

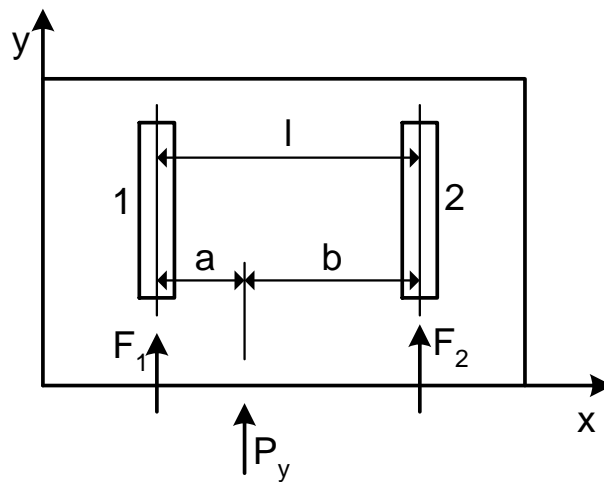
13- AÇÕES HORIZONTAIS NAS ESTRUTURAS DE CONTRAVENTAMENTO

- A determinação dos esforços solicitantes nas estruturas de contraventamento, para um carregamento dado, é feita empregando-se os métodos convencionais da análise estrutural.
- Mesmo nas estruturas consideradas indeslocáveis, os esforços de primeira ordem, decorrentes das ações horizontais, devem ser calculados considerando-se a deslocabilidade da estrutura de contraventamento.
- Antes de calcular os esforços, é necessário fazer a repartição das ações horizontais para os elementos de contraventamento.
- Quando o contraventamento é feito por elementos do mesmo tipo (só pórticos; só paredes estruturais e pilares-parede), é possível fazer a repartição das forças horizontais sem levar em conta a interação ao longo da altura do edifício. Neste caso, basta analisar um pavimento tipo. (Processo simplificado)

- Quando o contraventamento é feito pela associação de pórticos e paredes e/ou pilares-parede, é necessário considerar a interação ao longo da altura (Capítulo 10, Volume 3, terceira edição). (Processo rigoroso)
- No processo simplificado, o problema pode ser isostático ou hiperestático.

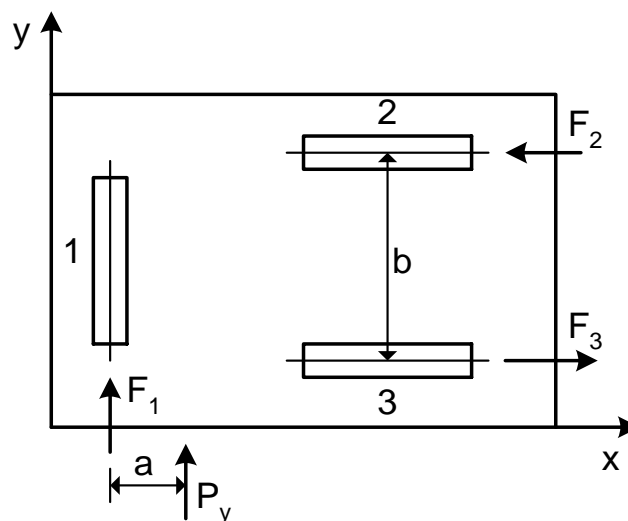
a) Sistemas isostáticos

Exemplo 1: Estrutura de contraventamento formada por dois painéis e submetida à força horizontal P_y no nível da laje.



Forças transmitidas aos painéis: $F_1 = \frac{b}{l} P_y$; $F_2 = \frac{a}{l} P_y$.

Exemplo 2: Estrutura formada por três painéis de contraventamento.



Forças transmitidas aos painéis: $F_1 = P_y$; $F_2 = F_3 = \frac{a}{b} P_y$.

b) Sistemas hiperestáticos

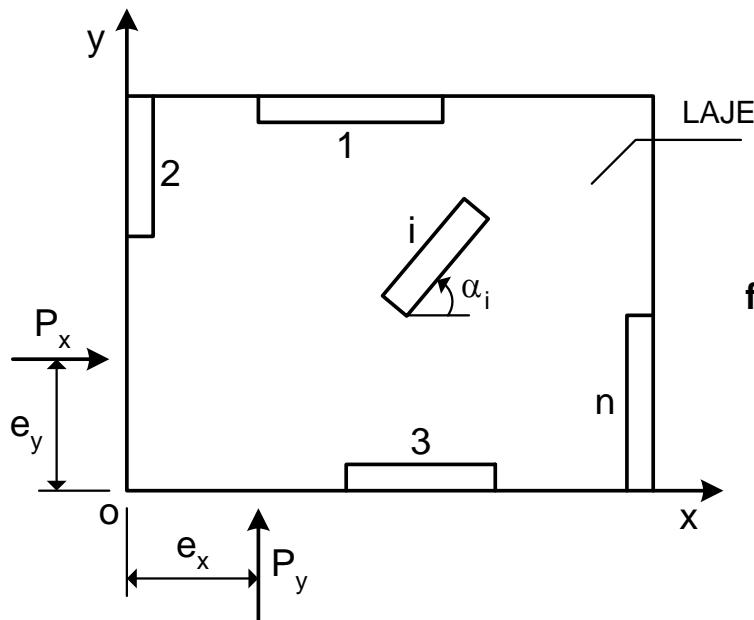
- É necessário calcular a rotação e os deslocamentos da laje no seu próprio plano, para a obtenção das forças em cada painel de contraventamento.
- Uma vez que cada painel só pode receber cargas no seu plano vertical, ele pode ser representado por uma mola de rigidez K .
- A rigidez de cada painel de contraventamento é definida como a força horizontal que deve ser aplicada em um determinado nível, na direção de sua maior rigidez, para provocar um deslocamento unitário. Se o topo da estrutura for escolhido como referência para a aplicação da força, como é usual, a rigidez K é dada por

$$K = \frac{3EI_{eq}}{h_{tot}^3} \quad (7.5.3)$$

onde EI_{eq} é a rigidez equivalente do pórtico plano e h_{tot} é a altura total da edificação.

- A rigidez equivalente EI_{eq} é determinada da maneira indicada na seção 5 : Estruturas Indeslocáveis.
- Se o painel de contraventamento for formado por um pórtico ou por um pilar-parede de seção variável, emprega-se um programa para análise de pórticos planos para a obtenção de EI_{eq} (software PACON calcula a rigidez equivalente com o modelo de carga concentrada e carga distribuída).

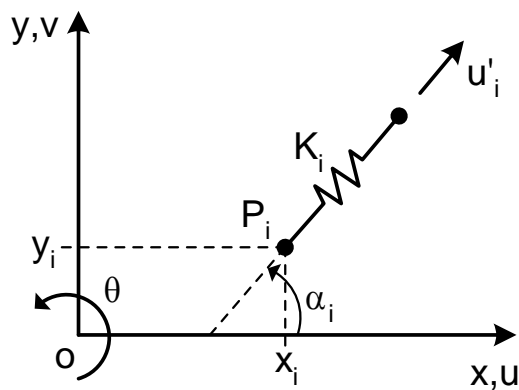
A equação (7.5.3) corresponde ao modelo de carga concentrada.



**Estrutura de
contraventamento
formada por n painéis.**

Painel genérico i , inclinado de um ângulo α_i em relação ao eixo x .

K_i = rigidez do painel, representado por uma mola concentrada no ponto P_i , correspondente ao centro do painel.



**Painel de
contraventamento genérico**

Movimento de corpo rígido da laje: deslocamentos u_o e v_o nas direções x e y , respectivamente, e rotação θ em torno da origem do sistema de eixos.

Deslocamentos do ponto P_i :

$$u_i = u_o - y_i\theta \quad ; \quad v_i = v_o + x_i\theta \quad (7.5.4), (7.5.5)$$

Na forma matricial: $\mathbf{u}_i = \mathbf{N}\mathbf{U}_o$ (7.5.6)

$$\mathbf{u}_i = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix}; \mathbf{N} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -y_i \\ 0 & 1 & x_i \end{bmatrix}; \mathbf{U}_o = \begin{Bmatrix} u_o \\ v_o \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (7.5.7)$$

Deslocamento u'_i , na direção da mola:

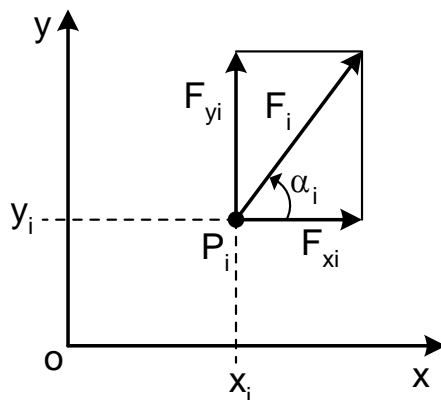
$$u'_i = u_i \cos \alpha_i + v_i \sin \alpha_i \quad (7.5.8)$$

Na forma matricial: $u'_i = \mathbf{R}\mathbf{u}_i = \mathbf{R}\mathbf{N}\mathbf{U}_o$ (7.5.9)

$$\mathbf{R} = [\cos \alpha_i, \sin \alpha_i] \quad (7.5.10)$$

Força F_i transmitida ao painel: $F_i = K_i u'_i$ (7.5.11)

Introduzindo a equação (7.5.9): $F_i = K_i \mathbf{R}\mathbf{N}\mathbf{U}_o$ (7.5.12)



**Decomposição da
força no painel**

Componentes de F_i : $F_{xi} = F_i \cos \alpha_i; F_{yi} = F_i \sin \alpha_i$ (7.5.13)

Momento em relação à origem: $M_i = F_{yi}x_i - F_{xi}y_i$ (7.5.14)

Pode-se escrever: $\mathbf{F}_i = (\mathbf{R}\mathbf{N})^T F_i$ (7.5.15)

onde $\mathbf{F}_i = \begin{Bmatrix} F_{xi} \\ F_{yi} \\ M_i \end{Bmatrix}$ (7.5.16)

Introduzindo a equação (7.5.12) em (7.5.15), resulta

$$\mathbf{F}_i = \mathbf{K}_i \mathbf{U}_o \quad (7.5.17)$$

$$\mathbf{K}_i = K_i (\mathbf{RN})^T (\mathbf{RN}) \quad (\text{matriz de rigidez do painel } i) \quad (7.5.18)$$

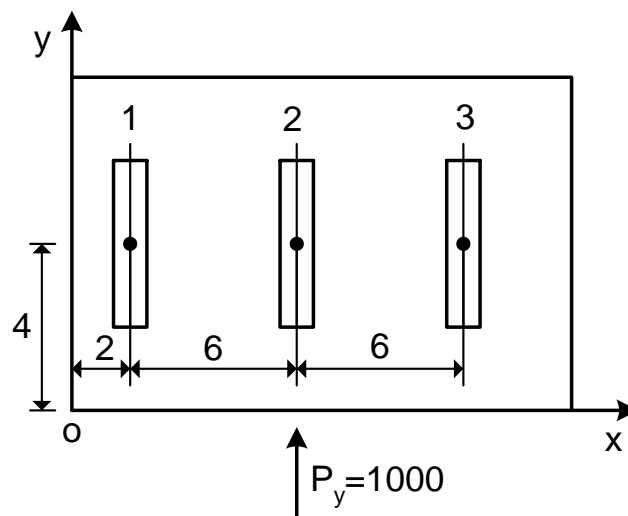
Vetor de forças externas aplicadas à laje:

$$\mathbf{P} = \begin{Bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_y e_x - P_x e_y \end{Bmatrix} \quad (7.5.19)$$

Equações de equilíbrio: $\mathbf{P} = \mathbf{K} \mathbf{U}_o = \left(\sum_{i=1}^n \mathbf{K}_i \right) \mathbf{U}_o \quad (7.5.20)$

Resolvendo o sistema de equações, obtêm-se os deslocamentos de corpo rígido da laje, contidos no vetor \mathbf{U}_o . Encontrado \mathbf{U}_o , calculam-se as forças nos vários painéis de contraventamento com o emprego da equação (7.5.12).

Exemplo:



Contraventamento com três painéis paralelos

Características dos painéis de contraventamento

Painel	K	x	y	α (graus)
1	2	2	4	90
2	1	8	4	90
3	1	14	4	90

Painel 1: $\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$; $\mathbf{R} = [0,1]$; $\mathbf{RN} = [0,1,2]$

$$\mathbf{K}_1 = K_1 (\mathbf{RN})^T (\mathbf{RN}) \Rightarrow \mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

Painel 2: $\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 8 \end{bmatrix}$; $\mathbf{R} = [0,1]$; $\mathbf{RN} = [0,1,8]$

$$\mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 8 \\ 0 & 8 & 64 \end{bmatrix}$$

Painel 3: $\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 14 \end{bmatrix}$; $\mathbf{R} = [0,1]$; $\mathbf{RN} = [0,1,14]$

$$\mathbf{K}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 14 \\ 0 & 14 & 196 \end{bmatrix}$$

Matriz de rigidez global: $\mathbf{K} = \sum_{i=1}^3 \mathbf{K}_i$; $\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 26 \\ 0 & 26 & 268 \end{bmatrix}$

Vetor de cargas: $\mathbf{P} = \begin{Bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_y e_x - P_x e_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1000 \\ 8000 \end{Bmatrix}$

Solução: $\mathbf{P} = \mathbf{K}\mathbf{U}_o \Rightarrow \mathbf{U}_o = \begin{Bmatrix} u_o \\ 15000/99 \\ 1500/99 \end{Bmatrix}$

Observação: O deslocamento u_o é indeterminado porque todos os painéis estão na direção y . O sistema de contraventamento não é capaz de suportar nenhuma força horizontal na direção x . Em uma situação real, é necessário incluir alguns elementos de contraventamento nessa direção.

Forças nos painéis: $F_i = K_i(\mathbf{RN})\mathbf{U}_o$

$$F_1 = 363,64; \quad F_2 = 272,72; \quad F_3 = 363,64$$

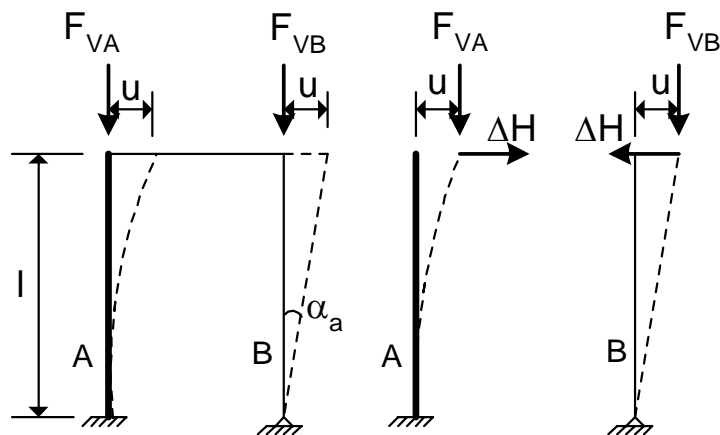
13- IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS GLOBAIS DOS EDIFÍCIOS

- O dimensionamento das estruturas de contraventamento deve levar em conta possíveis desvios da posição vertical.
- De acordo com o CEB/90, deve-se considerar uma inclinação do eixo da estrutura dada por

$$\alpha_a = \frac{1}{100\sqrt{l}} \leq \frac{1}{200} \quad (10.3.1)$$

onde l é a altura da estrutura em metros.

- Na figura seguinte, indica-se o funcionamento básico das estruturas de contraventamento.
- O pilar contraventado é representado com uma rótula na base, para indicar que ele não precisa absorver nenhuma ação horizontal nem os efeitos de imperfeições globais da estrutura.



A: pilar de contraventamento; B: pilar contraventado.

Funcionamento das estruturas de contraventamento

Força horizontal no pilar de contraventamento:

$$\Delta H = u F_{VB} / l \quad (10.3.2)$$

onde F_{VB} é a carga do pilar contraventado e $u = \alpha_a l$ é o deslocamento horizontal devido à inclinação da estrutura.

Momento na base do pilar de contraventamento:

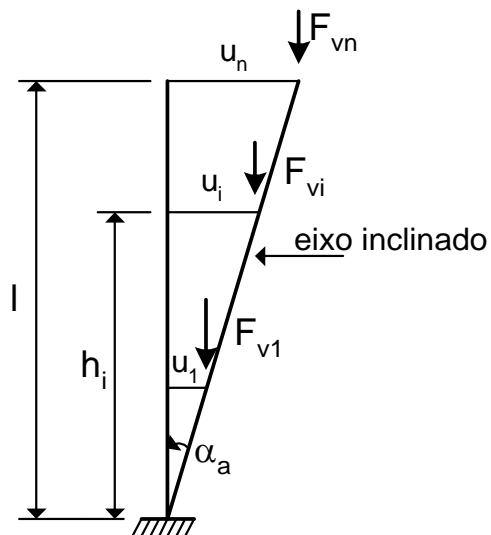
$$M_A = uF_{VA} + l\Delta H \quad (10.3.3)$$

Substituindo a expressão de ΔH , resulta

$$M_A = F_V u \quad (10.3.4)$$

onde $F_V = F_{VA} + F_{VB}$ é a carga total.

Conclusão: a estrutura de contraventamento deve suportar todo o efeito das imperfeições globais. Os pilares contraventados devem ser dimensionados apenas para suas imperfeições locais, como foi feito anteriormente pela consideração de uma excentricidade accidental.



**Estrutura de
contraventamento
desaprumada**

- F_{Vi} é a carga vertical total introduzida no andar i .
- A força F_{Vi} provoca um momento fletor na base da estrutura igual a $\Delta M_i = F_{Vi}u_i = F_{Vi}\alpha_a h_i$ (10.3.5) onde u_i e h_i representam o deslocamento horizontal e a altura do andar i .

Esse momento equivale a uma força horizontal aplicada no andar i , dada por

$$\Delta H_i = \alpha_a F_{Vi} \quad (10.3.6)$$

Logo, tudo se passa como se em cada andar da estrutura de contraventamento atuasse uma força horizontal adicional igual a ΔH_i .

Quando a subestrutura de contraventamento é formada por pórticos, a inclinação α_a pode ser multiplicada pelo fator de redução $\alpha_n < 1$, dado por

$$\alpha_n = \sqrt{\frac{1+1/n}{2}} \quad (10.3.7)$$

onde n é o número de prumadas do pórtico plano.

De acordo com a NBR-6118, para edifícios com predominância de lajes lisas ou cogumelo, deve-se considerar $\alpha_n = 1$.

Segundo a NBR-6118, a inclinação α_a deve respeitar o valor mínimo $\alpha_a \geq 1/300$, para estruturas reticuladas e imperfeições locais.

Nas combinações entre as cargas de vento e de desaprumo, essas limitações de valores mínimos para α_a não precisam ser respeitadas, ou seja, considera-se o valor obtido da equação (10.3.1).