

ESTADOS LIMITES DE UTILIZAÇÃO

1- Combinações das ações de serviço

a) *combinações quase permanentes*: atuam durante um período maior ou igual à metade da vida da estrutura.

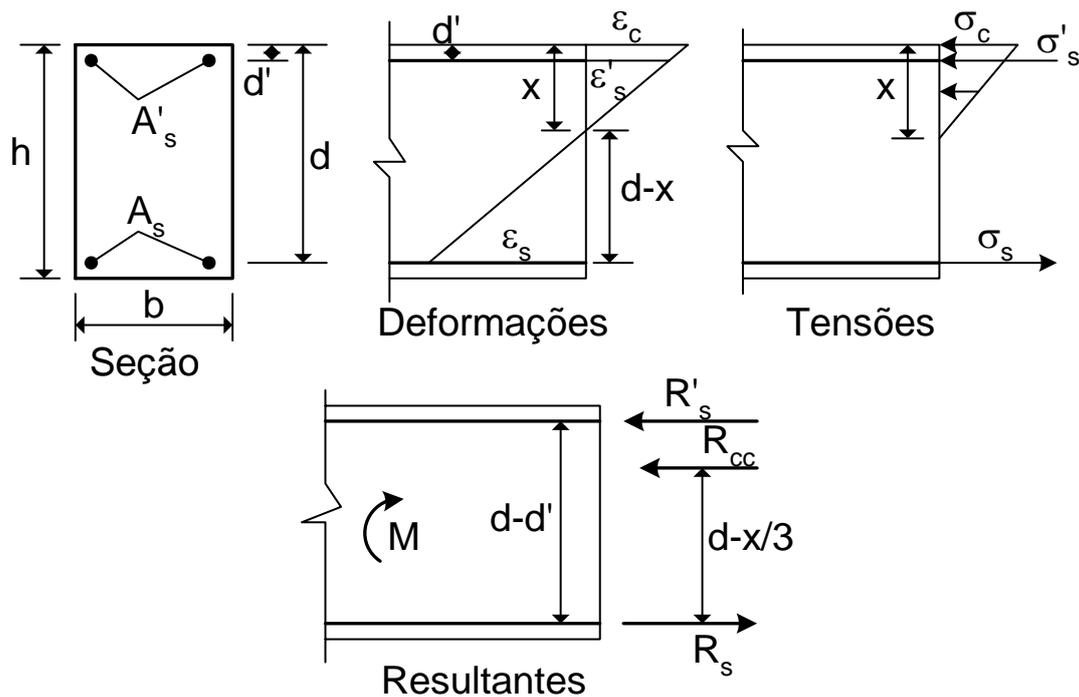
b) *combinações frequentes*: aquelas que se repetem muitas vezes durante a vida da estrutura.

Para os edifícios residenciais:

$p_o = g + 0,3q$ (carga quase permanente)	$p_1 = g + 0,4q$ (carga frequente)
--	---------------------------------------

Para as vigas, podemos adotar: $p_o \cong p_1 = 0,9(g + q) = 0,9p_k$

2- A rigidez no Estádio II



Prof. José Milton de Araújo - FURG

3

Deformações:

$$\varepsilon_c = \chi x \quad ; \quad \varepsilon_s = \chi(d - x) \quad ; \quad \varepsilon'_s = \chi(x - d')$$

Tensões:

$$\sigma_c = E_{CS} \chi x \quad ; \quad \sigma_s = E_S \chi(d - x) \quad ; \quad \sigma'_s = E_S \chi(x - d')$$

Resultantes:

$$R_{cc} = \frac{1}{2} E_{CS} b x^2 \chi \quad ; \quad R'_s = E_S A'_s (x - d') \chi \quad ; \quad R_s = E_S A_s (d - x) \chi$$

Equações de equilíbrio:

$$R_{cc} + R'_s - R_s = 0 \quad (1)$$

$$M = R_{cc} \left(d - \frac{x}{3} \right) + R'_s (d - d') \quad (2)$$

Prof. José Milton de Araújo - FURG

4

Definimos os adimensionais:

$$\delta = \frac{d'}{d} ; n = \frac{E_s}{E_{cs}} ; \rho = \frac{A_s}{bd} ; \rho' = \frac{A'_s}{bd} ; \xi = \frac{x}{d}$$

Da equação (1):

$$\xi = -n(\rho + \rho') + \sqrt{n^2(\rho + \rho')^2 + 2n(\rho + \delta\rho')} \quad \star$$

Da equação (2):

$M = K_{II} \chi$, onde K_{II} = rigidez no estágio II ★

$$K_{II} = k_2 b d^3 E_{cs} ; k_2 = \frac{1}{6} \xi^2 (3 - \xi) + n \rho' (\xi - \delta) (1 - \delta)$$

A tensão na armadura tracionada pode ser escrita na forma:

$$\sigma_s = \frac{n(1 - \xi)}{k_2} \frac{M}{b d^2} \quad \star$$

Estádio I: O procedimento é análogo, bastando considerar as tensões de tração no concreto. Chega-se à rigidez no estágio I = K_I .

Se desprezar as armaduras no estágio I, resulta $K_I = E_{cs} I_c$, onde I_c é o momento de inércia da seção de concreto simples.

Na Resistência dos Materiais: para um material elástico linear, resulta $M = EI \chi$, onde EI é a rigidez à flexão.

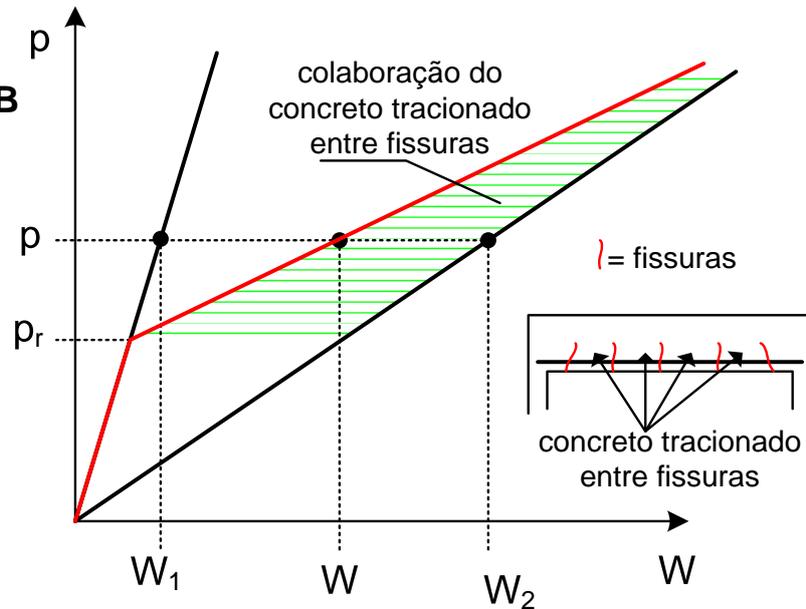
Logo, podemos empregar todas as expressões para cálculo de flechas, conforme demonstrado na Resistência dos Materiais, bastando substituir EI por K_I ou K_{II} .

Exemplo: Viga biapoiada com carga uniforme

No estágio I: $W_1 = \frac{5}{384} \frac{pl^4}{K_I}$

No estágio II: $W_2 = \frac{5}{384} \frac{pl^4}{K_{II}}$

Método bilinear do CEB



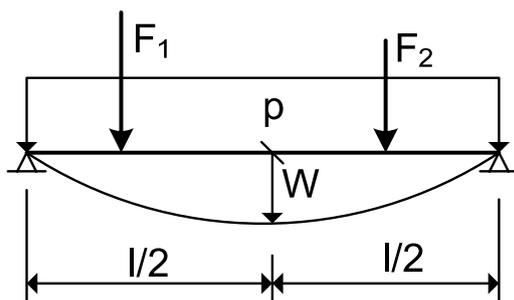
M_r = momento de fissuração

$$\text{Se } M \leq M_r : W = W_1$$

$$\text{Se } M > M_r : W = (1 - \eta)W_1 + \eta W_2$$

$$\eta = 1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_r}{M} \right) \quad \begin{array}{l} \beta_1 = 1 \text{ para barras nervuradas} \\ \beta_2 = 0,5 \text{ para cargas de longa duração} \end{array}$$

Para o cálculo de W_1 e W_2 , pode-se empregar o princípio da superposição.



$$W = W(p) + W(F_1) + W(F_2)$$

- A superposição deve ser feita na seção de referência: seção central para os vãos apoiados e seção de extremidade para os balanços.
- Não se podem somar as flechas máximas para as diversas cargas, pois elas ocorrem em seções diferentes.
- Em um programa de computador, a superposição é feita automaticamente.

3- Cálculo prático de flechas em vigas

W_c = flecha de referência calculada com a rigidez $E_{cs}I_c$

I_c = momento de inércia da seção de concreto simples

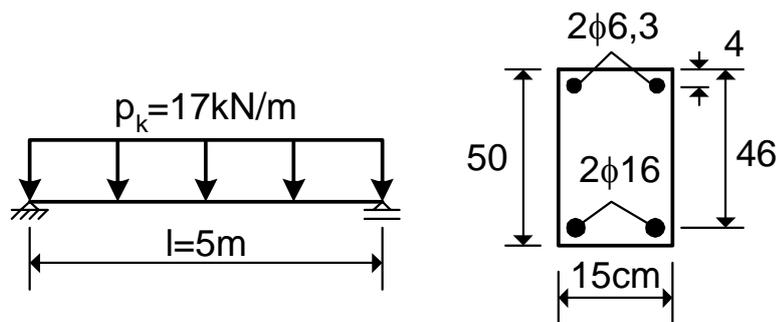
$$(I_c = \frac{bh^3}{12} \text{ para seções retangulares})$$

Flecha final, incluindo os efeitos da fissuração e da fluência do concreto:

$$W = \left(\frac{h}{d}\right)^3 K_t (1 - 20\rho') W_c \quad \star$$

$$K_t = 0,09547 \rho^{-0,71186} \quad ; \quad \rho = \frac{A_s}{bd} \quad ; \quad \rho' = \frac{A'_s}{bd}$$

Exemplo: Calcular a flecha da viga



$$A_s = 4,02 \text{ cm}^2 (2\phi 16); \quad A'_s = 0,62 \text{ cm}^2 (2\phi 6,3); \quad f_{ck} = 20 \text{ MPa}$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{4,02}{15 \times 46} = 0,58\% \quad ; \quad \rho' = \frac{A'_s}{bd} = \frac{0,62}{15 \times 46} = 0,09\% \quad ;$$

$$l = 500 \text{ cm}; \quad p_k = 0,17 \text{ kN/cm};$$

$$E_{CS} = 0,85 \times 21500 \left(\frac{f_{ck} + 8}{10} \right)^{1/3} = 25758 \text{ MPa} ; \quad E_{CS} = 2575,8 \text{ kN/cm}^2$$

$$I_C = \frac{bh^3}{12} = 156250 \text{ cm}^4 ; \quad W_C = \frac{5 p_k l^4}{384 E_{CS} I_C} \Rightarrow W_C = 0,34 \text{ cm}$$

$$K_t = 0,09547 \left(\frac{0,58}{100} \right)^{-0,71186} \Rightarrow K_t = 3,73$$

$$W = \left(\frac{h}{d} \right)^3 K_t (1 - 20\rho') W_C ; \quad W = \left(\frac{50}{46} \right)^3 \times 3,73 \times \left(1 - 20 \times \frac{0,09}{100} \right) \times 0,34 = \underline{1,6 \text{ cm}}$$

Flecha admissível:

$$W_{adm} = \frac{l}{125}, \text{ para vigas em balanço;}$$

$$W_{adm} = \frac{l}{250}, \text{ para vãos apoiados.}$$

$$W_{adm} = \frac{500}{250} = 2 \text{ cm} ; \quad W < W_{adm} \quad \text{OK!}$$

OBS: Para o cálculo da flecha de referência W_C , pode-se empregar o princípio da superposição.

4- Abertura das fissuras

Abertura limite das fissuras, conforme a classe de agressividade ambiental, segundo a NBR-6118:

- 0,4 mm para a classe I;
- 0,3 mm para as classes II e III;
- 0,2 mm para a classe IV.

Cálculo da abertura das fissuras segundo o CEB/90:

- Tensão limite na armadura: $\sigma_{sr} = \left(\frac{1 + n\rho_{se}}{\rho_{se}} \right) f_{ct}$

$f_{ct} = 0,3(f_{ck})^{2/3}$, se $f_{ck} \leq 50$ MPa; $f_{ct} = 2,12 \ln(1 + 0,11f_{ck})$, se $f_{ck} > 50$ MPa	$n = E_s / E_{cs}$ $\rho_{se} = A_s / A_{ce}$ (taxa efetiva da armadura longitudinal de tração)
---	--

- Tensão na armadura tracionada: $\sigma_s = \sigma_{s,p} + \sigma_{s,\varepsilon}$

$\sigma_{s,p}$ = devida às cargas externas

$\sigma_{s,\varepsilon}$ = devida às deformações impostas (retração e/ou deformação térmica)

$$\sigma_{s,p} = \frac{n(1-\xi)}{k_2} \frac{M}{bd^2} ; \quad \sigma_{s,\varepsilon} = E_s R \varepsilon_{cn}$$

ε_{cn} = deformação imposta

$\varepsilon_{cn} = \varepsilon_{cs} + \alpha \Delta T$, onde ε_{cs} é a deformação de retração,

$\alpha = 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ é o coeficiente de dilatação térmica do concreto e ΔT é a queda de temperatura em $^\circ\text{C}$.

$E_s = 200$ GPa = módulo de elasticidade do aço

$R \leq 1$ = fator de restrição às deformações impostas, exercida pelos elementos conectados ao elemento em consideração.

Na prática, consideramos $R = 0,5$.

- Abertura das fissuras: w_k

A) Formação de fissuras: $\sigma_s < \sigma_{sr}$

$$w_k = \frac{\sigma_s}{2\tau_{bm}} \phi \left(\frac{1}{1+n\rho_{se}} \right) (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} + R\varepsilon_{cn}) \quad (7.3.4)$$

B) Fissuração estabilizada: $\sigma_s \geq \sigma_{sr}$

$$w_k = \frac{\phi}{3,6\rho_{se}} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} + R\varepsilon_{cn}) \quad (7.3.5)$$

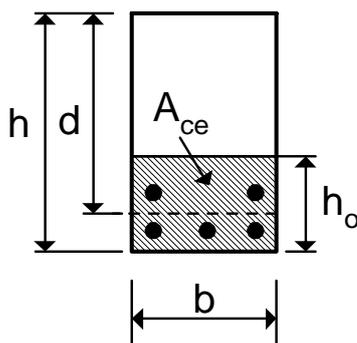
ϕ = diâmetro da barra de aço (em mm),

τ_{bm} = tensão média de aderência (dada na tabela 7.3.1).

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s}{E_s} - \beta \frac{f_{ct}}{\rho_{se} E_s} (1+n\rho_{se}) \geq 0 \quad (7.3.6)$$

Tabela 7.3.1 - Valores de β e τ_{bm}

Caso \Rightarrow	$\sigma_s < \sigma_{sr}$		$\sigma_s \geq \sigma_{sr}$	
	β	τ_{bm}	β	τ_{bm}
Carregamento \Downarrow				
curta duração	0,6	$1,8f_{ct}$	0,6	$1,8f_{ct}$
longa duração ou cargas repetidas	0,6	$1,35f_{ct}$	0,38	$1,8f_{ct}$



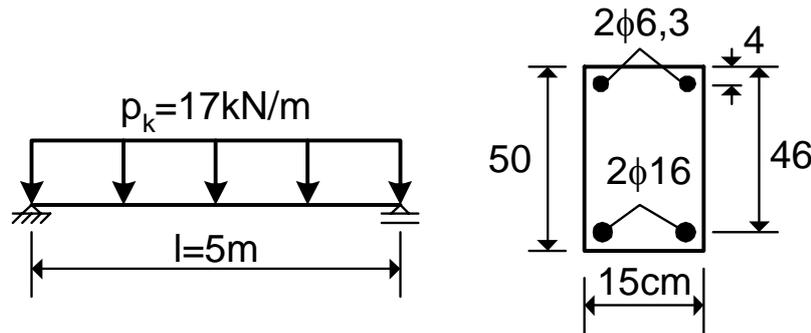
$$A_{ce} = bh_0$$

$$h_0 \leq \begin{cases} 2,5(h-d) \\ (h-x)/3 \end{cases}$$

x = profundidade da linha neutra

Área efetiva da seção de concreto

Exemplo: Calcular a abertura das fissuras da viga



$f_{ck} = 20$ MPa	$f_{ct} = 0,22$ kN/cm ²	$E_{cs} = 2575,8$ kN/cm ²	$\varepsilon_{cs} = 50 \times 10^{-5}$
$\rho = 0,58\%$	$\rho' = 0,09\%$	$\delta = 4/46 \cong 0,09$	
$E_s = 20.000$ kN/cm ²	$n = 7,76$	$M = 53,13 \text{ kNm}$ $= 5313 \text{ kNcm}$	

$$\xi = -n(\rho + \rho') + \sqrt{n^2(\rho + \rho')^2 + 2n(\rho + \delta\rho')} \Rightarrow \xi = 0,255$$

$$k_2 = \frac{1}{6} \xi^2 (3 - \xi) + n\rho'(\xi - \delta)(1 - \delta) \Rightarrow k_2 = 0,031$$

$$\sigma_{s,p} = \frac{7,76(1 - 0,255)}{0,031} \frac{5313}{15 \times 46^2} = 31,22 \text{ kN/cm}^2$$

$$\varepsilon_{cn} = 50 \times 10^{-5}, R = 0,5:$$

$$\sigma_{s,\varepsilon} = E_s R \varepsilon_{cn} = 20.000 \times 0,5 (50 \times 10^{-5}) = 5,00 \text{ kN/cm}^2$$

Tensão total na armadura: $\sigma_s = 36,22 \text{ kN/cm}^2$

Taxa efetiva de armadura:

$$x = \xi d = 0,255 \times 46 = 11,73 \text{ cm (profundidade da linha neutra)}$$

$$h_o \leq \begin{cases} 2,5(h - d) = 2,5(50 - 46) = 10 \\ (h - x)/3 = (50 - 11,73)/3 = 12,76 \end{cases}$$

Logo, $h_o = 10 \text{ cm}$.

$$A_{ce} = bh_o = 15 \times 10 = 150 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{se} = \frac{A_s}{A_{ce}} = \frac{4,02}{150} \Rightarrow \underline{\rho_{se} = 2,68\%}$$

Tensão limite na armadura:

$$\sigma_{sr} = \left(\frac{1 + 7,76 \times 2,68/100}{2,68/100} \right) \times 0,22 = 9,92 \text{ kN/cm}^2$$

Como $\sigma_s > \sigma_{sr}$, considera-se a fissuração estabilizada. ☀

Cálculo da abertura das fissuras:

Da tabela 7.3.1, obtém-se $\beta = 0,38$ (para carga de longa duração).

Da equação (7.3.6): $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = 162 \times 10^{-5}$

Substituindo na equação (7.3.5), obtém-se

$$w_k = \frac{16}{3,6 \times 2,68/100} \left(162 \times 10^{-5} + 0,5 \times 50 \times 10^{-5} \right) = 0,31 \text{ mm}$$

Conclusão: a fissuração não será nociva para as classes de agressividade ambiental I, II e III ($w_k \cong 0,3 \text{ mm}$).