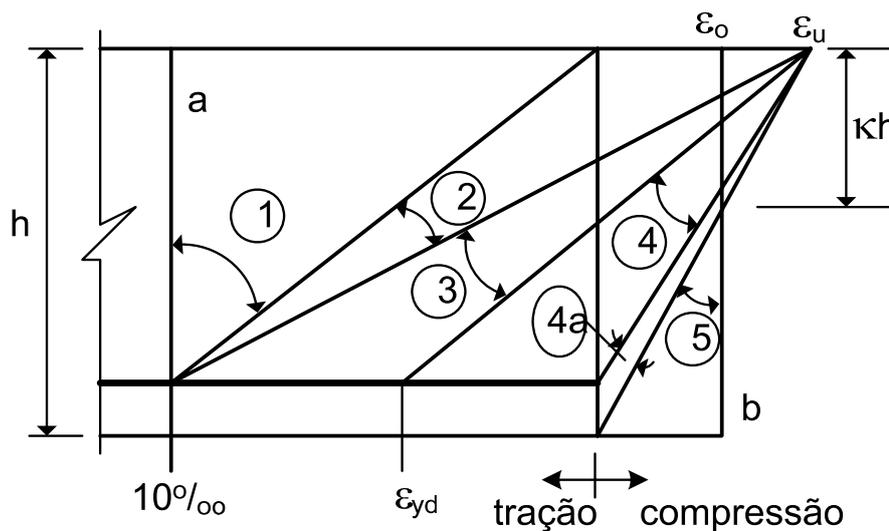
$$n = 1,4 + 23,4 \left(\frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4, \text{ se } f_{ck} > 50 \text{ MPa}$$



Incoerência: o módulo diminui com o crescimento da resistência para $f_{ck} > 50$ MPa.

Por isso, esse diagrama não serve para calcular deformações (dimensionamento de pilares esbeltos, por exemplo). Ele só serve para o dimensionamento de seções transversais.

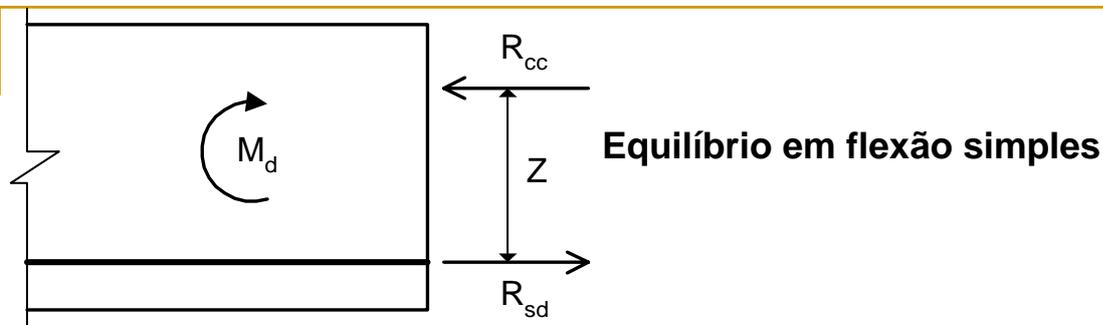
3.3 - Domínios de dimensionamento



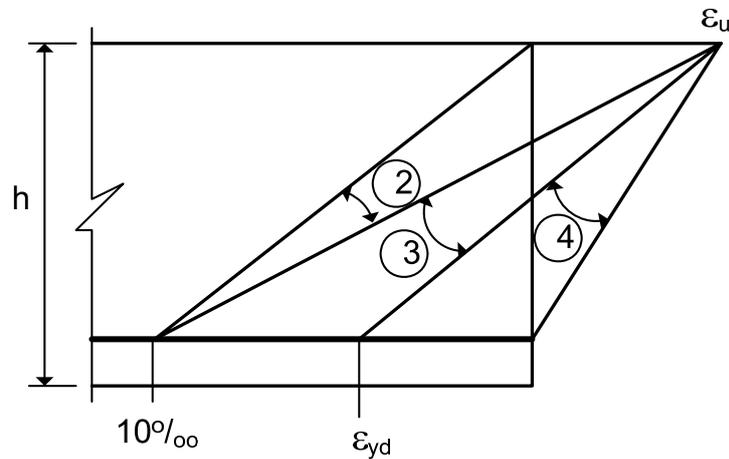
Reta a: tração simples. **Reta b:** compressão simples

Flexo-tração: domínios 1, 2, 3 e 4.

Flexo-compressão: domínios 2, 3, 4, 4a e 5.

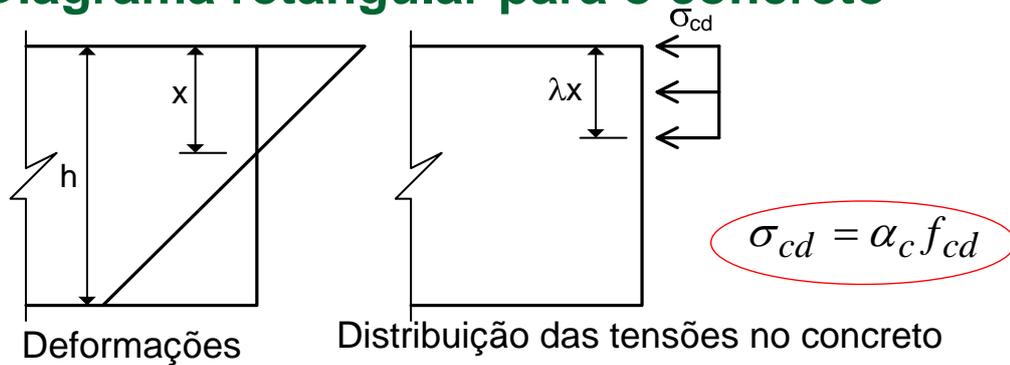


Domínios de dimensionamento na flexão simples



- **Peças subarmadas:** rompem no domínio 2. A ruptura ocorre por deformação excessiva da armadura (ruptura convencional) sem haver o esmagamento do concreto. A ruptura é dúctil ou com aviso prévio (intensa fissuração).
- **Peças normalmente armadas:** a ruptura ocorre no domínio 3, com esmagamento do concreto e com escoamento da armadura. O tipo de ruptura é semelhante ao das peças subarmadas.
- **Peças superarmadas:** a ruptura ocorre no domínio 4. O aço não escoou e a ruptura ocorre por esmagamento do concreto. A ruptura é frágil, brusca ou sem aviso prévio. Essas peças devem ser evitadas (com o emprego de armadura dupla).

3.4 - Diagrama retangular para o concreto



$$\alpha_c = 0,85 \text{ , se } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

$$\alpha_c = 0,85 \left[1 - \frac{(f_{ck} - 50)}{200} \right] \text{ , se } f_{ck} > 50 \text{ MPa}$$

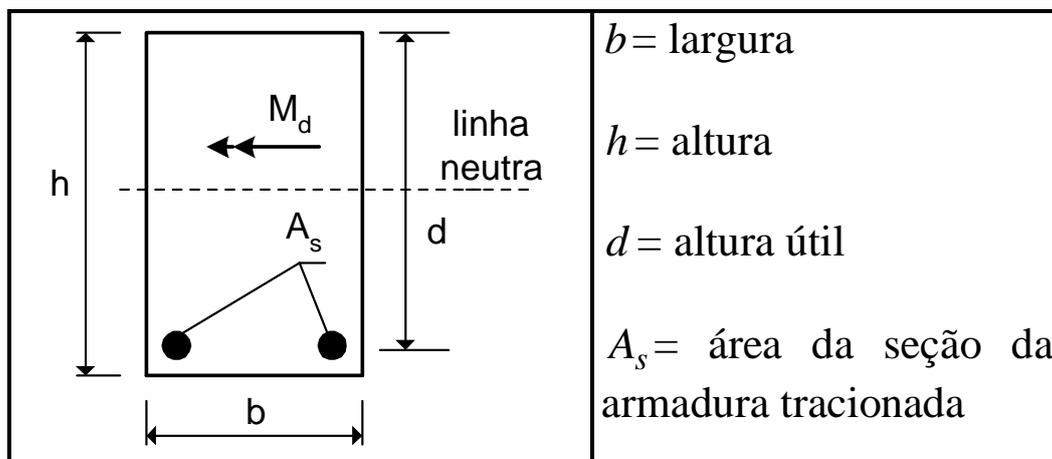
(seções retangulares em flexão normal, por exemplo);

Se a largura diminuir, multiplicar α_c por 0,9 (seção circular).

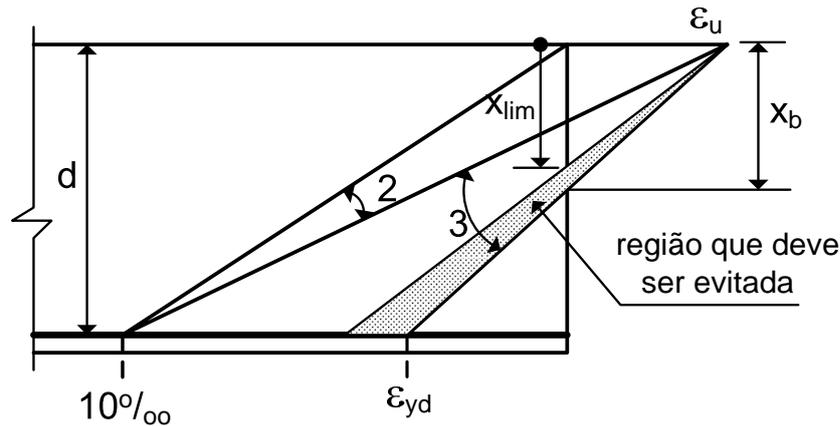
$$\lambda = 0,8 \text{ , se } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

$$\lambda = 0,8 - \frac{(f_{ck} - 50)}{400} \text{ , se } f_{ck} > 50 \text{ MPa}$$

3.5 - Momento limite para seções retangulares com armadura simples



▪ Dimensionamento com ênfase na ductilidade



- Devem-se considerar apenas o domínio 2 e parte do domínio 3. A porção final do domínio 3 deve ser evitada, para garantir que o aço entre em escoamento com certa folga.
- Com esse procedimento, garante-se que a estrutura apresentará aviso da ruptura, através de grandes aberturas das fissuras.
- O dimensionamento deve ser feito impondo a condição $x \leq x_{lim}$.

A) Análise linear sem redistribuição de momentos

Esse é o procedimento usual de projeto: os esforços solicitantes para dimensionamento são obtidos através de uma análise elástica linear.

Critério do CEB/90:

A profundidade relativa da linha neutra, $\xi_{lim} = x_{lim}/d$, deve ser limitada aos valores

$$\xi_{lim} = 0,45 \text{ , se } f_{ck} \leq 35 \text{ MPa} \quad (3.5.1)$$

$$\xi_{lim} = 0,35 \text{ , se } f_{ck} > 35 \text{ MPa} \quad (3.5.2)$$



NBR-6118: adota esses mesmos valores de ξ_{lim} , porém com a diferenciação em $f_{ck}=50$ MPa (critério menos rigoroso).

B) Análise linear com redistribuição de esforços

- Neste caso, os momentos negativos nos apoios internos das vigas contínuas são reduzidos para facilitar a armação. Se o momento negativo elástico é M , pode-se fazer a redução para βM , onde $\beta < 1$.
- É necessário corrigir todo o diagrama de momentos fletores, esforços cortantes e reações de apoio (redistribuições de esforços).
- Para as seções dos apoios internos, devem-se considerar os limites abaixo.

Critério do CEB/90:

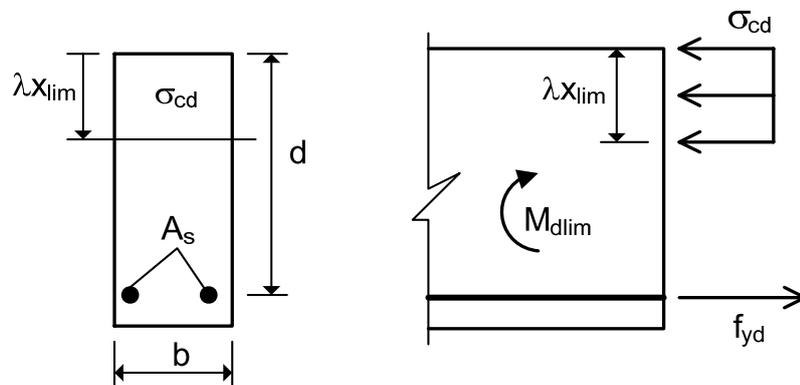
$$\xi_{\text{lim}} = 0,8\beta - 0,35, \text{ se } f_{ck} \leq 35 \text{ MPa} \quad (3.5.3)$$

$$\xi_{\text{lim}} = 0,8\beta - 0,45, \text{ se } f_{ck} > 35 \text{ MPa} \quad (3.5.4)$$

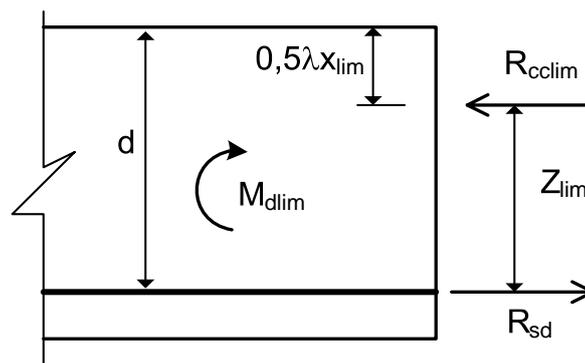
O CEB impõe a restrição $\beta \geq 0,75$ para as vigas contínuas.

Se $\beta=1$, obtêm-se as equações anteriores.

Tensões na seção transversal



Momento solicitante e resultantes das tensões



| | | |
|---|---|---|
| $R_{cc \text{ lim}} = \lambda b x_{\text{lim}} \sigma_{cd}$ | $Z_{\text{lim}} = d - 0,5 \lambda x_{\text{lim}}$ | $M_{d \text{ lim}} = R_{cc \text{ lim}} Z_{\text{lim}}$ |
| $M_{d \text{ lim}} = \lambda b x_{\text{lim}} (d - 0,5 \lambda x_{\text{lim}}) \sigma_{cd}$ | | $\mu_{\text{lim}} = \frac{M_{d \text{ lim}}}{bd^2 \sigma_{cd}}$ |
| $\mu_{\text{lim}} = \lambda \xi_{\text{lim}} (1 - 0,5 \lambda \xi_{\text{lim}})$ | | |

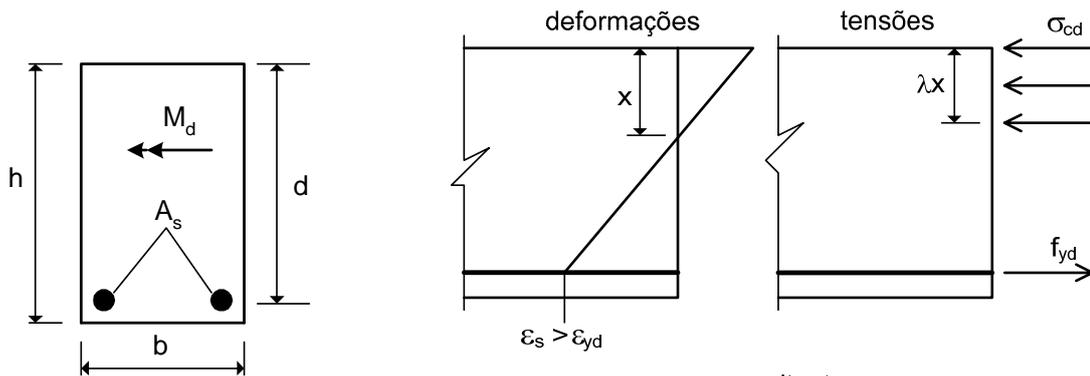
Tabela 3.5.1 - Valores de ξ_{lim} e μ_{lim}
(para análise linear sem redistribuição de esforços)

| Grupo I | $f_{ck} \leq 35 \text{ MPa}$ | | $35 < f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ | | | |
|--------------------|------------------------------|--------|-----------------------------------|--------|--------|--------|
| | ξ_{lim} | 0,45 | | 0,35 | | |
| μ_{lim} | 0,2952 | | 0,2408 | | | |
| Grupo II | C55 | C60 | C70 | C80 | C90 | |
| | ξ_{lim} | 0,35 | 0,35 | 0,35 | 0,35 | 0,35 |
| | μ_{lim} | 0,2376 | 0,2344 | 0,2280 | 0,2215 | 0,2149 |

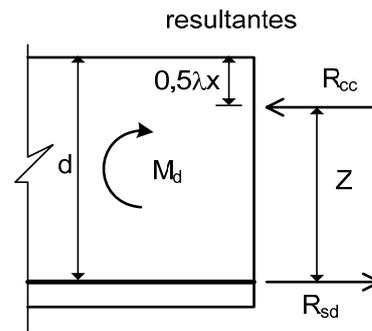
PROCEDIMENTO:

- dado o momento fletor solicitante M_d , calcula-se $\mu = \frac{M_d}{bd^2 \sigma_{cd}}$
- se $\mu \leq \mu_{\text{lim}}$, realiza-se o dimensionamento com armadura simples;
- se $\mu > \mu_{\text{lim}}$, adota-se armadura dupla, fixando-se que $x = x_{\text{lim}}$.

3.6 - Dimensionamento com armadura simples



Seção transversal com armadura simples



$$R_{cc} = \lambda b x \sigma_{cd} ; Z = d - 0,5 \lambda x ; R_{sd} = A_s f_{yd}$$

▪ Equilíbrio de momentos:

| | |
|---|---|
| $M_d - R_{cc} Z = 0 \Rightarrow$ | $M_d - \lambda b x (d - 0,5 \lambda x) \sigma_{cd} = 0$ |
| $\mu = \frac{M_d}{b d^2 \sigma_{cd}} ; \quad \xi = x/d \Rightarrow$ | $\xi = \frac{1 - \sqrt{1 - 2\mu}}{\lambda} \quad (1)$ |

▪ Equilíbrio de forças:

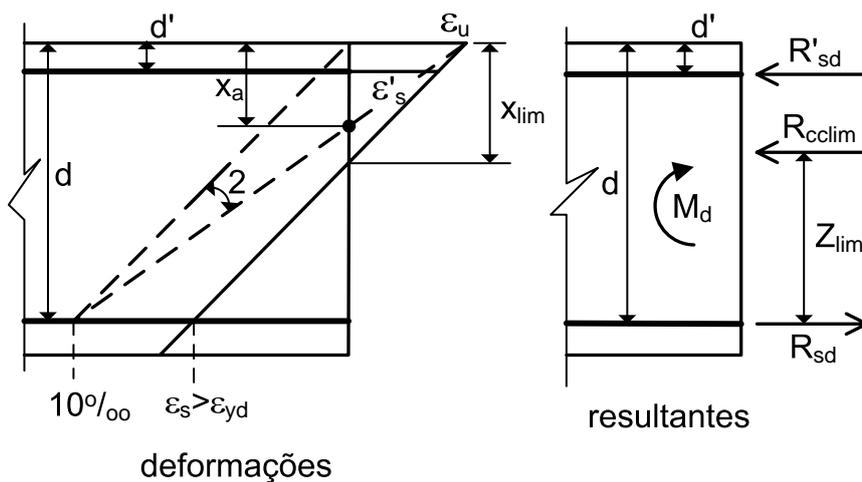
| | |
|--------------------------------------|--|
| $R_{sd} = R_{cc} \Rightarrow$ | $A_s f_{yd} = \lambda b x \sigma_{cd}$ |
| Substituindo $x = \xi d \Rightarrow$ | $A_s = \lambda \xi b d \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}} \quad (2)$ |

- As equações (1) e (2) permitem resolver o problema.
- A solução é única: há duas equações e duas incógnitas.

3.7 - Dimensionamento com armadura dupla

| | |
|--|---|
| | <p>Quando $\mu > \mu_{lim}$:</p> <p>Três incógnitas: x, A_s e A'_s.</p> <p>Duas equações de equilíbrio.</p> <p><u>Solução usual:</u> fixamos $x = x_{lim}$.</p> |
|--|---|

Deformações e resultantes das tensões na seção:



$$\frac{x_a}{d - x_a} = \frac{\epsilon_u}{10\text{‰}} \Rightarrow \xi_a = \frac{x_a}{d} = \frac{\epsilon_u}{\epsilon_u + 10\text{‰}}$$

Final do domínio 2

Só consideramos o caso $x_{lim} > x_a$.

O dimensionamento com armadura dupla somente será considerado para o caso em que $\xi_{lim} \geq \xi_a$. Se for utilizado o recurso da redistribuição de momentos, pode ocorrer que $\xi_{lim} < \xi_a$, dependendo do valor adotado para o coeficiente de redistribuição β .

Nesse caso, é recomendável aumentar as dimensões da seção transversal, evitando-se o uso de armadura dupla no domínio 2. Observa-se que essa situação nunca irá ocorrer se for adotado $\beta = 1$ (análise sem redistribuição de momentos).

| | | |
|--|---|--|
| $\varepsilon'_s = \varepsilon_u \left(\frac{x_{lim} - d'}{x_{lim}} \right)$ | $x_{lim} = \xi_{lim} d$ $\delta = \frac{d'}{d}$ | $\varepsilon'_s = \varepsilon_u \left(\frac{\xi_{lim} - \delta}{\xi_{lim}} \right)$ |
|--|---|--|

Tensão na armadura: $\sigma'_{sd} = E_s \varepsilon'_s \leq f_{yd}$

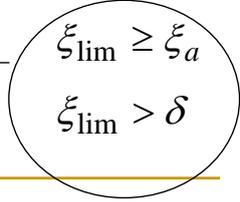


Tabela 3.7.1 - Tensão σ'_{sd} (kN/cm²) na armadura de compressão

| Concreto | $f_{ck} \leq 35$ MPa | | $35 < f_{ck} \leq 50$ MPa | |
|----------|----------------------|-------|---------------------------|-------|
| | CA-50 | CA-60 | CA-50 | CA-60 |
| δ | | | | |
| 0,01 | 43,48 | 52,17 | 43,48 | 52,17 |
| 0,02 | 43,48 | 52,17 | 43,48 | 52,17 |
| 0,03 | 43,48 | 52,17 | 43,48 | 52,17 |
| 0,04 | 43,48 | 52,17 | 43,48 | 52,17 |
| 0,05 | 43,48 | 52,17 | 43,48 | 52,17 |
| 0,06 | 43,48 | 52,17 | 43,48 | 52,17 |
| 0,07 | 43,48 | 52,17 | 43,48 | 52,17 |
| 0,08 | 43,48 | 52,17 | 43,48 | 52,17 |
| 0,09 | 43,48 | 52,17 | 43,48 | 52,00 |
| 0,10 | 43,48 | 52,17 | 43,48 | 50,00 |

Tabela 3.7.1 - Continuação

| Concreto | $f_{ck} \leq 35 \text{ MPa}$ | | $35 < f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ | |
|----------|------------------------------|-------|-----------------------------------|-------|
| | CA-50 | CA-60 | CA-50 | CA-60 |
| δ | CA-50 | CA-60 | CA-50 | CA-60 |
| 0,11 | 43,48 | 52,17 | 43,48 | 48,00 |
| 0,12 | 43,48 | 51,33 | 43,48 | 46,00 |
| 0,13 | 43,48 | 49,78 | 43,48 | 44,00 |
| 0,14 | 43,48 | 48,22 | 42,00 | 42,00 |
| 0,15 | 43,48 | 46,67 | 40,00 | 40,00 |
| 0,16 | 43,48 | 45,11 | 38,00 | 38,00 |
| 0,17 | 43,48 | 43,56 | 36,00 | 36,00 |
| 0,18 | 42,00 | 42,00 | 34,00 | 34,00 |
| 0,19 | 40,44 | 40,44 | 32,00 | 32,00 |
| 0,20 | 38,89 | 38,89 | 30,00 | 30,00 |

▪ **Equilíbrio de momentos:**

| | |
|---|---|
| $M_d - R'_{sd}(d - d') - R_{cc\text{lim}}Z_{\text{lim}} = 0$ | $A'_s = \frac{M_d - M_{d\text{lim}}}{(d - d')\sigma'_{sd}}$ |
| $M_{d\text{lim}} = R_{cc\text{lim}}Z_{\text{lim}} ; R'_{sd} = A'_s\sigma'_{sd}$ | |
| Introduzindo os adimensionais \Rightarrow | $A'_s = \frac{(\mu - \mu_{\text{lim}})bd\sigma_{cd}}{(1 - \delta)\sigma'_{sd}} \quad (1)$ |

▪ **Equilíbrio de forças:**

| | |
|---|--|
| $R_{sd} = R'_{sd} + R_{cc\text{lim}} \Rightarrow$ | $A_s = \frac{A'_s\sigma'_{sd} + \lambda bx_{\text{lim}}\sigma_{cd}}{f_{yd}}$ |
| Introduzindo (1) \Rightarrow | $A_s = \left(\lambda \xi_{\text{lim}} + \frac{\mu - \mu_{\text{lim}}}{1 - \delta} \right) \frac{bd\sigma_{cd}}{f_{yd}} \quad (2)$ |

As equações (1) e (2) permitem resolver o problema.

3.8 - Roteiro para o dimensionamento de seções retangulares

Dados: $b, h, d, d'; f_{ck}, f_{yk}; M_k$

Valores requeridos: A_s e A'_s

$$1) f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4}; \sigma_{cd} = \alpha_c f_{cd}; f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15}; M_d = 1,4M_k$$

$$\alpha_c = 0,85, \text{ se } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

$$\alpha_c = 0,85 \left[1 - \frac{(f_{ck} - 50)}{200} \right], \text{ se } f_{ck} > 50 \text{ MPa}$$

$$2) \mu = \frac{M_d}{bd^2 \sigma_{cd}}$$

3) Sem redistribuição de esforços:

$$\xi_{\text{lim}} = 0,45, \text{ se } f_{ck} \leq 35 \text{ MPa};$$

$$\xi_{\text{lim}} = 0,35, \text{ se } f_{ck} > 35 \text{ MPa}$$

Com redistribuição: ξ_{lim} é dado nas equações (3.5.3) e (3.5.4)

$$\lambda = 0,8, \text{ se } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

$$\lambda = 0,8 - \frac{(f_{ck} - 50)}{400}, \text{ se } f_{ck} > 50 \text{ MPa}$$

$$\mu_{\text{lim}} = \lambda \xi_{\text{lim}} (1 - 0,5 \lambda \xi_{\text{lim}})$$

Os valores de ξ_{lim} e de μ_{lim} podem ser lidos diretamente da tabela 3.5.1, para o caso $\beta = 1$ (sem redistribuição de esforços).

4) Se $\mu \leq \mu_{\text{lim}} \Rightarrow$ **armadura simples**

$$\xi = \frac{1 - \sqrt{1 - 2\mu}}{\lambda}; \quad A_s = \lambda \xi b d \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}}; \quad A'_s = 0. \quad \star$$

5) Se $\mu > \mu_{\text{lim}} \Rightarrow$ **armadura dupla**

$$\varepsilon_u \left(\frac{o}{oo} \right) = 3,5, \text{ se } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_u \left(\frac{o}{oo} \right) = 2,6 + 35 \left(\frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4, \text{ se } f_{ck} > 50 \text{ MPa}$$

$$\delta = \frac{d'}{d}; \quad \varepsilon'_s = \varepsilon_u \left(\frac{\xi_{\text{lim}} - \delta}{\xi_{\text{lim}}} \right)$$

$$\sigma'_{sd} = E_s \varepsilon'_s \leq f_{yd}, \text{ onde } E_s = 20.000 \text{ kN/cm}^2$$

Para concretos do Grupo I: ler σ'_{sd} da tabela 3.7.1. \star

$$A'_s = \frac{(\mu - \mu_{\text{lim}}) b d \sigma_{cd}}{(1 - \delta) \sigma'_{sd}};$$



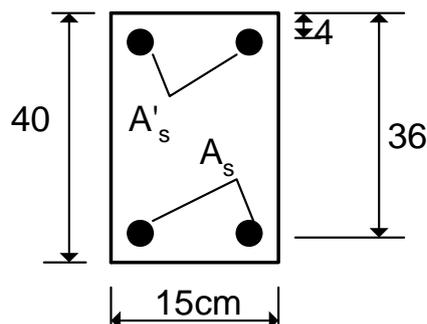
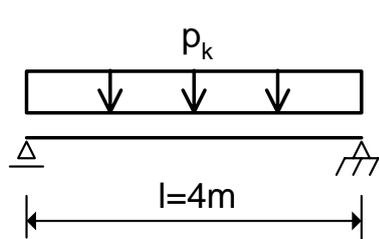
$$A_s = \left(\lambda \xi_{\text{lim}} + \frac{\mu - \mu_{\text{lim}}}{1 - \delta} \right) \frac{b d \sigma_{cd}}{f_{yd}}.$$

Observação: Empregando redistribuição de momentos ($\beta < 1$), se

resultar $\xi_{\text{lim}} < \xi_a = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + 10 \frac{o}{oo}}$ e, simultaneamente, $\mu > \mu_{\text{lim}}$,

devem-se aumentar as dimensões da seção transversal. O mesmo deve ser feito se $\xi_{\text{lim}} \leq \delta$ e $\mu > \mu_{\text{lim}}$.

3.9 - Exemplos de dimensionamento



Concreto: $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$
Aço: CA-50

Concreto do grupo I:
 $\alpha_c = 0,85$; $\lambda = 0,8$

Cálculos preliminares:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} = \frac{20}{1,4} = 14,2 \text{ MPa} \Rightarrow f_{cd} = 1,42 \text{ kN/cm}^2;$$

$$\sigma_{cd} = \alpha_c f_{cd} = 0,85 f_{cd} = 12,1 \text{ MPa}; \Rightarrow \sigma_{cd} = 1,21 \text{ kN/cm}^2;$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} = \frac{50}{1,15} = 43,48 \text{ kN/cm}^2.$$

Exemplo 1: Carga de serviço $p_k=15 \text{ kN/m}$

$$M_k = \frac{p_k l^2}{8} = \frac{15 \times 4^2}{8} = 30 \text{ kNm} \quad (\text{momento fletor de serviço})$$

$$M_d = \gamma_f M_k = 1,4 \times 30 = 42 \text{ kNm} \quad (\text{momento fletor de cálculo})$$

$$\mu = \frac{M_d}{b d^2 \sigma_{cd}} = \frac{4200}{15 \times 36^2 \times 1,21} = 0,18 \quad \mu_{\text{lim}} = 0,2952 \quad (\text{da tabela 3.5.1})$$

$$\mu \leq \mu_{\text{lim}} \Rightarrow \text{armadura simples}$$

$$\xi = \frac{1 - \sqrt{1 - 2\mu}}{\lambda} = 0,25$$

$$A_s = \lambda \xi b d \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}} = 0,8 \times 0,25 \times 15 \times 36 \times \frac{1,21}{43,48}$$

Solução:

$$A'_s = 0$$

$$A_s = 3,00 \text{ cm}^2$$

Exemplo 2: Carga de serviço $p_k=35$ kN/m

$$M_k = \frac{p_k l^2}{8} = \frac{35 \times 4^2}{8} = 70 \text{ kNm} \quad M_d = \gamma_f M_k = 1,4 \times 70 = 98 \text{ kNm}$$

$$\mu = \frac{M_d}{bd^2 \sigma_{cd}} = \frac{9800}{15 \times 36^2 \times 1,21} = 0,42$$

$$\mu_{\text{lim}} = 0,2952$$

$$\xi_{\text{lim}} = 0,45$$

tabela 3.5.1

$\mu > \mu_{\text{lim}} = 0,2952 \rightarrow$ armadura dupla

$$\delta = \frac{d'}{d} = \frac{4}{36} = 0,11 \Rightarrow \sigma'_{sd} = 43,48 \text{ kN/cm}^2 \text{ (da tabela 3.7.1)}$$

$$A'_s = \frac{(\mu - \mu_{\text{lim}}) bd \sigma_{cd}}{(1 - \delta) \sigma'_{sd}} \quad A_s = \left(\lambda \xi_{\text{lim}} + \frac{\mu - \mu_{\text{lim}}}{1 - \delta} \right) \frac{bd \sigma_{cd}}{f_{yd}}$$

$$A'_s = \frac{(0,42 - 0,2952) 15 \times 36 \times 1,21}{(1 - 0,11) 43,48} = 2,11 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \left(0,8 \times 0,45 + \frac{0,42 - 0,2952}{1 - 0,11} \right) \frac{15 \times 36 \times 1,21}{43,48} = 7,52 \text{ cm}^2$$

Exemplo 3: Repetir o exemplo 2 com $f_{ck} = 70$ MPa.

$$\alpha_c = 0,85 \left[1 - \frac{(f_{ck} - 50)}{200} \right] = 0,77$$

$$\lambda = 0,8 - \frac{(f_{ck} - 50)}{400} = 0,75$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} = \frac{70}{1,4} = 50,0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cd} = \alpha_c f_{cd} = 0,77 f_{cd} = 38,5 \text{ MPa}; \Rightarrow \sigma_{cd} = 3,85 \text{ kN/cm}^2$$

$$\mu = \frac{M_d}{bd^2\sigma_{cd}} = \frac{9800}{15 \times 36^2 \times 3,85} = 0,13 < \mu_{\text{lim}} = 0,2280$$

Tabela 3.5.1
Armadura simples

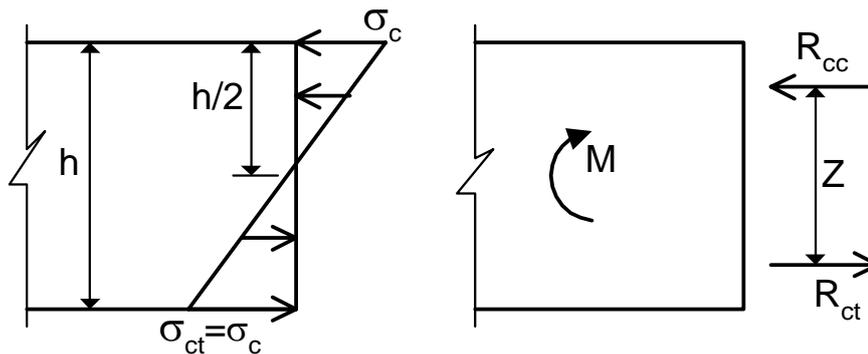
$$\xi = \frac{1 - \sqrt{1 - 2\mu}}{\lambda} = 0,19$$

$$A_s = \lambda \xi b d \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}} = 0,75 \times 0,19 \times 15 \times 36 \times \frac{3,85}{43,48} = 6,81 \text{ cm}^2$$

3.11 - Cálculo da armadura mínima

- Além do dimensionamento no estado limite último, deve-se especificar uma área mínima da armadura tracionada para evitar uma ruptura brusca da seção na passagem do estado não fissurado (**Estádio I**) para o estado fissurado (**Estádio II**).
- A armadura tracionada deve ser suficiente para absorver o momento de fissuração M_r .

Seção de concreto simples no estágio I



| | | |
|---|---|-------------------------------|
| Equilíbrio \Rightarrow | $R_{cc} = R_{ct}$ | $M = R_{cc} Z$ |
| $R_{ct} = \frac{bh}{4} \sigma_{ct}$; $Z = \frac{2}{3} h$ | Quando $\sigma_{ct} = f_{ct} \Rightarrow$ | $M_r = \frac{bh^2}{6} f_{ct}$ |

▪ **Seção de concreto armado no estágio II**

| | |
|--|---|
| | <p>Equilíbrio: $A_{s,min} = \frac{M_r}{Z f_{yd}}$</p> <p>Substituindo Mr:</p> $A_{s,min} = \frac{bh^2}{6Z} \frac{f_{ct}}{f_{yd}}$ |
| <p>Adotando $Z \cong 0,83h \Rightarrow$</p> | $A_{s,min} = \left(0,20 \frac{f_{ct}}{f_{yd}} \right) bh = \rho_{min} bh$ |
| $f_{ct} = f_{ctk,sup}, \text{ onde } f_{ctk,sup} = 1,3 f_{ctm} \cdot$ | |
| $\rho_{min} = \frac{0,078 f_{ck}^{2/3}}{f_{yd}}, \text{ se } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ | |
| $\rho_{min} = \frac{0,5512 \ln(1 + 0,11 f_{ck})}{f_{yd}}, \text{ se } f_{ck} > 50 \text{ MPa}$ | |
| <p>1) f_{ck} e f_{yd} são dados em MPa 2) $\rho_{min} \geq 0,15\%$</p> | |

Tabela 3.11.1 - Taxas mínimas da armadura de flexão ρ_{min} (%)

| f_{ck} (MPa) | Concretos do Grupo I | | | | | | |
|----------------|------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |
| CA-50 | 0,15 | 0,15 | 0,17 | 0,19 | 0,21 | 0,23 | 0,24 |
| CA-60 | 0,15 | 0,15 | 0,15 | 0,16 | 0,18 | 0,19 | 0,20 |
| f_{ck} (MPa) | Concretos do Grupo II | | | | | | |
| | 55 | 60 | 70 | 80 | 90 | | |
| CA-50 | 0,25 | 0,26 | 0,27 | 0,29 | 0,30 | | |
| CA-60 | 0,21 | 0,21 | 0,23 | 0,24 | 0,25 | | |

Se a área da armadura tracionada, A_s , obtida no dimensionamento for inferior à área mínima, deve-se adotar $A_s = A_{s,min}$.

Exemplos 1 e 2: $f_{ck}=20$ MPa

$b=15$ cm ; $h=40$ cm ; aço CA-50

$$\rho_{\min} = 0,15\% \longrightarrow A_{s,\min} = \frac{0,15}{100} bh = \frac{0,15}{100} \times 15 \times 40 = 0,90 \text{ cm}^2$$

Esse valor é inferior aos obtidos pelo dimensionamento. Portanto, irão prevalecer as armaduras efetivamente calculadas.

Exemplo 3: $f_{ck}=70$ MPa

$$\rho_{\min} = 0,27\% \longrightarrow A_{s,\min} = \frac{0,27}{100} bh = \frac{0,27}{100} \times 15 \times 40 = 1,62 \text{ cm}^2.$$

$A_s = 6,81 \text{ cm}^2$ é maior que $A_{s,\min}$. Logo, $A_s = 6,81 \text{ cm}^2$.